

发现诗意的数学

FAXIAN SHIYI DE
SHUXUE

黄东坡 / 著

——我的数学教育理想

走进美妙的数学世界
叩开数学学习的科学大门
延拓数学教育的时空
抒写我的数学教育理想

发现诗意的数学

——我的数学教育理想

黄东坡 / 著

走进美妙的数学世界

叩开数学学习的科学大门

延拓数学教育的时空

抒写我的数学教育理想

图书在版编目(CIP)数据

发现诗意的数学：我的数学教育理想/黄东坡著.

武汉：湖北人民出版社，2014.12

ISBN 978-7-216-08436-9

I. 发… II. 黄… III. 数学课—教学研究—中小学

IV. G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第267512号

出品人：袁定坤

责任部门：基础教育分社

责任编辑：王 隽

封面设计：王 丹

责任校对：胡晨辉

责任印制：杜义平

法律顾问：王在刚

出版发行：湖北人民出版社

印刷：湖北恒泰印务有限公司

开本：787毫米×1092毫米1/16

字数：216千字

版次：2014年12月第1版

书号：ISBN 978-7-216-08436-9

地址：武汉市雄楚大道268号

邮编：430070

印张：13.5

插页：3

印次：2014年12月第1次印刷

定价：28.00元

本社网址：<http://www.hbpp.com.cn>

本社旗舰店：<http://hbrmcbs.tmall.com>

读者服务部电话：027-87679656

投诉举报电话：027-87679757

(图书如出现印装质量问题，由本社负责调换)

前言

数学教育的理想与理想的数学教育

已故著名作家王小波曾言：“一个人只拥有一生一世是不够的，他还应该拥有诗意的世界。”

在应试教育面前，有的人是狂热的追随者，有的人是被动的接受者，有的人是默默的批判者，而我坚持我的自由意志。

我们批评应试教育，但我们都和我们所批评的东西如此相似；我们与应试教育抗争，而我们抗争的手段却来自应试教育；我们试图逃离应试教育，最终却发现应试教育就是我们自己。

德国著名哲学家尼采说：“在自己身上，克服这个时代。”

面对有巨大历史惯性与现实存在的应试教育，我追寻我的数学教育的理想。

徜徉在广远而浩荡的数学发展历史长河中，追寻大师的足迹，聆听圣贤的声音。数学是打开科学大门的钥匙，是锻炼思维的强脑体操；数学是人类最杰出的智力创造，是人类最独特的心灵创作；数学是纯美的艺术。数学家的造型与画家或诗人的造型一样，必须美，不美的数学在世界上是找不到永久地位的。

置身于灿烂而丰厚的数学文化场景里，触摸数学文化的脉搏，感受数学文化的力量：辩证的知识联系，引人入胜的数学问题，具有普适性的思想，激动人心的故事；知识的理解，方法的感悟，思想的绽放，审美的引领。

我憧憬理想的数学教育。

让数学趣味充实课堂，使数学的美妙浸润灵魂，把数学文化传播撒心田。

唤醒沉睡的潜能，开启幽闭的心智；高扬理性精神，给思维插上翅膀。

科学大师爱因斯坦说过：“不管时代的潮流和社会的风尚怎样，人总可以凭着自己高贵的品质，超脱时代和社会，走自己正确的道路。”

在数学教育的世界诗意栖住。

“我看青山多妩媚，料青山看我应如是。”

诗意只向诗意述说，

诗意只为诗意盛开，

诗意只被诗意理解。

黄东坡

2014. 11. 10

目录 / CONTENTS

第1章 走进美妙的数学世界

- 我眼中的数学 / 2
- 神圣的数 / 6
- 美丽的形 / 11
- 证明的力量 / 15
- 数学与绘画 / 19
- 数学与音乐 / 23
- 大自然的数学情缘 / 27
- 抽象的质感 / 31
- 数学与诗歌 / 36
- 数学与哲学 / 41
- 大师说数学 / 45
- 思维的嬗变 / 49

第2章 追寻数学教育的理想

- 探索数学教育的价值 / 54
- 反思数学学习的缺失 / 57
- 追求多维度的数学学习目标 / 59

文化视野下的数学学习 / 62

坚守我的数学教育理想 / 66

数学教育的文化胸襟 / 72

跨界的视野

——中国画的启示 / 76

提升智慧的数学竞赛 / 80

数学与艺术意蕴 / 83

第3章 叩开数学学习的科学大门

关注数学阅读 / 88

温故而知新 / 91

提示数学特长生的学习特点 / 94

优化数学学习过程的设计 / 97

做中学 / 100

数学知识类型与学习方式的选择 / 103

学会探究 / 106

怎样解题 / 110

解题中的心智活动 / 113

解题心语 / 116

游戏与数学 / 125

第4章 延拓数学教育的时空

质数的孤独 / 130

“7”彩世界 / 134

幻方 / 137

计算工具的变迁 / 140

传承千年的美丽

——平面几何的故事 / 142

方程的欣赏 / 145

求根公式的追问 / 148

华罗庚的治学瑰宝 / 151

数学英雄——欧拉 / 154

数学王子——高斯 / 157

不一样的拿破仑 / 160

我思故我在 / 163

从勾股定理到欧拉方程猜想 / 166

现代计算机之父——冯·诺依曼 / 169

爱因斯坦的启示 / 171

聆听永恒的“圆舞曲” / 175

美丽的镶嵌 / 179

对称之美 / 181

世纪的宣言——希尔伯特问题 / 185

第5章 抒写我的数学教育理想

跨越——从基础到能力 / 190

乘着思维的翅膀 / 192

十年，一路躬行一路思 / 195

俱怀逸兴壮思飞 欲上青天揽明月
——文化视野下的精英数学 / 198

问津千年事 寻道万古情 / 200

全国各地交流巡讲活动留影 / 203

第1章

走进美妙的数学世界

抽象的符号、枯燥的公式、繁难的计算、复杂的证明，人们对数学的偏见根深而蒂固。

换一种方式认识数学，不仅会使数学学习变得有趣又相对轻松，而且更能令我们明白许多发生在身边，而从前却只能是雾里看花的人生哲学。

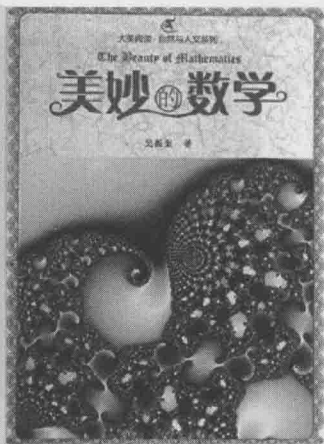
DNA 双螺旋结构、螺线形贝壳、茉莉花瓣曲线……大自然有着深厚的数学情缘；从古希腊的拼砖到中国的窗棂，从阿尔布拉的穆斯林艺术家的奇巧设计到埃舍尔美妙的镶嵌绘画，镶嵌图案深深打上了数学的烙印；达·芬奇绘画中的黄金分割，毕加索在画布上创造的四维时空，绘画艺术被数学深刻影响了。

推开瞭望数学的另一扇窗口，我们将看到一个神奇而美丽的数学世界。

数学不再是象牙塔中供奉的偶像，数学已经步入尘世中。

数学已经使人类心灵的目光穿过无限的时间，使人类心灵的手延伸到无边无际的空间。

英国著名物理学家狄拉克曾说：“在数学家的游戏中，数学家自己发明规则，而在物理学家的游戏中，规则都是自然界提供的。但随着时间的流逝，这种情况就变得更明显了：数学家感到有趣的规则正好就是自然界所选择的规则。”



我眼中的数学

数学是什么？这是数学观中最根本的问题，如同哲学中的基本问题：“我是谁？我从哪里来？将向何处去？”这一根本的问题影响着我们的教学方式，决定着我们的教育高度。

美国数学教育家隆贝尔格曾经指出：改革数学教育最迫切的问题在于改革学校师生对数学整体的宏观观念。

伽利略说：“数学是上帝描述宇宙时所用的语言。”

高斯的名言是：“数学是科学的女王。”

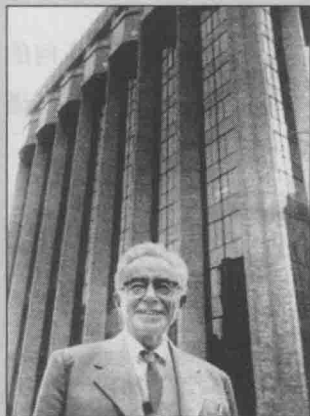
恩格斯说：“数学是关于现实世界的空间形式和数量关系的科学。”

数学家、哲学家怀特海在《数学与善》一书中指出：“数学就是对模式的研究。”

现代计算机之父冯·诺依曼说：“如果有人不认为数学是简单的，那只是因为他们没有认识到生活是何等复杂。”



太空中的螺旋形。



柯朗(1888—1972)与柯朗数学科学研究所。



这是由美国著名数学家 R. 柯朗编着的一本数学家经典名著，它搜集了许多经典的数学珍品，给出了数学世界中有趣的、深入浅出的图画，对整个数学领域中的基本概念与方法，做了生动而精深的阐述。

柯朗在《什么是数学》一书中写道：“数学作为人类智慧的表达形式，反映生动活泼的意志，深入细致的思考，以及完善和谐的愿望，它的基础是逻辑和直觉、分析和推理、共性和个性。”

今天，人们普遍认同：数学是结构、顺序，以及从数、测量和描述物体形状发展而来的关系的科学。

数学是抽象的，也是具体的；是演绎的，也是归纳的；是科学的，也是艺术的；是发现的，也是发明的。

在我眼中，数学是神奇的，化复杂为简单，化无形为可见；给人力量感、解放感。

人类历史上的每一重大事件的背后都有数学的身影，哥白尼的日心说、牛顿的万有引力定律、无线电波的发现、孟德尔的遗传学、爱因斯坦的相对论、达·芬奇的绘画、巴赫的 12 平均律、晶体结构的确定、DNA 双螺旋结构的打开、CT 扫描、网络通信中的信息安全等与数学有密切联系。

现代数学，这个最令人惊叹的智力创造，已经使人类心灵的目光穿过无限的时间，使人类心灵的手延伸到无边无际的空间。



英国数学家哈代（1877—1947）。

在我眼中，数学是美丽的，代数的优雅，几何的神韵；精巧的构造，深入的推理；明快的语言，严谨的结构。

哈代说：“数学家的造型与画家或诗人的造型一样，必须美，不美的数学在世界上是找不到永久地位的。”

狄拉克说：“我没有试图直接解决某一物理问题，而只是试图寻找某种优美的数学。”

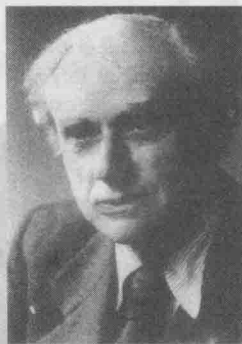
纵观数学漫长的发展史，可以看到能够做出数学发现的人，是具有感受数学中秩序、和谐、整齐和神秘之美的能力的人。

数学之美还在于它的广泛的应用性。

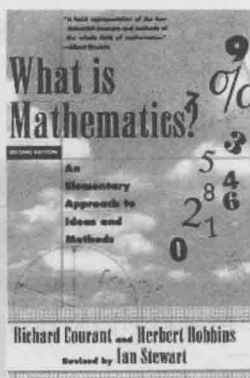
GPS定位、公钥和在线安全、谷歌搜索引擎、图像压缩、计算机断层扫描、隐形等，数学在自然科学、医学、生物学、信息技术、绘画、音乐、建筑、社会科学中有诸多应用。

在我眼中，数学具有科学与艺术的两重气质，兼备工具与文化的双重品格。

实际上，数学是一门艺术，是一门通过发展概念和技巧以使人们更为轻松地前进，从而避免蛮力计算的艺术。



狄拉克是英国著名物理学家，是剑桥大学继牛顿、麦克斯韦之后的又一代宗师，他是数学美坚定的信仰者与追求者。狄拉克1956年访问莫斯科大学，他遵照这所大学的传统，在黑板上题词并被永久地保存下来。他在黑板上写的是：“一个物理学定律必须具有数学美。”



柯朗的《数学是什么》。

数学是一种语言，是一切科学的共同语言；数学是一把钥匙，一把打开科学大门的钥匙；数学是一种工具，一种思维的工具；数学是一门艺术，一门创造性的艺术。

数学提醒我们有无形的灵魂，改变我们的思维方式；涤尽我们的蒙昧与无知。

数学教育是 21 世纪人才培养竞争的重要场所。



神圣的数

自从远古的猎人在结束一天的捕猎后清点他们的猎物起（计数），人类就开始把数字作为认识世界的重要工具。

“万物皆数”，这是古希腊毕达哥拉斯学派的著名论断。

数字同事物密不可分，高度抽象并从任何具体事物中剥离而升华的“数”是人类认识世界的一个重要方式。

《老子》中“道生一，一生二，二生三，三生万物”，既蕴含着对八卦、易图的诠释，又是对数乃至整个世界的看法。

如果把数学看成一个庞大的管弦乐队，那么数就是一面鼓：简单、直接、反复，为其他乐器提供基础节奏。

从自然数到分数，从分数到有理数，从有理数到实数、复数、四元数，数的概念的每一次扩展，都为数学提供新的理论，带来新的方法，也开辟新的研究方向。



本书由著名科普作家、翻译家谈祥柏所著。

在数学领域中，数论的风格极为独特。数论是人类知识最古老的一个分支，然而它的一些最深奥的秘密与其最平凡的真理是密切相连的。

著名物理学家麦克斯韦说：“可以说是数统治着整个量的世界，而算术的四则运算可以看作是数学家的全部装备。”



0.618、光速 c 、圆周率 π 、复利计算中自然对数的底 e 、阿伏伽德罗常数等都是宇宙中常数的经典，它们是在定义我们世界中各种不同对象的方程和公式中具有重大作用的一些数。

亲和数、圣经数 153、斐波那契数列、数字黑洞、魔鬼数 666……数具有魔术般的魅力，与数字的邂逅，简单而美丽。

普罗克勒斯说：“哪里有数，哪里就有美。”

二

自然数是数学研究的永恒课题，自从数的概念诞生以来，它不仅具有计算的功能，还被赋予了神秘的色彩，体现了人类对数字的崇拜与禁忌。

如数字“3”关联着丰富的事物。

基督教的三个特征：信仰、希望、爱。

基督教的三位一体：圣父、圣子、圣神。

印度教的三个阶段：创世、持续、毁灭。

法国大革命的三种美德：自由、平等、友爱。

逻辑学的三段论：大前提、小前提、结论。

物理学中的三维空间：中间、侧面、垂直。

又如数字“9”在西方是一个内涵丰富的数，它象征着正义，因为它的平方根是 ± 3 ，它的因数是 3 和 3。在中华民族文化中，9 与“久”同义，所以，许多古代建筑都以“9”为基础，如古塔的层数、桥洞的孔数等；在天文学中，月亮的运行有“九行”之说、天体的界定有“九重”之分；水有“九州”，官设“九品”，棋手高下分“九段”，萦绕迂回称“九曲”。

三

我们处在一个信息化时代，而表达信息的重要方式之一是数据。

在信息化社会，我们时刻面对着汹涌而来的各种数据。对数据进行恰当分析处理，发现规律，作出判断，是现代人必备的基本素养。

20 世纪 90 年代，美国麻省理工学院教授尼葛洛庞帝曾写出一本畅销全球的



预测未来的最好办法就是把它创造出来。

信息技术的革命将把受制于键盘和显示器的计算机解放出来，使之成为我们能够与之交谈与之一道旅行，能够抚摸甚至能够穿戴的对象，这些发展将变革我们的学习方式、工作方式、娱乐方式。

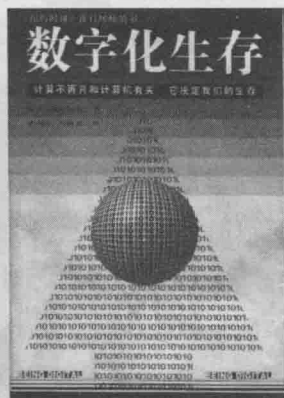
书——《数字化生存》。他说：“在广袤浩瀚的宇宙中，数字化生存能使每个人变得更容易接近，让弱小的孤寂者也能发出他们的心声。”

心中有数、数字化生存、借助数据推断是现代人的生活状态和思维方式。

“蓝蓝的天上白云飘，白云下面数据跑。”

奥斯卡获奖影片《在云端》展示了当代人“云端生活”的场景。

在云时代，人类与云的距离，不再需要仰望天空，而只需鼠标轻点，指尖滑过；在云时代，云端之上不再是神明，而是内涵丰富的数字0和1。



《数字化生存》——尼葛洛庞帝。