丛书主编/王后雄

考点

同步解读

高中数学 2（必修）

本册主编/马春华

考点分类精讲　方法视窗导引

Kaodian
Tongbu Jiedu

误区盲点预警　题型优化测训

紧扣课标，直击高考，突破难点，解析疑点，化整为零，各个击破，点线面全方位建构“同步考点”攻略平台。

由“母题”发散“子题”，理顺“一个题”与“多个题”的关系，寻找“一类题”在思维方法和解题技巧上的“共性”，通吃“千张纸，万道题”，实现知识“内化”，促成能力“迁移”。

新课标 Xinkebiao
華中師範大學出版社
Huazhong Normal University Press

丛书主编/王后雄

Kaodian
Tongbu Jiedu

考点同步解读

高中数学 2（必修）

本册主编/马春华

随书赠送 5 套试卷

新课标 Xinkebiao
華中師範大學出版社 Huazhong Normal University Press

新出图证(鄂)字 10 号

图书在版编目(CIP)数据

考点同步解读 高中数学2(必修)/丛书主编：王后雄 本册主编：马春华
—武汉：华中师范大学出版社，2011.1（2011.10 重印）
ISBN 978-7-5622-4638-1
Ⅰ.①考… Ⅱ.①王… Ⅲ.①数学课-高中-教学参考资料
Ⅳ.①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 208084 号

考点同步解读 高中数学2(必修)

丛书主编：王后雄 本册主编：马春华
责任编辑：涂 庆 责任校对：易 雯 封面设计：甘 英
选题设计：华大鸿图编辑室（027—67867361）
出版发行：华中师范大学出版社 ©
社址：湖北省武汉市洪山区珞喻路 152 号
销售电话：027—67867076 027—67867371 027—67865356
传真：027—67865347 邮购：027—67861321
网址：http://www.ccnupress.com 电子信箱：hscbs@public.wh.hb.cn
印刷：湖北恒泰印务有限公司 督印：章光琼
字数：270 千字
开本：889mm×1194mm 1/16 印张：10.75
版次：2011 年 1 月第 1 版 印次：2011 年 10 月第 6 次印刷
定价：21.80 元

欢迎上网查询、购书

《考点同步解读》使用图解

考点解读

呈现新课标内容要素,锁定不同版本教材要求,指明学习和考试的具体考点及目标。

学法导引

注重学法点拨和考试方法的指导,揭示学习的重点和难点,探讨考试命题的规律。

考点精讲

考点分类,核心总结,重点难点各个击破,典例创新导引,首创分类解析导解模式。

变式跟踪

案例学习迁移,母题多向发散,预测高考可考变式题型,层层剖析,深入变式训练。

超级链接

最佳导学模式,学案式名师点津。难点突破、防错档案、规律清单革新传统学习模式。

第一章　空间几何体

1.1　空间几何体的结构

考点解读

1.(★★★★)认识柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征,并能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构.

2.(★★)初步理解柱、锥、台、球的概念,掌握它们的

学法导引

1.本讲内容的学习关键是,通过对大量空间实物及模型进行感知,学会描述这些几何体的特征.重点是能概括柱、锥、台、球的结构特征,难点是对空间概念的领悟以及用运动变化的观点去考察多面体或旋转体.

考点分类精讲

考点 1　棱柱的结构特征

核心总结

1.一般地,有两个面互相平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行,由这些面所围成的多面体叫做棱柱.

2.两个互相平行的面叫做棱柱的底面,简称底;其余各面叫做棱住的侧面;相邻侧面的公共边叫做棱柱的侧棱,侧面与底面的公共顶点叫做棱住的顶点.

3.由上可知,棱柱的两个本质特征:(1)有两个面互相平行;(2)其余各面中每相邻两个面的公共边互相平行.另外,棱柱的两个底面是互相平行的两个全等的多边形;所有侧面都是平行四边形;所有侧棱都相等.特别地,当棱柱的

○ 考题 1　下列说法正确的是(　　).

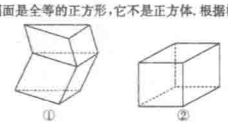
A.有两个面平行,其余各面都是四边形的几何体叫棱柱

B.有两个面平行,其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱

C.各侧面都是正方形的四棱柱一定是正方体

D.九棱柱有 9 条侧棱,9 个侧面,侧面为平行四边形

【解析】　A,B 都错,反例如图 1-1-1①;C 也错,反例如图 1-1-1②,上、下底面是全等的菱形,各侧面是全等的正方形,它不是正方体.根据棱柱的定义,故选 D.



①　②

图 1-1-1

【变式 1-1】　如图 1-1-2,一块棱柱形木料,沿平面 $BEFC$ 锯开(其中 $EF // A_1D_1$).

(1)指出棱柱木料的上、下底面和侧棱、侧面;

(2)剩下的多面体和截去的多面体是棱柱吗?

注解·参考

棱柱有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形.但是要注意"有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形的几何体"不一定是棱柱.这是为什么呢?你可以动手做做模型!

点拨·导航

如考题 1 这类解决与棱柱、棱锥、棱台有关命题真假判定的问题,其关键在于准确把握它们的结构特征,也就是要以棱柱、棱锥、棱台概念的本质内涵为依据,强化空间

拓展·研讨

正方体的截面形状的探究

(1)截面可以是三角形:等边三角形、等腰三角形、一般三角形;

(2)截面三角形是锐角三角形,截面三角形不能是直角三角形、钝角三角形;

梳理·归纳

1.判断一个棱锥是否是正棱锥必须满足下面两个条件:

(1)底面为正多边形;

题型·方法

考题 5 体现了空间球的"与截面垂直的直径过截面圆的圆心"到平面圆的"与弦垂直的直径过弦的中点"及"球半径的平方=球心到截面圆的距离的平方+截面圆的半径的平方"到"圆半径的平方=圆心到弦的

题型优化测训

学业水平测试

1.[考点 2] 下列命题正确的是(　　).

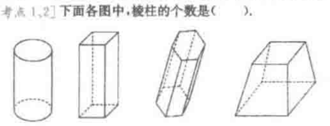
A.由五个平面围成的多面体只能是四棱锥

B.棱锥的高线可能在几何体之外

C.仅有一组对面平行的六面体是棱台

D.有一个面是多边形,其余各面是三角形的几何体是棱锥

2.[考点 1,2] 下面各图中,棱柱的个数是(　　).



A.0　　B.1　　C.2　　D.3

3.[考点 4] A,B 为球面上相异两点,则通过 A,B 两点可作球

高考水平测试

一、选择题

1.[考点 3] 下列命题中,正确的是(　　).

A.平行于圆锥的一条母线的截面是等腰三角形

B.平行于圆台的一条母线的截面是等腰梯形

C.过圆锥顶点的截面是等腰三角形

D.过圆台底面中心的一个截面是等腰梯形

2.[考点 1](2010·广东梅州)下图是一个正方体,它的展开图可能是下面四个展开图中的(　　).

第 2 题图

优化测训

立足教材,夯实基础,习题层级清晰,与同步考试接轨,查漏补缺。

解题依据

首创解题线索助学模式。当你解题失误或解题缺乏思路时,解题依据教你回归考点知识和例题启示。

参考答案与提示

第一章　空间几何体

1.1　空间几何体的结构

【变式训练】

[变式 1-1]　(1)仔细观察棱柱形木料,面 ADD_1A_1 和面 BCC_1B_1 平行,若它们为棱柱的上、下底面,则 AB,A_1B_1,D_1C_1,DC 应为侧棱,由棱柱的结构特征知侧棱相互平行,显然 A_1B_1 和 AB 不平行,故棱柱底面不是四边形 ADD_1A_1 和四边形 BCC_1B_1.而面 AA_1B_1B 和面 DD_1C_1C 平行,且 A_1D_1,AD,BC,B_1C_1 互相平行,因此面 AA_1B_1B 和面 DD_1C_1C 是棱柱底面,其余是侧面,A_1D_1,AD,BC,B_1C_1 是侧棱,此棱柱是四棱柱 $AA_1B_1B\text{-}DD_1C_1C$.

(2)剩下的多面体是四棱柱 $ABEA_1\text{-}DCFD_1$;截去的多面体是三棱柱

【学业水平测试】

1.B　[提示:斜棱锥的高线可能在几何体之外.]

2.C　[提示:中间两个图表示棱柱.]

3.D　[提示:若 A,B 为一条直径的端点,那么经过 A,B 可作无数个大圆,若 A,B 与球心 O 不在一直线上,只能作一个大圆.]

4.等腰梯形　[提示:经过轴的截面是圆台的轴截面.]

【高考水平测试】

1.C　[提示:可分别画出图形,并结合定义考虑,故选 C.]

2.A　[提示:直接观察或动手折叠,故选 A.]

3.C　[提示:顶点为 P,底面分别为 $A'B'C'D'$、$AA'D'D$、$D'DCC'$、$CC'B'B$、$BB'A'A$,共 5 个棱锥.]

答案提示

提示解题思路,突破解析模式,规范标准答案,全程帮助你对照思路、比照答案、减少失误、赢得高分。

考点同步解读　高中数学2(必修)

编　委　会

目录 CONTENTS

第三章　直线与方程

3.1　直线的倾斜角与斜率

3.2　直线的方程

3.3　直线的交点坐标与距离公式

第三章新典题型分类例析

第四章　圆与方程

4.1　圆的方程

4.2　直线、圆的位置关系

4.3　空间直角坐标系

第四章新典题型分类例析

参考答案与提示

第一章　空间几何体

1.1　空间几何体的结构

考点解读

1.(★★★★)认识柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征,并能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构.

2.(★★)初步理解柱、锥、台、球的概念,掌握它们的生成规律.

3.(★★)了解柱、锥、台、球中一些常用名称的含义.

4.(★★★)通过对日常生活中柱、锥、台、球的实物模型的观察,初步体会从感性到理性认识事物的过程.

学法导引

1.本讲内容的学习关键是,通过对大量空间实物及模型进行感知,学会描述这些几何体的特征.重点是能概括柱、锥、台、球的结构特征,难点是对空间概念的领悟以及用运动变化的观点去考察多面体或旋转体.

2.熟悉多面体(棱柱、棱锥、棱台)与旋转体(圆柱、圆锥、圆台)的几何特征,找到各几何体之间的差异与相同之处.

考点分类精讲

考点1　棱柱的结构特征

核心总结

1.一般地,有两个面互相平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行,由这些面所围成的多面体叫做棱柱.

2.两个互相平行的面叫做棱柱的底面,简称底;其余各面叫做棱住的侧面;相邻侧面的公共边叫做棱柱的侧棱,侧面与底面的公共顶点叫做棱住的顶点.

3.由上可知,棱柱的两个本质特征:(1)有两个面互相平行;(2)其余各面中每相邻两个面的公共边互相平行.另外,棱柱的两个底面是互相平行的两个全等的多边形;所有侧面都是平行四边形;所有侧棱都相等.特别地,当棱柱的底面是正多边形时,所有侧面都是全等的平行四边形.

4.棱柱的表示:按底面多边形的边数,棱柱可分为三棱柱、四棱柱、五棱柱……棱柱可以用表示底面各顶点的字母表示,如三棱柱$ABC\text{-}A'B'C'$,四棱柱$ABCD\text{-}A'B'C'D'$等.

5.棱柱的底面和侧面实际上都是指平面的局部,是平面多边形及内部的平面部分,多面体的面亦如此.

考题1　下列说法正确的是(　　).

A.有两个面平行,其余各面都是四边形的几何体叫棱柱

B.有两个面平行,其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱

C.各侧面都是正方形的四棱柱一定是正方体

D.九棱柱有9条侧棱,9个侧面,侧面为平行四边形

【解析】　A,B都错,反例如图1-1-1①;C也错,反例如图1-1-1②,上、下底面是全等的菱形,各侧面是全等的正方形,它不是正方体.根据棱柱的定义,故选D.

注解·参考

棱柱有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形.但是要注意"有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形的几何体"不一定是棱柱.这是为什么呢?你可以动手做做模型!

点拨·导航

如考题1这类解决与棱柱、棱锥、棱台有关命题真假判定的问题,其关键在于准确把握它们的结构特征,也就是要以棱柱、棱锥、棱台概念的本质内涵为依据,强化空间想象能力,以具体实物和图形为模型来进行判定.

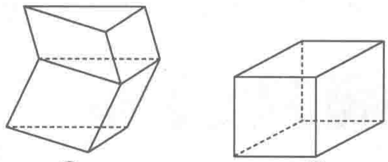
拓展·研讨

正方体的截面形状的探究

(1)截面可以是三角形:等边三角形、等腰三角形、一般三角形;

(2)截面三角形是锐角三角形,截面不可能是直角三角形、钝角三角形;

(3)截面可以是四边形:梯形(等腰梯形)、平行四边形、菱形、矩形等.截面为四边形时,这个四边形中至少有一组对边平行;



①　　②

图 1-1-1

【变式 1-1】　如图 1-1-2，一块棱柱形木料，沿平面 $BEFC$ 锯开（其中 $EF\parallel A_1D_1$）.

(1)指出棱柱木料的上、下底面和侧棱、侧面；

(2)剩下的多面体和截去的多面体是棱柱吗？

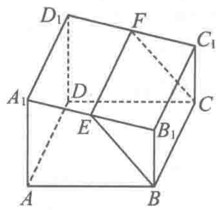


图 1-1-2

【变式 1-2】　判断下列说法是否正确.

(1)棱柱的各个侧面都是平行四边形；

(2)一个 $n(n\geqslant 3)$ 棱柱共有 $2n$ 个顶点；

(3)棱柱的两个底面是全等的多边形；

(4)如果棱柱有一个侧面是矩形，则其余各侧面也都是矩形.

考点 2　棱锥、棱台的结构特征

核心总结

1. 一般地，有一个面是多边形，其余各面都是有一个公共顶点的三角形，由这些面所围成的多面体叫棱锥. 这个多边形叫做棱锥的底面或底；有公共顶点的各个三角形面叫做棱锥的侧面；各侧面的公共顶点叫做棱锥的顶点；相邻侧面的公共边叫做棱锥的侧棱.

棱锥是利用棱柱来定义的，当棱柱的一个底面收缩为一个点时，得到的几何体就是棱锥.

底面是三角形、四边形、五边形……的棱锥分别叫做三棱锥、四棱锥、五棱锥……. 一个棱锥至少有四个面，所以三棱锥也叫四面体.

2. 特殊的棱锥——正棱锥

如果一个棱锥的底面是正多边形，并且顶点在底面上的射影是底面的中心，这样的棱锥叫正棱锥.

3. 棱台是利用棱锥来定义的，用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥，得到两个几何体，一个仍然是棱锥，另一个（即底面与截面之间的部分）称之为棱台. 原棱锥的底面和截面分别叫做棱台的上底面和下底面. 表示方法与棱柱一样.

4. 由若干个平面多边形围成的几何体叫做多面体，不要认为多面体只有棱柱、棱锥、棱台，其实还有其他形形色色的多面体，但这些形形色色的多面体一般可以看成是棱柱、棱锥、棱台的组合体.

(4)截面不能是直角梯形；

(5)截面可以是五边形，截面为五边形时必有两组分别平行的边，同时有两个角相等，截面五边形不可能是正五边形；

(6)截面可以是六边形，截面为六边形时必有三组分别平行的边，同时有两个角相等；

(7)截面六边形可以是等角（均为 120°）的六边形. 特别地，可以是正六边形.

对应截面图形如图 1-1-3 中各图形所示.

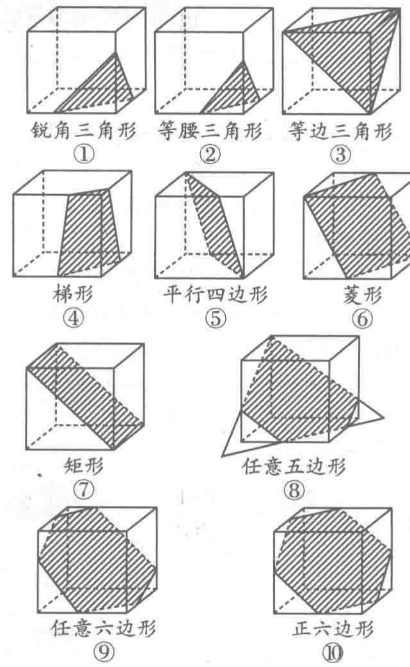


图 1-1-3

● 梳理·归纳

1. 判断一个棱锥是否是正棱锥必须满足下面两个条件：

(1)底面为正多边形；

(2)顶点在底面上的射影必是底面正多边形的中心.

这也是掌握正棱锥定义的两个要点.

2. 与正棱锥的两个要点等价的条件：

(1)正多边形⇔外心与内心重合的多边形.

(2)正三角形⇔外心、内心、垂心、重心中有任意两个重合的三角形.

3. 棱台是由棱锥用平行于棱锥底面的平面所截得的夹在底面与截面之间的几何体，这个定义包含了三层意思：①棱台的上、下底面平行；②延长棱台的各侧棱交于一点；③棱台的各侧面都是梯形.

● 点拨·导航

1. 判断一个几何体是不是棱锥，应从定义去判定，且注意两点：①有一个面是多边形；②其余各面都是三角形且有公共顶点.

考题 2　某同学画了一个多面体(如图 1-1-4),它满足两个条件:①上、下两个面平行;②其余各面都是梯形. 该同学画的多面体是不是棱台?

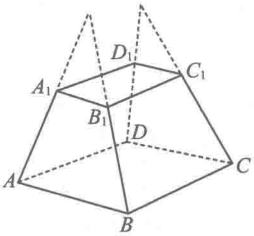


图 1-1-4

【解析】　棱台的定义是:用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥,底面与截面之间的部分叫做棱台. 由定义知棱台上、下底面互相平行,各条侧棱延长必相交于一点,其余各面是梯形. 前两条是本质特征,后一条是性质.

虽然这位同学画的像是棱台,但通过动手作图会发现 AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 所在直线不交于一点,所以该几何体不是棱台.

考题 3　在四棱锥的四个侧面中,直角三角形最多可有(　　).

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

【解析】　如图 1-1-6,在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中取四棱锥 $A_1\text{-}ABCD$,则此四棱锥的四个侧面都是直角三角形. 故选 D.

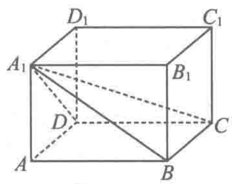


图 1-1-6

【变式 2-1】　下面给出了三个命题:

(1)用一个平面去截棱锥,棱锥底面和截面之间的部分是棱台;

(2)两个底面平行且相似,其余各面都是梯形的多面体是棱台;

(3)有两个面互相平行,其余四个面都是等腰梯形的六面体是棱台.

其中正确命题的个数为(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

【变式 2-2】　有人说:"有一个面是多边形,其余各面都是三角形的几何体叫做棱锥",这种说法对吗?

【变式 2-3】　如图 1-1-7,能推断这个几何体一定是三棱台的是(　　).

A. $A_1B_1=2, AB=3, B_1C_1=5, BC=6$

B. $A_1B_1=1, AB=2, B_1C_1=1.5, BC=3, A_1C_1=2.5, AC=5$

C. $A_1B_1=1, AB=2, B_1C_1=1.5, BC=3, A_1C_1=2, AC=4$

D. $AB=A_1B_1, BC=B_1C_1, CA=C_1A_1$

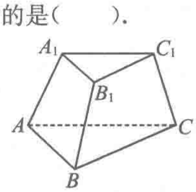


图 1-1-7

2. 判定棱台的步骤:先看上、下底面是否互相平行,再看各条侧棱延长线是否相交于一点. 只具备其中一条时不是棱台. 今后可以证明:若两底面的对应边平行且成比例,那么这个几何体是棱台.

3. 考题 3 中,对给出的四棱锥没有带任何附加条件,只给出了思考、探索的方向,即思考、探索侧面为直角三角形的四棱锥应是怎样的模型. 给人充分的想象空间,让人们去思考、探索问题,确实是一道好题,也是今后命题的方向,对培养空间想象能力大有裨益.

拓展·研讨

下列命题中,真命题是(　　).

A. 顶点在底面上的射影到底面各顶点的距离相等的三棱锥是正三棱锥

B. 底面是正三角形,各侧面是等腰三角形的三棱锥是正三棱锥

C. 底面三角形各边分别与相对的侧棱垂直的三棱锥是正三棱锥

D. 底面是正三角形,并且侧棱都相等的三棱锥是正三棱锥

【解析】　对于选项 A,到三角形各顶点距离相等的点为三角形外心,该三角形不一定为正三角形,故该命题是假命题. 对于选项 B,如图 1-1-5 所示,$\triangle ABC$ 为正三角形,若 $PA=PB=AB=BC=AC\neq PC$,$\triangle PAB$、$\triangle PBC$、$\triangle PAC$ 都为等腰三角形,但四面体 $P\text{-}ABC$ 不是正三棱锥. 故该命题是假命题. 对于选项 C,顶点在底面上的射影为底面三角形的垂心,底面为任意三角形皆可,故该命题是假命题. 对于选项 D,顶点在底面上的射影是底面三角形的外心,又底面三角形为正三角形,因此,外心即中心,故该命题是真命题. 故选 D.

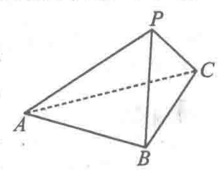


图 1-1-5

【点评】　正棱锥的顶点在底面上的射影是底面正多边形的中心是正棱锥的本质特征. 判断一个棱锥为正棱锥,必须要具备这一条件.

考点3 圆柱、圆锥、圆台的结构特征

核心总结

1. 将矩形、直角三角形、直角梯形分别绕着它的一边、一直角边、垂直于底边的腰所在的直线旋转一周，形成的旋转体分别叫做圆柱、圆锥、圆台，这条直线叫做轴，垂直于轴的边旋转一周而成的圆面叫做底面，不垂直于轴的边旋转而成的曲面叫做侧面，无论旋转到什么位置，这条边都叫做母线.

2. 由一个平面图形绕它所在平面内的一条定直线旋转所形成的封闭几何体叫做旋转体. 圆柱、圆锥、圆台都是特殊的旋转体.

3. 圆柱和棱柱统称为柱体；圆锥和棱锥统称为锥体；圆台和棱台统称为台体.

考题4 下列命题：

(1)以直角三角形的一边为轴旋转一周所得的旋转体是圆锥；

(2)以直角梯形的一腰为轴旋转一周所得的旋转体是圆台；

(3)圆柱、圆锥、圆台的底面都是圆；

(4)一个平面截圆锥，得到一个圆锥和一个圆台.

其中正确命题的个数为(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

【解析】 根据圆柱、圆锥、圆台的概念不难做出判断.

(1)以直角三角形的一条直角边为轴旋转才可以得到圆锥；(2)以直角梯形垂直于底边的一腰为轴旋转才可以得到圆台；(3)它们的底面为圆面；(4)用平行于圆锥底面的平面截圆锥，才可得到一个圆锥和一个圆台.

故选 A.

【变式3-1】 下列命题中正确的是(　　).

A. 直角三角形绕一边旋转得到的旋转体是圆锥

B. 夹在圆柱的两个平行截面间的几何体还是一个旋转体

C. 圆锥截去一个小圆锥后剩余部分是圆台

D. 通过圆台侧面上一点，有无数条母线

【变式3-2】 如图1-1-8所示的四个几何体中，哪些是圆柱与圆锥，哪些不是，并指出圆柱与圆锥的结构名称.

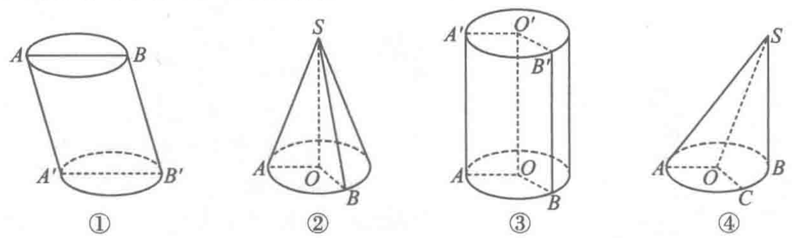


图 1-1-8

考点4 球的结构特征

核心总结

1. 球面与球的概念

半圆面绕着它的直径所在直线旋转一周而形成的旋转体叫做球体，简称球. 半圆弧旋转而成的曲面叫做球面.

球也可以看成是一个圆绕着它的一条直径所在直线旋转半周而形成的几何体.

2. 大圆与小圆的概念

球的任何截面都可以得到一个圆，经过球心的截面圆叫做大圆，不经过球心的截面圆叫做小圆. 大圆的半径等于球的半径，小圆的半径小于球的半径.

梳理·归纳

(1)圆柱、圆锥、圆台的关系

圆柱、圆锥、圆台的关系如图1-1-9所示.

图 1-1-9

柱体、台体、锥体的关系，如图1-1-10所示.

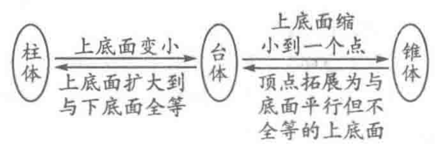


图 1-1-10

(2)圆柱、圆锥、圆台的共性

圆柱、圆锥、圆台从生成过程来看，它们分别是由矩形、直角三角形、直角梯形，绕着某一条直线旋转而成的几何体，因此它们统称为旋转体. 但应注意的是：所谓旋转体就是一个平面图形绕着这个平面图形所在的平面内一条直线旋转一周所得的几何体，因此它还包括除圆柱、圆锥、圆台之外的几何体.

点拨·导航

1. 考题4主要根据圆柱、圆锥、圆台的概念来判断，但应仔细体会它们的形成过程.

2. 变式3-2在分析选择时，要抓住圆柱与圆锥定义中的关键特点：是以矩形或直角三角形旋转而形成的曲面为侧面；由此可以排除①与④，虽然两者与圆柱、圆锥类似，但不符合圆柱与圆锥的定义，防止混淆.

注解·参考

需要注意的几点：

(1)球面与球是两个不同的概念，球面只是球的表面，是一"空心"的；而球是几何体，是实心的.

(2)半圆可看成是球的母线吗？不能，母线是指直线段，事实上，在球面上是不能画出直线段的.

◎**考题 5**　已知球的两个平行截面的面积分别为 5π 和 8π，它们位于球心的同侧，且距离等于 1，求这个球的半径.

【解析】作出球的轴截面，实现空间图形平面化，进而利用圆的性质去解决问题.

如图 1-1-11，设这两个截面的半径分别为 r_1, r_2，球心到截面的距离分别为 d_1, d_2，球半径为 R，则

$\pi r_1^2=5\pi$，$\pi r_2^2=8\pi$，　$\therefore r_1^2=5, r_2^2=8$.

又$\because R^2=r_1^2+d_1^2=r_2^2+d_2^2$，　$\therefore d_1^2-d_2^2=8-5=3$，

即　$(d_1-d_2)(d_1+d_2)=3$.　又 $d_1-d_2=1$，

$\therefore \begin{cases} d_1+d_2=3, \\ d_1-d_2=1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} d_1=2, \\ d_2=1. \end{cases}$

$\therefore R=\sqrt{r_1^2+d_1^2}=\sqrt{5+4}=3$.

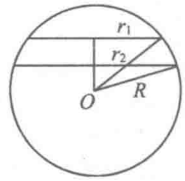


图 1-1-11

【变式 4-1】在半径为 25cm 的球内有一个截面，它的面积是 $49\pi \text{cm}^2$，则球心到这个截面的距离为________.

【变式 4-2】下列命题正确的个数为(　　).

①球的半径是球面上任意一点与球心的连线段；②球的直径是球面上任意两点间的连线段；③用一个平面截一个球，得到的是一个圆；④用一个平面截一个球，得到的截面是一个圆面.

A. 0　　　　B. 1　　　　C. 2　　　　D. 3

● 题型·方法

考题 5 体现了空间球的“与截面垂直的直径过截面圆的圆心”到平面圆的“与弦垂直的直径过弦的中点”及“球半径的平方＝球心到截面圆的距离的平方＋截面圆的半径的平方”到“圆半径的平方＝圆心到弦的距离的平方＋弦长的一半的平方”等价转化的思想.

考点 5　简单组合体的结构特征

核　心　总　结

我们已掌握了柱、锥、台、球等简单几何体的定义及生成规律. 若某个几何体是由两个以上简单几何体(柱、锥、台、球)组合而成，则我们称这个几何体为简单组合体.

掌握了简单几何体的结构特征，则简单组合体的结构特征可看成是组成这个几何体的各简单几何体的结构特征的组合.

◎**考题 6**　如图 1-1-12 中的燕尾槽工件(中间割去的为四棱台)是由哪些简单几何体构成的?

【解析】图 1-1-12 中的几何体可以看作是一个长方体割去一个四棱台所得的几何体，也可以看成是一个长方体与两个四棱台组合而成的几何体(如图 1-1-13).

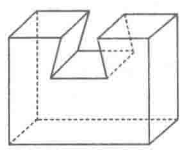


图 1-1-12

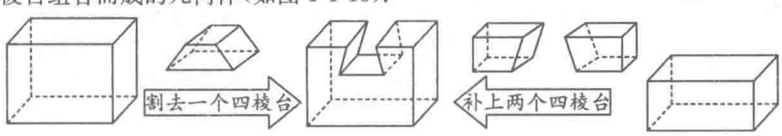


图 1-1-13

【变式 5-1】指出图 1-1-14 中三个几何体的主要结构特征：

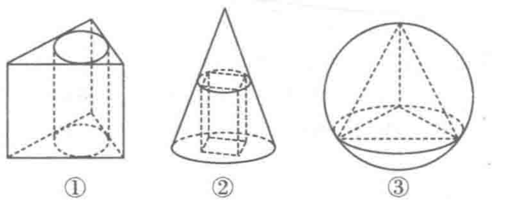


图 1-1-14

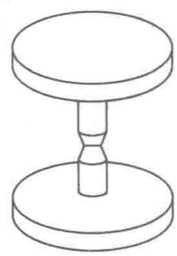


图 1-1-15

【变式 5-2】如图 1-1-15 所示的物体是运动器材——空竹，你能描述它的几何特征吗?

● 梳理·归纳

1. 判定实物图是由哪些简单几何体所组成的图形问题，首先要熟练掌握简单几何体的结构特征；其次要善于将复杂的组合体“分割”为几个简单的几何体.

2. 会识别较复杂的图形是学好立体几何的第一步，因此我们应注意观察周围的物体，然后将它们“分拆”成几个简单的几何体，进而培养我们的空间想象能力和识图能力.

3. 组合体是由简单几何体拼接或截去一部分构成. 要仔细观察组合体的组成，结合柱、锥、台、球的特征，先分割，后验证.

● 题型·方法

一些复杂的几何体是由简单几何体组合而成的，因而解决本题的关键是要熟悉几种简单几何体的结构特征. 另外，观察几何体生成的角度不同，得到几何体的构成可能就不一样. 一般来说复杂几何体的构成方式有两种：

(1)“割”与“补”，如考题 6 中从图 1-1-13 可看出从左往右是“割”，而从“右”往“左”则是“补”；

(2)“切”与“接”，如变式 5-1 中就是几种常见的“切”与“接”的几何体，在后续课程中我们会时常见到它们的身影.

考点6 空间几何体中的简单计算问题

核心总结

1. 正棱锥中要掌握正棱锥的高、侧面等腰三角形中的斜高及高与侧棱所构成的两个直角三角形，有关证明及计算往往与两者相关.

2. 正四棱台中要掌握对角面与侧面两个等腰梯形中关于上、下底及梯形高的计算，有关问题往往要转化到这两个等腰梯形中. 另外要能够将正四棱台、正三棱台中的高与其斜高、侧棱在合适的平面图形中联系起来.

3. 研究圆柱、圆锥、圆台等问题的主要方法是研究它们的轴截面，这是因为在轴截面中，易找到所需有关元素之间的位置、数量关系.

4. 将圆柱、圆锥、圆台的侧面展开是把立体几何问题转化为平面几何问题处理的重要手段之一.

5. 圆台问题有时需要还原为圆锥问题来解决.

6. 关于球的问题的计算，常选取球的一个大圆，化"球"为"圆"，应用平面几何的有关知识解决；关于球与多面体的切、接问题，要恰当地选取截面，化"空间"为"平面".

7. 常见的截面有：

中截面：过几何体高的中点且垂直于高的截面.

直截面：垂直于侧棱的截面.

对角截面：过不相邻两侧棱的截面.

轴截面：过圆柱、圆锥、圆台的轴的截面. 圆柱的轴截面是矩形，圆锥的轴截面是等腰三角形，圆台的轴截面是等腰梯形.

考题7 (1)长方体的一条对角线与一个顶点处的三条棱所成的角分别为 α,β,γ，则 $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma$ 与 $\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma$ 的值分别为________和________.

(2)用一个平行于圆锥底面的平面截这个圆锥，截得圆台上、下底面的面积之比为 1∶16，截去的圆锥的母线长是 3cm，则圆台的母线长为________.

【解析】 (1)如图 1-1-16，从长方体的一个顶点出发的对角线与三条棱均位于直角三角形中，利用直角三角形中的边角关系"$\cos\alpha=\frac{邻}{斜}$"与"$\sin\alpha=\frac{对}{斜}$"求解. 这样可设长方体的一个顶点出发的长、宽、高分别为 a,b,c，相应对角线长为 l，则 $l=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

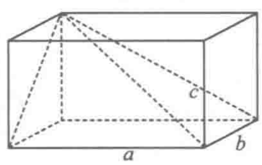


图 1-1-16

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=\left(\frac{a}{l}\right)^2+\left(\frac{b}{l}\right)^2+\left(\frac{c}{l}\right)^2=\frac{a^2+b^2+c^2}{l^2}=1,$$

$\therefore\ \cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1.$

$\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=(1-\cos^2\alpha)+(1-\cos^2\beta)+(1-\cos^2\gamma)=3-1=2.$

$\therefore\ \sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=2.$

故填 1 和 2.

(2)如图 1-1-17，抓住轴截面，利用相似比，由上、下两底面面积之比为 1∶16，设圆台的母线长为 l，截得圆台的上、下底面半径分别为 r，$4r$.

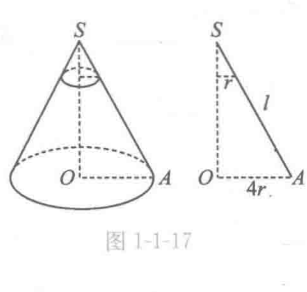


图 1-1-17

根据相似三角形的性质知 $\frac{3}{3+l}=\frac{r}{4r}$，

解得 $l=9$(cm).

所以，圆台的母线长为 9cm.

故填 9cm.

点拨·导航

1. 考题7(1)关键在于找准直角三角形中的三边，斜边是长方体的对角线，角的邻边是各棱长，角的对边是相应矩形面的对角线.

2. 考题7(2)中用平行于底面的平面去截柱、锥、台等几何体，注意抓住截面的性质(与底面全等或相似)，同时结合旋转体中的轴截面(经过旋转轴的截面)的几何性质，利用相似三角形中的相似比，构设相关几何变量的方程(组)而解得.

3. 将棱锥去掉底面，沿任意一条侧棱割开，然后放在平面上展平，即可将空间问题转化为平面问题处理. 而利用侧面展开是将考题8这类空间问题转化为平面问题的常用方法.

拓展·研讨

1. 折叠与展开是新课程教材着重要求的，目的是加强立体几何学习的直观性，提高动手能力和空间想象能力. 近几年高考试题及各地考前练兵中类似折叠、展开，实现平面图与空间几何体的图形转换的思维训练很热门. 解决问题的关键是找准变化中的"变"与"不变". 位于同一面上的诸元素间的位置关系不变，而涉及两个面之间的图形之间则发生量的变化.

2. 对折叠问题一定要搞清楚对折线、对折后重合的顶点、重合的棱. 如何设计方案还是依赖于对棱柱、棱锥、棱台几何特征的准确、熟练的把握. 该类题是对常见多面体几何特征的知识性考查，同时要考查我们的空间想象能力. 故平时学习时应加强对折叠、展开问题的训练，牢固把握空间立体几何问题向平面几何转化的方法.

3. 立体图形的展开或平面图形的折叠是培养空间立体感的好方法.

4. 求空间几何体表面上两点间的最短距离问题，一般采用把空间几何体侧面展开，达到"化曲为直"的目的，进而求出最短距离.

5. 对于多面体的表面展开图问题：

(1)解答此类问题要结合多面体的结构特征，发挥空间想象能力和亲自动手制作模型的能力；

(2)在解题过程中，为了解题的方便，常常给多面体的顶点标上字母，先把多面体的底面画出来，然后依次画出各侧面，便可得到其表面展开图；

(3)若是给出表面展开图，则可把上述程序逆推.

下面我们具体探讨一个问题：

【例题】 (1)圆台的上、下底面半径分别为 5cm，10cm，母线长 $AB=20$cm，从圆台母线 AB 的中点 M 拉一条绳子绕圆台侧面转到 A 点. 求：

①绳子的最短长度；

②在绳子最短时，上底圆周上的点到绳子的最短距离.

考题8 如图 1-1-18，正三棱锥 $A\text{-}BCD$ 底面边长为 a，侧棱长为 $2a$. 点 E，F 分别为 AC，AD 上的动点，求截面 $\triangle BEF$ 周长的最小值和这时点 E，F 的位置.

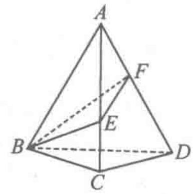


图 1-1-18

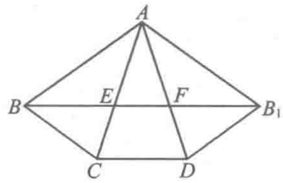


图 1-1-19

【解析】 去掉底面 BCD，沿侧棱 BA 割开，然后放在平面上展平得到一个由三个全等的等腰三角形拼接而成的五边形(如图 1-1-19).

利用平面上两点之间线段最短原理知，截面 $\triangle BEF$ 周长的最小值即是图 1-1-19中线段 BB_1 的长度.

由对称性知 $BB_1 /\!/ CD$， 所以 $B_1F=B_1D=BC=BE=a$.

又 $\triangle B_1FD \backsim \triangle ACD$， 所以 $\dfrac{FD}{CD}=\dfrac{B_1D}{AD}=\dfrac{a}{2a}$，所以 $FD=\dfrac{1}{2}a$.

又因为 $\dfrac{EF}{CD}=\dfrac{AF}{AD}$，所以 $\dfrac{EF}{a}=\dfrac{2a-\frac{1}{2}a}{2a}$，所以 $EF=\dfrac{3}{4}a$.

故 $BB_1=2a+\dfrac{3a}{4}=\dfrac{11}{4}a$，即截面 $\triangle BEF$ 周长的最小值为 $\dfrac{11}{4}a$.

这时 $EF /\!/ CD$，且 $\dfrac{CE}{AC}=\dfrac{DF}{AD}=\dfrac{1}{4}$.

【变式 6-1】 已知正三棱台 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的高为 1，上底边长为 2，下底边长为 4，求它的侧棱长和斜高.

【变式 6-2】 长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$(如图 1-1-20)的宽、长、高分别为 3，4，5(即 $AD=3$，$AB=4$，$AA_1=5$)，现有一甲壳虫从 A 出发沿长方体表面爬行到 C_1 来获取食物，试画出它的最短爬行路线，并求其路程的最小值.

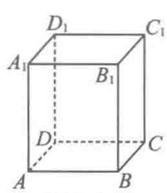


图 1-1-20

(2) 如图 1-1-21 所示，在长方体中，$AB=2\text{cm}$，$AD=4\text{cm}$，$AA'=3\text{cm}$. 求在长方体表面上连接 A，C' 两点的诸曲线的长度的最小值.

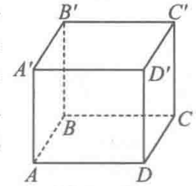


图 1-1-21

(3) 圆锥底面半径为 r，母线长为 $4r$，求从底面一点 A 出发绕圆锥侧面一周再回到 A 的最短距离.

【解析】 (1)利用侧面展开图，求点 A 到 M 的线段长；只要求得圆台所在圆锥的顶点 O 到 AM 的距离最小值 OQ，则 $OQ-OB$ 即为所求.

①如图 1-1-22 乙所示的侧面展开图的圆心角为 θ，绳子的最短距离为侧面展开图中 AM 的距离，其中，$\theta=\dfrac{10-5}{20}\cdot 360°=90°$.

设 $OB'=l'$，则 $\dfrac{5}{l'}\cdot 360°=90°$，$l'=20(\text{cm})$， $\therefore OA=40(\text{cm})$，$OM=30(\text{cm})$，

$\therefore AM=\sqrt{OA^2+OM^2}=50(\text{cm})$.

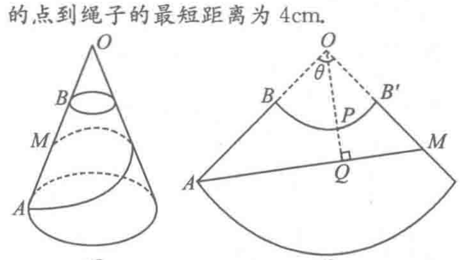
即绳子最短长度为 50cm.

②作 $OQ\perp AM$ 于点 Q，交弧 BB' 于点 P，则 PQ 为所求最短距离.

$\because OA\cdot OM=AM\cdot OQ$，

$\therefore OQ=24(\text{cm})$.

故 $PQ=24-20=4(\text{cm})$，即上底圆周上的点到绳子的最短距离为 4cm.

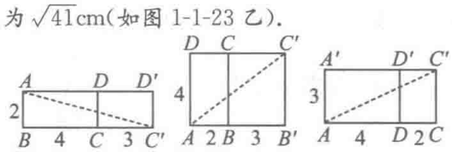


甲 乙

图 1-1-22

(2)将长方体的表面展开为平面图，这就将原问题转化为平面问题.

本题所求必在图 1-1-23 所示的三个图中，从而，连接 AC' 的诸曲线中长度最小的为 $\sqrt{41}\text{cm}$(如图 1-1-23 乙).



甲 乙 丙

图 1-1-23

(3)如图 1-1-24 所示，画出圆锥的侧面展开图，则最短距离即为线段 AA' 的长.

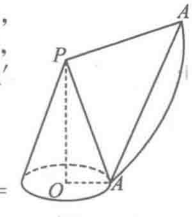


图 1-1-24

$\because \overset{\frown}{AA'}=2\pi r$，

$\therefore \angle A'PA=\dfrac{2\pi r}{4r}=\dfrac{\pi}{2}$.

则 $\triangle A'PA$ 为等腰直角三角形，

$\therefore AA'=4\sqrt{2}r$.

题型优化测训

学业水平测试

1.[考点 2]下列命题正确的是(　　).

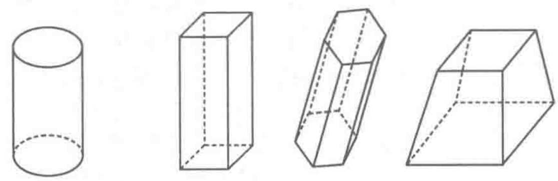
A. 由五个平面围成的多面体只能是四棱锥

B. 棱锥的高线可能在几何体之外

C. 仅有一组对面平行的六面体是棱台

D. 有一个面是多边形,其余各面是三角形的几何体是棱锥

2.[考点 1、2]下面各图中,棱柱的个数是(　　).



A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

3.[考点 4]A,B 为球面上相异两点,则通过 A,B 两点可作球的大圆有(　　).

A. 一个　　B. 无穷多个

C. 零个　　D. 一个或无穷多个

4.[考点 3]圆台被经过圆台轴的平面截得的图形是________.

5.[考点 3、5]若四边形 $ABCD$ 为等腰梯形,两底边分别为 AB 和 CD,且 $AB>CD$,则绕 AB 所在的直线旋转一周所得的几何体是由________、________、________构成的组合体.

6.[考点 6]圆锥的底面半径为 r,侧面母线长为 l,侧面展开图扇形的圆心角为 θ,求证:$\theta=\frac{r}{l}\cdot 360°$.

高考水平测试

一、选择题

1.[考点 3]下列命题中,正确的是(　　).

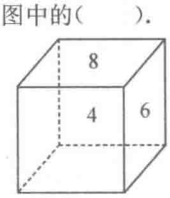
A. 平行于圆锥的一条母线的截面是等腰三角形

B. 平行于圆台的一条母线的截面是等腰梯形

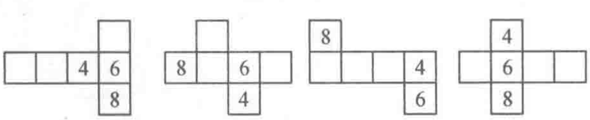
C. 过圆锥顶点的截面是等腰三角形

D. 过圆台底面中心的一个截面是等腰梯形

2.[考点 1](2010・广东梅州)下图是一个正方体,它的展开图可能是下面四个展开图中的(　　).

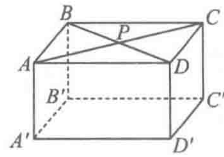


第 2 题图



A　　B　　C　　D

3.[考点 2]如图,在长方体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 中,点 P 是对角线 AC 与 BD 的交点.若点 P 为四棱锥的顶点,则底面为长方体的侧面的棱锥的个数为(　　).



第 3 题图

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 6

4.[考点 1]正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,点 P,Q,R 分别是 AB,AD,B_1C_1 的中点.那么,正方体的过点 P,Q,R 的截面图形是(　　).

A. 三角形　　B. 四边形

C. 五边形　　D. 六边形

5.[考点 6]长方体的表面积为 11,12 条棱长度之和为 24,则长方体的一条体对角线长为(　　).

A. $2\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{14}$　　C. 5　　D. 6

6.[考点 5](2010・广东汕头)水平放置的正方体的六个面分别用"前面、后面、上面、下面、左面、右面"表示,如图是一个正方体的表面展开图,若图中"2"在正方体的上面,则这个正方体的下面是(　　).

第 6 题图

A. 0　　B. 7　　C. 快　　D. 乐

7.[考点 1、2] 有下列命题:

①在圆柱的上、下底面的圆周上各取一点,则这两点的连线是圆柱的母线;②圆锥顶点与底面圆周上任意一点的连线是圆锥的母线;③在圆台上、下底面圆周上各取一点,则这两点的连线是圆台的母线;④圆柱的任意两条母线所在的直线是互相平行的。

其中正确的是(　　).

A. ①②　　B. ②③　　C. ①③　　D. ②④

8.[考点 1] 下列说法中正确的是(　　).

A. 棱住中两个互相平行的平面一定是棱柱的底面

B. 棱柱的面中,至少有两个面互相平行

C. 棱柱中一条侧棱的长叫棱柱的高

D. 棱柱的侧面是平行四边形,但它的底面一定不是平行四边形

二、填空题

9.[考点 6] 已知正六棱台的上、下底面的边长和侧棱的长分别是 a,b,c,则它的高和斜高分别为________.

10.[考点 3、6] 圆台侧面的母线长为 $2a$,母线与轴的夹角为 30°,一个底面半径是另一个底面半径的 2 倍,则两底面的半径为________.

11.[考点 4] 半圆 O 绕经过半圆的垂直于直径 AB 且过圆心 O 的直线旋转一周所得几何体是________.

12.[考点 1、2](2007・安徽) 在正方体上任意选择 4 个顶点,它们可能是如下各种几何形体的 4 个顶点,这些几何形体是________.(写出所有正确结论的编号)

①矩形;

②不是矩形的平行四边形;

③有三个面为等腰直角三角形,有一个面为等边三角形的四面体;

④每个面都是等边三角形的四面体；

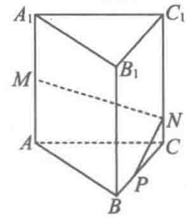
⑤每个面都是直角三角形的四面体.

三、解答题

13.[考点2、6] 底面是菱形的四棱柱，侧棱与底面垂直. 已知棱柱的高为12cm，两条体对角线的长分别为15cm和20cm，求底面菱形的边长.

14.[考点5、6] 已知球的半径为14cm，内有一个长方体，若长方体的八个顶点都在球面上，这个长方体叫做球的内接长方体. 若此球的内接长方体的高、宽、长的比为1∶2∶3，求此长方体的高、宽、长的长度.

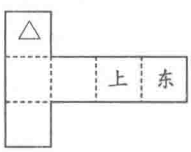
15.[考点6] 如图所示，在正三棱柱ABC-$A_1B_1C_1$中，$AB=3$，$AA_1=4$，M为AA_1的中点，P是BC上一点，且由P沿棱柱侧面经过棱CC_1到M的最短路线长为$\sqrt{29}$，设这条最短路线与CC_1的交点为N. 求点P的位置.



第15题图

高考真题赏析

1.(2009年全国高考题)纸制的正方体的六个面根据其方位分别标记为上、下、东、南、西、北. 现在沿该正方体的一些棱将正方体剪开，外面朝上展开，得到如图所示的平面图形，则标"△"的面的方位是(　　).



第1题图

A. 南　　B. 北　　C. 西　　D. 下

【解析】 直接观察或动手操作即可知选B.

【答案】 B

2.(2008年江西高考题)连接球面上两点的线段称为球的弦. 半径为4的球的两条弦AB、CD的长度分别等于$2\sqrt{7}$、$4\sqrt{3}$，M、N分别为AB、CD的中点，每条弦的两端都在球面上运动，有下列四个命题：

①弦AB、CD可能相交于点M；②弦AB、CD可能相交于点N；③MN的最大值为5；④MN的最小值为1.

其中真命题的个数为(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【解析】 因为$CD>AB$，所以过AB的中点M作弦，最短弦长为$2\sqrt{7}$，最长弦长为8，故①正确，②不正确. 设球心为O，利用勾股定理可得$OM=3$，$ON=2$. 设$\angle MON=\theta$，则$MN^2=OM^2+ON^2-2\cdot OM\cdot ON\cos\theta$，故$\theta=\pi$时，$MN$取最大值为5；$\theta=0$时，$MN$取最小值为1，即①③④正确. 故选C.

【答案】 C

1.2　空间几何体的三视图和直观图

考点解读

1.（★★★★）能画出简单空间几何体（长方体、球、圆柱、圆锥、棱柱、棱台等的简易组合）的三视图，能识别上述的三视图所表示的立体模型.

2.（★★★）会用平行投影与中心投影两种方法，画出简单空间几何体的三视图与直观图，了解空间几何体的不同表示形式.

3.（★★）会画某些建筑物的三视图与直观图（在不影响图形特征的基础上，尺寸、线条等不作严格要求）.

4.（★★★）了解平行投影具有的性质和斜二测画法原理；掌握用斜二测画法画水平放置的平面图形的方法；会用椭圆模板画水平放置的圆；会用斜二测画法画空间图形.

学法导引

1. 学习三视图应注意如下四点：

（1）三视图是观察者从三个不同方向观察同一空间几何体，利用正投影而获得的.

（2）画三视图是立体几何中的一项基本技能，不但要会画简单空间几何体如柱、锥、台、球等的三视图，而且还要会画一些简单组合体的三视图.

（3）画三视图时，要确定主视图、左视图与俯视图的方向，同时注意：主、俯视图长对正；主、侧视图高平齐；俯、侧视图宽相等.

（4）由三视图还原成实物图是难点，要充分发挥空间想象力.

2. 学习直观图时应注意如下两点：

（1）斜二测画法是一种特殊的平行投影画法，用斜二测画法画直观图，关键是掌握水平放置的平面图的直观图的画法，这是画空间几何体的直观图的基础.

（2）斜二测画法可保持两平行线的平行关系不变，但不能保证线段的长度关系不变，在两条线段平行的情况下，可保持它们长度的比例关系不变.

考点分类精讲

考点1　平行投影与中心投影

核心总结

1. 平行投影：已知图形 F，直线 l 与平面 α 相交，过 F 上任一点 M 作直线平行于 l，交平面 α 于点 M'，则点 M' 叫做点 M 在平面 α 内关于直线 l 的平行投影（或象）；如果图形 F 上的所有点在平面 α 内关于直线 l 的平行投影构成图形 F'，则图形 F' 叫做图形 F 在 α 内关于直线 l 的平行投影，如图 1-2-1①. 平面 α 叫做投影面，l 叫做投影线.

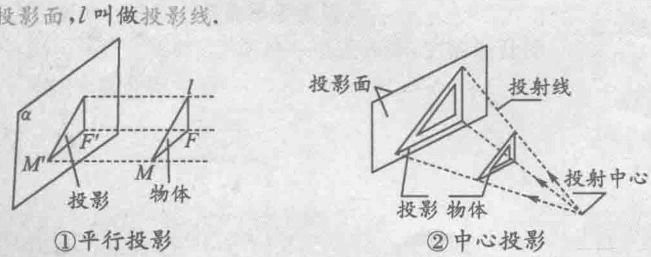


图 1-2-1

2. 中心投影：一个点光源把一个图形照射到一个平面上，这个图形的影子就是它在这个平面上的中心投影，如图 1-2-1②.

3. 斜投影与正投影：平行投影按投射方向分为正投影和斜投影，投影方向正对投影面（即投影线垂直投影面）叫做正投影；投影方向不正对投影面（即投影线不垂直投影面）叫做斜投影.

正投影能如实反映物体的形状和大小，三视图就是用正投影的方法，画出物体在三个投影面的投影.

梳理·归纳

中心投影与平行投影的区别

中心投影的投影线是由同一个点发出的，而平行投影的投影线都互相平行. 这是中心投影与平行投影最本质的区别.