



普通高等教育“十一五”国家级规划教材
(高职高专教育)

数字信号处理

(第2版)

陈树新 主 编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划教材
(高职高专教育)

数字信号处理

Shuzi Xinhao Chuli

第2版)

陈树新 主编
陈树新 郭英 樊昌周 康莉 编
张会生 主审



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容简介

本书全面系统地介绍了数字信号处理的基本概念、基本原理和基本分析方法,同时还简要介绍了数字信号处理相关的硬件原理和软件仿真方面的知识。全书共分8章,具体内容包括:连续信号与系统的分析,时域离散信号与系统的时域分析,时域离散信号与系统的频域分析,离散傅里叶变换及其快速算法,IIR 数字滤波器的理论与设计,FIR 数字滤波器的理论与设计,DSP 技术的应用和数字信号处理实验。

编者根据多年的教学实践经验,在内容上注重理论与实践的结合,注意从基本技能等方面培养学生,强调理论教学与实践教学的并重。通过对课程内容的优化和提炼,使得内容讲述由浅入深、简明透彻、概念清晰、重点突出,既便于教师组织教学,又利于学生自学。

本书可作为高职高专院校电类相关专业数字信号处理课程的教材,也可供其它专业学生和工程技术人员阅读和参考,还可作为“数字信号处理”理论培训教材使用。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理/陈树新主编. —2 版. —北京:高等教育出版社,2010. 11
ISBN 978-7-04-031134-1

I. 数… II. ①陈… III. ①数字信号-信号处理-高等学校-教材 IV. ①TN911. 72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 195603 号

策划编辑	孙 薇	责任编辑	孙 薇	封面设计	张志奇	责任绘图	尹 莉
版式设计	王艳红	责任校对	姜国萍	责任印制	朱学忠		

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120

购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 河北省财政厅票证文印中心

网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

开 本 787×1092 1/16
印 张 16.75
字 数 400 000

版 次 2005 年 11 月第 1 版
2010 年 11 月第 2 版
印 次 2010 年 11 月第 1 次印刷
定 价 26.50 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 31134-00

第2版前言

《数字信号处理》第1版自2005年出版以来,在多所院校使用,受到教师和学生的好评,这让我们感到十分欣慰。本次再版的原因主要有以下几方面:

1. 自本书第1版出版以来,我们与多所院校的教师就本教材相关内容进行了深入探讨和交流,得到了大量有益的建议。在教学活动中使用本书的教师、学生们对本书提出了很多很好的意见,同时我们也发现了许多需要改进之处。

2. 数字信号处理领域无论是理论和算法的发展,还是器件的更新,其速度往往超出我们的预料,这样就促使我们及时更新和充实相关内容和知识。

3. 在第1版中有些内容和印刷错误需要调整和修正。

考虑到数字信号处理理论和技术的发展,以及课程教学内容的系统性和连贯性,第2版在保持教材原有基本结构和风格模式的基础上,对第1版书中一些内容进行了调整和修订,同时对部分章节进行了重新编写,具体完成了以下工作:

1. 在基本保持原书的编写风格基础上,注重数字信号处理理论的系统性、实用性与现代数字技术先进性的有机结合,突出基本理论、基本概念和基本分析方法的讲解,强调本书理论篇、技术篇和应用篇的关联性,因此,对第1章~第6章中部分内容进行了调整与修正。

2. 对原书第7章内容进行了重新编写,为了更贴近技术应用,将第7章标题更改为“DSP技术的应用”。同时,为了能够让学生在几节课的时间里掌握DSP技术应用的初步知识,我们首先介绍了DSP技术的概念及其发展情况,给出了DSP系统的相关概念,探讨了芯片选择方法和依据。然后介绍了DSP处理器的主要结构特点,在简要分析哈佛结构、多级流水线等DSP基本结构特点的基础上,对现代DSP一些特殊的结构特点进行了描述。接着结合当今DSP发展应用的趋势,分别介绍了TI公司的C2000、C5000和C6000系列DSP芯片。最后,介绍了DSP的开发环境,分析了集成开发环境CCS。

3. 原书第8章内容利用SystemView软件编写了四个实验,进行了相关理论研究的演示,由于该软件只需通过对相关的功能模块(Token)进行连接和有关参数设置即可完成系统仿真功能,读者几乎不用做任何与编程有关的工作,因此,对于教学的演示过程取得了较好的效果。但是,随着MATLAB软件版本的不断提升,特别是Simulink软件功能的进一步强大,上述SystemView软件完成的可视化结果,利用Simulink软件均能完成,为了确保本书内容编排的一致性,为此将第8章进行重新编写,其内容涉及由学生参与的9个实验。

4. “教育部关于启动高等学校教学质量与教学改革工程精品课程建设工作的通知”中明确指出:“理论教学与实践教学并重。要高度重视实验、实习等实践性教学环节,通过实践培养和提高学生的创新能力。要大力改革实验教学的形式和内容,鼓励开设综合性、创新性实验和研究型课程”。为此,本版的教材中结合课程理论教学的相关内容,设置了9个实验,其中基础实验6个,多为验证性实验,可根据课时安排适当选做部分实验;综合应用实验3个,这部分实验多与工

程实践有关,可根据实际需要选择。这部分实验均采用目前科技领域里最常用的 MATLAB 仿真软件,同时关于该软件的简单应用在附录中给出。

本书的参考学时为 64 学时,其中理论学时为 56 学时,实验学时为 8 学时。当然讲授内容也可以根据课程设置的具体情况、专业特点和教学要求自由取舍。本书配有电子教案、MATLAB 应用程序等教辅材料,欢迎任课教师索取。

在第 2 版中,第 1、2、3、4、6、7 章的调整、修订和编写由陈树新完成,第 5 章的调整、修订和编写由太原理工大学康莉完成,第 8 章的实验部分由郭英和樊昌周编写,最后由陈树新对全书进行了统稿,并担任主编。

本书在编写构思和选材过程中,参阅了大量的国内外文献,在此向相关作者表示敬意和感谢。

承蒙西北工业大学张会生教授审阅了全书,并提出了许多宝贵的修改意见,在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中难免存在错误和不足,恳请广大读者批评指正。

E-mail: chenshuxin68@sina.com

编者

2010 年 8 月

第1版前言

随着电子技术及计算机技术的飞速发展,数字信号处理的新理论和新技术层出不穷,目前它已成为应用最快、成效最显著的学科之一,广泛地应用于通信、语音、雷达、地震、图像、生物医学、遥感遥测、地质勘探、航空航天、故障监测、自动化仪表、家电等领域。作为电子信息类学科的一门专业课或专业基础课,数字信号处理是多门课程相互连接的桥梁和纽带,它实现了从理论到实践的相互过渡,对于培养学生理论分析和综合应用能力有着非常重要的作用。

全书共分8章,主要介绍数字信号处理的有关理论和技术,利用 SystemView 系统仿真软件,对课程中重要的内容进行实验和演示。具体章节内容安排如下:第1章连续信号与系统的分析,实际上这部分属于“信号与线性系统”课程的内容。通过对这部分内容的回顾或学习,能够为数字信号处理内容的学习提供一个系统的理论铺垫,便于更加透彻地理解新出现的概念。第2章时域离散信号与系统的时域分析,主要针对时域分析的基本原理、基本概念、基本方法进行了描述。第3章时域离散信号与系统的频域分析,介绍序列的傅里叶变换定义及性质,分析时域离散信号与模拟信号傅里叶变换之间的关系,讨论 Z 变换及其应用,讲解时域离散系统的基本网络结构,为今后数字滤波器的设计打下基础。第4章离散傅里叶变换及其快速算法,这是本书的重点章节,主要对离散傅里叶变换和逆变换进行分析,研究频域取样定理,对快速傅里叶变换的实现方法和特点进行描述,在此基础上,讲解 DFT 的应用。第5章 IIR 数字滤波器的理论与设计,讲解数字滤波器的基本概念,介绍模拟滤波器的设计过程,研究、分析和比较模拟滤波器到数字滤波器转换的各种方法和它们的性能。第6章 FIR 数字滤波器的理论与设计,分析和研究 FIR 数字滤波器特性,介绍利用窗函数和频率取样法设计滤波器的原理和过程。第7章数字信号处理的硬件实现,在学习有关数字信号处理理论的基础上,这一章主要介绍数字信号处理技术和方法,同时还对 DSP 芯片以及它们的开发工具和环境进行介绍。第8章实训与演示,在介绍信号级的系统仿真软件 SystemView 的基础上,根据课程的重点内容,编写4个实验,供读者参考和使用。本书前4章介绍数字信号处理的基本理论,属于理论篇;第5章和第6章介绍数字信号处理的实用技术,属于技术篇;后两章对数字信号处理的实际应用方法进行介绍,属于应用篇。

本书在选材上注重数字信号处理理论的系统性、实用性与现代信号处理技术先进性的有机结合;在内容编排上,强调内容的提炼,避免抽象的理论表述与复杂的数学推导,加强必要的物理概念和应用背景的讲解;在编写上,力求简明扼要,深入浅出,着重基本概念、基本原理和基本技术的阐述。本书全部讲解的参考学时为64学时,当然讲授内容也可以根据课程设置的具体情况、专业特点和教学要求自由取舍。例如,为了减少课时,可以仅讲解理论篇和应用篇,对技术篇进行简单的介绍;或者仅讲解理论篇和技术篇,对应用篇进行简单的介绍。为了便于授课,本书配有电子教案以及软件仿真源代码。

本书第1、2、3、4、5、6、7章由陈树新编写,第8章由罗卫兵编写,陈树新规划统稿全书。在本书的编写过程中,始终得到西北工业大学张会生教授的关心与支持;博士研究生邓妍同学和硕士

研究生李宏博同学对本书的初稿进行了阅读,并提出了许多宝贵意见,在此表示感谢。

承蒙原西北大学计算机系主任刘德安教授审阅全书,并提出了许多宝贵的修改意见。在此表示衷心的感谢。

由于数字信号处理的理论和技术发展迅速,编者水平有限,书中难免存在错误和不足之处,恳请读者批评指正。

E-mail: chenshuxin68@sina.com

编者

2005年6月

本书使用的符号与说明

符号	名称
$x(t)$	时域连续信号或函数
$x(n)$	时域离散信号或序列
$\tilde{x}(n)$	周期序列
$ X(e^{j\omega}) $	幅度频谱
$\varphi(\omega)$	相位频谱
$X_a(j\Omega)$	模拟信号的傅里叶变换
$X(e^{j\omega})$	序列信号的傅里叶变换
ω_c	为 3 dB 通带截止频率
α_p	通带内允许的最大衰减系数
α_s	阻带内允许的最小衰减系数
ω	数字角频率(rad)
ω_p	通带截止频率
ω_s	阻带截止频率
$\Delta\omega$	过渡带
λ	归一化频率
Ω	模拟角频率(rad/s)
T	取样周期
$h(t)$	单位冲激响应
$h(n)$	单位序列响应
$\hat{h}_a(t)$	取样信号
$g_r(t)$	矩形脉冲(门函数)
f_s	取样频率
$\delta(t)$	冲激函数
$\delta(n)$	单位序列
$\varepsilon(t)$	阶跃函数
$\varepsilon(n)$	单位阶跃序列
$\delta_T(t)$	周期性冲激函数
$H(s)$	系统函数(连续系统)
$H(z)$	系统函数(离散系统)
$H(e^{j\omega})$	系统的频率响应或系统的频谱函数
c_r	$H(z)$ 的零点
d_r	$H(z)$ 的极点
$R_N(n)$	矩形序列
$w(n)$	窗函数

目 录

理 论 篇

第 1 章 连续信号与系统的分析	3
1.1 连续信号与系统的时域分析	3
1.1.1 信号的分类	3
1.1.2 阶跃信号和冲激信号	5
1.1.3 系统的分类	7
1.1.4 冲激响应与线性卷积积分	9
1.2 连续信号与系统的频域分析	10
1.2.1 周期信号的频谱分析	10
1.2.2 非周期信号的频谱分析	11
1.2.3 傅里叶变换的性质及应用	13
1.3 连续信号与系统的复频域分析	16
1.3.1 拉普拉斯变换	17
1.3.2 拉普拉斯变换的性质	20
1.3.3 拉普拉斯逆变换	21
1.4 系统函数与系统特性分析	24
1.4.1 系统函数	24
1.4.2 零、极点分布对系统特性的影响	25
小 结	27
习 题	28
第 2 章 时域离散信号与系统的时域分析	31
2.1 时域离散信号	31
2.1.1 常用的典型序列	31
2.1.2 序列的运算	35
2.2 时域离散系统	36
2.2.1 线性时不变离散系统	36
2.2.2 离散系统的因果性和稳定性	39
2.3 模拟信号的数字处理方法	41
2.3.1 取样及取样定理	41
2.3.2 数字信号转换成模拟信号	44
小 结	45

习 题	46
第 3 章 时域离散信号与系统的频域分析	48
3.1 序列的傅里叶变换	48
3.1.1 序列傅里叶变换的定义	48
3.1.2 序列傅里叶变换的性质	49
3.1.3 $X_s(j\Omega)$ 与 $X(e^{j\omega})$ 之间的关系	54
3.2 序列的 Z 变换	57
3.2.1 Z 变换的定义	57
3.2.2 序列特性对收敛域的影响	59
3.2.3 逆 Z 变换	61
3.2.4 Z 变换的主要性质和定理	65
3.3 利用 Z 变换分析线性离散系统	67
3.3.1 差分方程的 Z 变换解	67
3.3.2 系统函数的构建与分析	69
3.4 离散系统的基本网络结构	72
3.4.1 用信号流程图表示网络结构	73
3.4.2 无限长脉冲响应基本网络结构	74
3.4.3 有限长脉冲响应基本网络结构	78
小 结	79
习 题	81
第 4 章 离散傅里叶变换及其快速算法	84
4.1 DFT 的定义及物理意义	84
4.1.1 DFT 的定义	84
4.1.2 DFT 和 Z 变换的关系	85
4.1.3 DFT 的线性和周期性	86
4.2 离散傅里叶变换的性质	88
4.2.1 循环移位性质	88
4.2.2 循环卷积定理	89
4.2.3 DFT 的对称性	91

4.3 频域取样定理	93	4.5.1 FFT 算法实现的特点与规律	101
4.3.1 频域取样过程	93	4.5.2 改进 FFT 算法措施	103
4.3.2 利用频域取样信号恢复原始信号	94	4.6 FFT 的应用举例	105
4.4 快速傅里叶变换(FFT)	95	4.6.1 利用 FFT 计算 IDFT	105
4.4.1 从 DFT 到 FFT	95	4.6.2 利用 FFT 计算线性卷积	106
4.4.2 时域抽取法基-2FFT 算法	96	4.6.3 利用 DFT 对信号进行谱分析	108
4.4.3 频域抽取法基-2FFT 算法	99	小 结	111
4.5 FFT 算法实现和改进措施	101	习 题	112

技 术 篇

第 5 章 IIR 数字滤波器的理论与设计	117	习 题	145
5.1 数字滤波器的基本概念	117	第 6 章 FIR 数字滤波器的理论与设计	146
5.1.1 数字滤波器的分类	117	6.1 FIR 数字滤波器特性	146
5.1.2 数字滤波器的技术要求和设计步骤	119	6.1.1 线性相位条件	146
5.2 模拟滤波器的设计	121	6.1.2 线性相位 FIR 滤波器幅度特性	149
5.2.1 模拟低通滤波器的设计指标	121	6.1.3 线性相位 FIR 滤波器零点分布和网络结构	152
5.2.2 巴特沃斯低通滤波器的设计	122	6.2 利用窗函数法设计 FIR 滤波器	154
5.2.3 模拟高通、带通、带阻滤波器的设计	126	6.2.1 窗函数设计法的基本思想	154
5.3 IIR 数字滤波器的设计	130	6.2.2 常用的窗函数	158
5.3.1 利用脉冲响应不变法设计 IIR 数字低通滤波器	131	6.2.3 用窗函数法设计 FIR 滤波器	161
5.3.2 利用双线性变换法设计 IIR 数字低通滤波器	134	6.3 利用频率取样法设计 FIR 滤波器	163
5.3.3 利用模拟滤波器设计 IIR 数字高通、带通和带阻滤波器	139	6.3.1 FIR 网络的频率取样结构	163
5.3.4 IIR 数字滤波器的直接设计法——零极点累试法	142	6.3.2 频率取样法的基本思想	165
小 结	143	6.3.3 频率取样法需要解决的问题与对策	166
		6.4 IIR 和 FIR 数字滤波器的比较	170
		小 结	171
		习 题	174

应 用 篇

第 7 章 DSP 技术的应用	179	7.2.1 哈佛结构	184
7.1 DSP 技术的概念及其发展	180	7.2.2 硬件乘法器和特殊的 DSP 指令	185
7.1.1 DSP 系统的基本概念	180	7.2.3 指令系统的多级流水线	186
7.1.2 芯片选择	181	7.2.4 其它特点	186
7.1.3 DSP 发展	183	7.3 德州仪器公司(TI)的系列 DSP	187
7.2 DSP 处理器的主要结构特点	184	7.3.1 TMS320C2000 系列 DSP	187

7.3.2	TMS320C5000 系列 DSP	189	实验 1	MATLAB 基础及基本信号产生	209
7.3.3	TMS320C6000 系列 DSP	193	实验 2	时域取样与频域取样	213
7.4	DSP 的开发环境	196	实验 3	信号、系统及响应	221
7.4.1	C 编译器	197	实验 4	应用快速傅里叶变换对信号进行 频谱分析	224
7.4.2	汇编语言工具	199	实验 5	用脉冲响应不变法设计 IIR 滤波器	226
7.4.3	系统集成与调试工具	200	实验 6	用窗函数法设计 FIR 滤波器	228
7.4.4	集成开发环境 CCS 简介	204	* 实验 7	信号幅度调制与解调	231
7.4.5	DSP 的操作系统	205	* 实验 8	信号滤波	234
小 结		206	* 实验 9	电话拨号音合成与识别	235
习 题		207			
第 8 章	数字信号处理实验	208			
附录	MATLAB 编程简介	238			
部分习题解答		248			
参考文献		253			

理 论 篇

第 1 章

连续信号与系统的分析

“信号”和“系统”是两个紧密关联的概念,信号在系统中按一定规律运动着和变化着,系统受输入信号的驱动,并对它进行“加工”和“处理”,之后发送输出信号。因此,输入信号常称为激励,而输出信号常称为响应。如果以时间为自变量,研究连续信号通过系统后的响应就被称为连续信号与系统的时域分析。除了时域分析之外,频域分析是信号与系统分析的另一重要手段,利用频域分析法可以加深理解滤波器系统中非常重要的带宽概念,对信号的功率谱分析也极为有利。

本章将介绍连续信号与系统的时域分析,在对信号和系统频域分析的基础上,引入复频域分析方法,它的引入极大地拓宽了人们的“视野”,使过去不易解决或不能解决的信号与系统问题得到了比较满意的结果。本章最后将对系统函数以及系统特性进行分析。

1.1 连续信号与系统的时域分析

信号通常可表示为时间函数,如果以时间作为自变量,不仅可以研究连续信号本身的特性,而且还可以研究连续信号通过系统以后的响应,这种研究方法称为连续信号与系统的时域分析。

1.1.1 信号的分类

信号是消息的表现形式,通常体现为随若干变量而变化的某种物理量。在数学上,信号也可以描述为一个或多个独立变量的函数。例如,在电子信息系统中,常用的电压、电流、电荷或磁通等都可以是信号,这类信号可以理解为时间 t 或其它变量的函数;在气象观测中,由探空气球携带仪器测量得到的温度、气压等数据信号,可看成是随海拔高度 h 变化的函数;又如在图像处理系统中,描述平面黑白图像像素灰度变化情况的图像信号,可以表示为平面坐标位置的函数,等等。

如果信号是单个独立变量的函数,称这种信号为一维信号。一般情况下,信号为 n 个独立变量的函数时,就称为 n 维信号。本书只讨论一维信号,并且,为了方便起见,一般都将信号的自变量设为时间 t 或序号 k 。连续信号通常可表示为时间函数 $x(t)$ 。

与函数一样,一个实用的信号除用解析式描述外,还可用图形、测量数据或统计数据描述。通常,将信号的图形表示称为波形或波形图。

信号随时间变化的规律是多种多样的,为了便于研究和分析,信号可以从不同的角度进行

分类。

1. 确定信号和随机信号

从数学观点来看,信号是时间的函数。如果某一信号可以用明确的数学表达式表示,则称该信号为确定信号,如图 1.1.1(a)所示。有些信号没有确定的数学表达式,当给定一个时间值时,信号的取值并不确定,通常只知道它取某一数值的概率,则称这种信号为随机信号,如图 1.1.1(b)所示。

严格地说,所有携带信息的信号都是随机信号,对于接收者来说并不能确定地预知信号在某一瞬间的取值,因此,研究随机信号时需要使用统计的观点和方法。

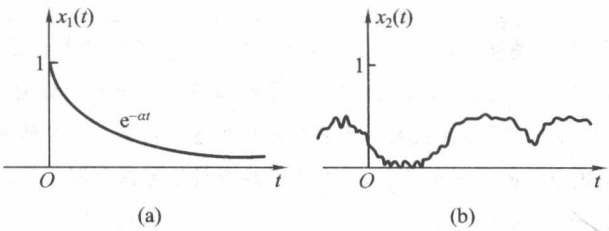


图 1.1.1 确定信号与随机信号波形

2. 连续信号和离散信号

在连续时间范围内($-\infty < t < \infty$)有定义的信号称为连续时间信号,简称连续信号。这里“连续”是指函数的定义域——时间是连续的,至于信号的值域可以是连续的,也可以不是,波形如图 1.1.2(a)所示。

与连续信号相对应,仅在一些离散的瞬间才有定义的信号被称为离散时间信号,简称离散信号(或时域离散信号)。这里“离散”是指信号的定义域——时间是离散的,信号只取某些规定时刻的值。如果信号的自变量是时间 t ,那么离散信号是定义在一些离散时刻的值,在其余时间将不予定义,其波形如图 1.1.2(b)所示。如果离散信号的值域取值是离散的,那么这种时域离散信号就被称为数字信号。

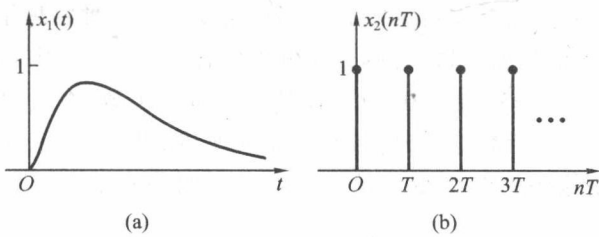


图 1.1.2 连续信号与离散信号波形

3. 周期信号和非周期信号

在 t 取值范围($-\infty < t < \infty$)中,存在一个非“0”有限值 T ,如果信号 $x(t)$ 满足

$$x(t) = x(t+nT), n=0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{1.1.1}$$

则称 $x(t)$ 为周期信号,周期为 T 。

反之,不能满足此关系的信号称为非周期信号。实际上,不存在严格按数学定义的周期信号,因为任何信号都有开始时间和结束时间,但如果在比较长的时间内信号是重复着某一变化规律的确定信号,则可以近似地认为是周期信号。图 1.1.3 描述了连续周期信号与离散周期信号波形。

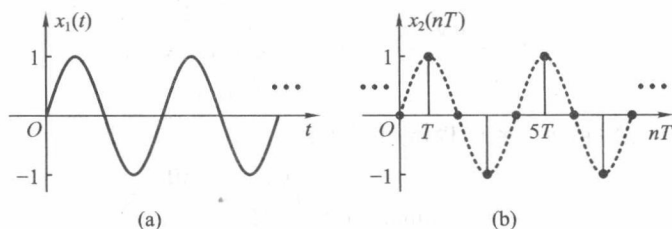


图 1.1.3 连续周期信号与离散周期信号波形

4. 实信号和复信号

物理可实现的信号通常是时间 t 的实函数,其在各时刻的函数值为实数,这种信号被称为实信号。函数值为复数的信号称为复信号,最常用的是复指数信号。连续时间的复指数信号可表示为

$$x(t) = e^{st} = e^{(\sigma + j\Omega)t} = e^{\sigma t} \cos(\Omega t) + je^{\sigma t} \sin(\Omega t) \quad (1.1.2)$$

可见,一个复指数信号可分解为实、虚两部分,而 $e^{\sigma t} \cos(\Omega t)$ 和 $e^{\sigma t} \sin(\Omega t)$ 均为实信号。它们频率相同,如果 $\sigma < 0$,幅度随时间变化的作正(余)弦衰减振荡。 s 的实部 σ 表征了该信号幅度随时间变化的状况,虚部 Ω 表征了其振荡角频率。

5. 功率信号和能量信号

如果一个信号 $x(t)$ (电流或电压)作用在 1Ω 电阻上,瞬时功率为 $|x(t)|^2$,在时间 $(-T/2, T/2)$ 内消耗的能量 E 和功率 S 分别为

$$E = \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt, S = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt \quad (1.1.3)$$

当 $T \rightarrow \infty$ 时,如果 E 存在, $x(t)$ 称为能量信号,此时平均功率 $S=0$ 。反之,如果 $T \rightarrow \infty$ 时 E 不存在(无穷大),而 S 存在,则 $x(t)$ 称为功率信号。

周期信号一定是功率信号,非周期信号可以是功率信号,也可以是能量信号。

1.1.2 阶跃信号和冲激信号

对于一般的连续信号如正弦信号等,通常可以表示为时间函数 $x(t)$,它表明自变量时间与函数数值之间的对应关系,这类函数被称为普通函数。但是,在实际应用中如果要考察某些物理量在空间或时间坐标上集中于一点的物理现象,普通函数的概念就不够用了,这时就必须引入一种全新的数学模型,也就是奇异函数。阶跃函数和冲激函数就是这样一类奇异函数,它们的描述方法完全不同于普通函数,它们的信号表现形式就是阶跃信号和冲激信号。下面就从极限概念入手对它们进行分析研究。

设有一个函数为

$$\gamma_n(t) = \begin{cases} 0, & t < -1/n \\ 1/2 + nt/2, & -1/n < t < 1/n \\ 1, & t > 1/n \end{cases} \quad (1.1.4)$$

它是在区间 $(-\infty < t < \infty)$ 上都有定义的可微函数,其导数可以表示为

$$p_n(t) = \frac{d\gamma_n(t)}{dt} = \begin{cases} 0, & t < -1/n \\ n/2, & -1/n < t < 1/n \\ 0, & t > 1/n \end{cases} \quad (1.1.5)$$

对式(1.1.4)和式(1.1.5)取 $n \rightarrow \infty$ 的极限可以得到

$$\epsilon(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \gamma_n(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1/2, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (1.1.6)$$

$$\delta(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} p_n(t)$$

图 1.1.4 给出了阶跃函数和冲激函数的图形描述。根据以上讨论可知,阶跃函数与冲激函数的关系是

$$\epsilon(t) = \int_{-\infty}^t \delta(x) dx, \quad \delta(t) = \frac{d\epsilon(t)}{dt} \quad (1.1.7)$$

英国物理学家狄拉克(P. M. Dirac)给出了冲激函数的另一种定义

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t=0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (1.1.8)$$

式(1.1.8)的含义表明在冲激函数波形下的面积等于1。

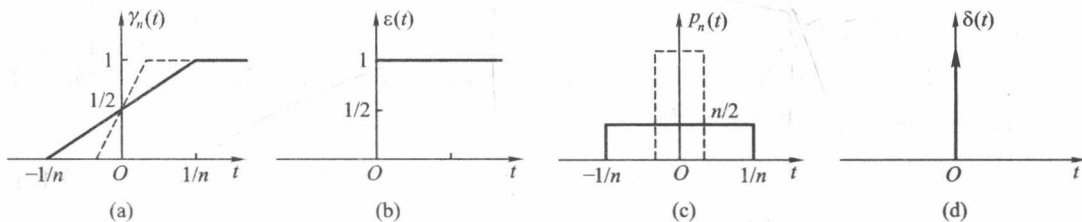


图 1.1.4 阶跃函数和冲激函数

冲激函数 $\delta(t)$ 表示在 $t=0$ 处的冲激,如果在 $t=t_1$ 处出现的冲激可写为 $\delta(t-t_1)$ 。假设 a 是常数,则 $a\delta(t)$ 表示出现在 $t=0$ 处,强度为 a 的冲激函数;如 a 为负值,则表示强度为 $|a|$ 的负冲激。数学家施瓦兹(L. Schwartz)在1945—1950年间对这类奇异函数给出了严格的数学定义,为研究奇异函数奠定了基础。下面研究冲激函数的两个重要性质。

1. $\delta(t)$ 是偶函数

因为

$$\delta(t) = \frac{d\epsilon(t)}{dt}$$

对上式以 $-t$ 换为 t ,有