

清华大学出版社“十二五”规划教材

高等农林院校大学数学系列教材

# 高等数学练习册

天津农学院数学教研室 编

清华大学出版社

高等农林院校大学数学系列教材

# 高等数学练习册

天津农学院数学教研室 编

清华大学出版社  
北 京

## 内 容 简 介

本书包括9章内容:函数的极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、微分方程、多元函数微分法、二重积分、空间解析、曲线积分、曲面积分、无穷级数.

本书是根据主教材中涉及的知识点,以填空、选择、计算等题型出现的习题册,书末还附有初等数学常用公式.

本书通俗易懂、涉及知识点较广,可作为高等院校非数学专业学生的教学参考书.

版权所有,侵权必究.侵权举报电话:010-62782989 13701121933

## 图书在版编目(CIP)数据

高等数学练习册/天津农学院数学教研室编. --北京:清华大学出版社,2015 (2015.8重印)

高等农林院校大学数学系列教材

ISBN 978-7-302-40734-8

I. ①高… II. ①天… III. ①高等数学-高等学校-习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 160508 号

责任编辑:佟丽霞

封面设计:傅瑞学

责任校对:王淑云

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质 量 反 馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

印 装 者:北京国马印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm

印 张:4.75

字 数:111千字

版 次:2015年7月第1版

印 次:2015年8月第2次印刷

印 数:2501~3500

定 价:15.00元

产品编号:065401-01

## 前 言

本书是为普通高等院校非数学专业“高等数学”课程编写的配套辅导用书，包括9章：函数的极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、微分方程、多元函数微分法、二重积分，及将空间解析、曲线积分、曲面积分、无穷级数四部分整合为一章的内容。

本书紧扣教材内容，与教材同步，可以作为教师平时考核学生的依据。

参加本书编写工作的人员均是天津农学院的教师：陈雁东（第1、9章、附录）、朱文新（第2、3章）、孙丽洁（第4章）、刘琦（第5章）、张海燕（第7章）、王伟晶（第8章）、俞竺君（第6、9章）。张海燕完成了全书的统稿工作。

在本教材的出版过程中，天津农学院基础科学学院及教材科的领导及老师给予了周到的服务和大力支持，在此一并致谢。

书中不妥之处恳请各位读者提出宝贵意见，以期不断完善。

编 者

2015年2月于天津

# 目 录

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| 第 1 章 函数的极限与连续 .....            | 1  |
| 第 2 章 导数与微分 .....               | 7  |
| 第 3 章 微分中值定理与导数的应用 .....        | 15 |
| 第 4 章 不定积分 .....                | 23 |
| 第 5 章 定积分及其应用 .....             | 33 |
| 第 6 章 微分方程 .....                | 39 |
| 第 7 章 多元函数微分法 .....             | 45 |
| 第 8 章 二重积分 .....                | 53 |
| 第 9 章 空间解析 曲线积分 曲面积分 无穷级数 ..... | 59 |
| 附录 初等数学常用公式 .....               | 67 |

## 第1章 函数的极限与连续

## 一、填空题

1. 绝对值函数  $f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$  其定义域是\_\_\_\_\_, 值域是\_\_\_\_\_.

2. 设  $f(x) = \csc x^2$ ,  $\varphi(x) = \arcsin x$ , 则  $f[\varphi(x)] =$ \_\_\_\_\_.

3.  $f(x) = \begin{cases} 1+x, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ \sec x, & x > 0, \end{cases}$  则  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ \_\_\_\_\_.

4. 函数  $y = \frac{1}{(x-1)^2}$  当  $x \rightarrow$ \_\_\_\_\_时为无穷大, 当  $x \rightarrow$ \_\_\_\_\_时为无穷小.

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x} =$ \_\_\_\_\_.

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cot 2x =$ \_\_\_\_\_.

7.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right) =$ \_\_\_\_\_.

8.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{3}{x} \right)^{kx} = e^{-3}$ , 则  $k =$ \_\_\_\_\_.

9.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}} =$ \_\_\_\_\_,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^{kx} =$ \_\_\_\_\_.

10.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{x}{n} =$ \_\_\_\_\_.

11.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} =$ \_\_\_\_\_,  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} =$ \_\_\_\_\_.

12. 若  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax + 2 \sin x}{x} = 2$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

13.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+a)x^4 + bx^3 + 5}{2x^3 - x - 2} = 2$ , 则常数  $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_.

14. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0, \end{cases}$  如果  $f(x)$  在  $x=0$  处连续, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

15. 函数  $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$  的间断点是\_\_\_\_\_.

## 二、选择题

1. 设  $f(x)$  的定义域为  $(-\infty, +\infty)$ , 则  $g(x) = f(x) - f(-x)$  是 ( ).

(A) 偶函数 (B)  $g(x) \equiv 0$  (C) 非奇非偶函数 (D) 奇函数

2. 函数  $f(x)$  在  $x_0$  点有极限是函数  $f(x)$  在  $x_0$  点连续的 ( ).

(A) 充分条件 (B) 必要条件 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

3. 设函数  $f(x) = \frac{|\sin x|}{x}$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ( ).

(A)  $-1$  (B)  $0$  (C)  $1$  (D) 不存在

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x - \cos x} =$  ( ).

(A)  $-1$  (B)  $0$  (C)  $1$  (D)  $\infty$

5. 已知  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x+1} - ax - b \right) = 0$ , 其中  $a, b$  为常数, 则 ( ).

(A)  $a=1, b=1$  (B)  $a=-1, b=1$  (C)  $a=1, b=-1$  (D)  $a=-1, b=-1$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)} = 2$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x)}{x} =$  ( ).

(A)  $0.5$  (B)  $1$  (C)  $4$  (D)  $2$

7. 下列各式正确的是 ( ).

(A)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x = 1$

(B)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x = e$

(C)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{x} \right)^x = e^{-1}$

(D)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^{-x} = e$

8. 下列变量中, 是无穷小的为 ( ).

(A)  $\ln \frac{1}{x}$  ( $x \rightarrow 0^+$ )

(B)  $\ln x$  ( $x \rightarrow 1$ )

(C)  $\cos x$  ( $x \rightarrow 0$ )

(D)  $\frac{x-2}{x^2-4}$  ( $x \rightarrow 2$ )

9. 当  $x \rightarrow 0$  时, 不是  $x^2$  等价无穷小的是 ( ).

(A)  $\tan^2 x$

(B)  $\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}$

(C)  $\ln(1+x^2)$

(D)  $x^3$

10.  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x}$  ( ).

(A)  $= 0$

(B)  $= +\infty$

(C)  $= \infty$

(D) 不存在

11.  $f(x) = \begin{cases} 1+x, & x > 0, \\ \frac{1}{e^x} + 1, & x < 0, \end{cases}$  则  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$  ( ).

(A)  $\infty$

(B) 1

(C) 4

(D) 不存在

12. 函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \sin x, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1 + x \sin \frac{1}{x}, & x > 0 \end{cases}$  在点  $x=0$  处 ( ).

(A) 极限不存在

(B) 极限值为 0

(C) 极限值为 1

(D) 连续

13. 已知函数  $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  和  $g(x) = x+1$ , ( ).

(A)  $f(x)$  与  $g(x)$  为同一个函数

(B) 因为  $f(x)$  在  $x=1$  处无定义, 所以  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  不存在

(C) 函数  $f(x)$  与  $g(x)$  不同, 但  $x \rightarrow 1$  时它们的极限值相同

(D)  $f(x)$  与  $g(x)$  都无间断点

14. 设  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & -1 \leq x < 0, \\ x, & 0 \leq x < 1, \\ 2 - x, & 1 \leq x \leq 2, \end{cases}$  则下列结论正确的是 ( ).

(A) 在  $x=0, x=1$  处间断

(B) 在  $x=0, x=1$  处连续

(C) 在  $x=0$  处间断, 在  $x=1$  处连续

(D) 在  $x=0$  处连续, 在  $x=1$  处间断



15. 函数  $y = \frac{x^2 - 1}{(x-1)(x-2)}$  的间断点为 ( ).

(A)  $x = 2$

(B)  $x = 1$  或  $x = 2$

(C)  $x = 1$  和  $x = 2$

(D)  $x = -1$ 、 $x = 1$  和  $x = 2$

### 三、计算题

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin 2x}.$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^x.$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}.$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n} \right).$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^3 + x^2}}{x + \sin x}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\sqrt{1+x^2}-1}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos 2x}}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right).$$

四、1. 函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0, \end{cases}$  求常数  $a$ , 使得函数在  $x=0$  处连续.

2. 函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan 2x}{x}, & -\frac{\pi}{4} < x < 0, \\ k+1, & x = 0, \\ 2 + x \sin \frac{1}{x}, & x > 0. \end{cases}$

(1) 求  $k$  的值, 使得  $f(x)$  在  $x=0$  处极限存在;

(2) 求  $k$  的值, 使得  $f(x)$  在  $x=0$  处连续.

## 第2章 导数及其应用

### 一、填空题

1. 若  $f'(x_0)$  存在, 则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2h) - f(x_0 - 2h)}{h} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 设  $f'(3) = 2$ , 则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h) - f(3)}{2h} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

3. 设  $y = \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x}$ , 则  $y' = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4.  $y = \ln(1 + 3^{-x})$ , 则  $y' = \underline{\hspace{2cm}}$ .

5. 设  $f'(x_0) = -2$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x_0 - 2x) - f(x_0)} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

6. 曲线  $y = x - e^x$  上点  $\underline{\hspace{2cm}}$  处的切线与  $x$  轴平行.

7. 过点  $(1, 2)$  作曲线  $y = 2 + 3\sqrt{x-1}$  的切线, 则切线方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 曲线  $y = \cos x$  上点  $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2}\right)$  处的切线方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 法线方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 设函数  $y = f(x)$  由方程  $xy + 2\ln x = y^4$  所确定, 则曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, 1)$  处的切线方程是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 曲线  $\begin{cases} x = e^t \\ y = e^{2t} \end{cases}$  在点  $t = 0$  处的切线方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

11.  $f(x) = x(x+1)(x+2)\cdots(x+n)$ , 则  $f'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12.  $f(x) = xe^x$ , 则  $f'''(\ln 2) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 设  $\begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$ , 则  $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\frac{d^2y}{dx^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 设  $x + y = \tan y$ , 则  $dy = \underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 设  $y = y(x)$  由方程  $y - x - \ln x = 0$  确定, 则  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

## 二、选择题

1. 函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x^3, & x \leq 1, \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$  在  $x=1$  处 ( ).

(A) 左右导数均存在

(B) 左导数存在, 右导数不存在

(C) 左导数不存在, 右导数存在

(D) 左右导数均不存在

2. 函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处 ( ).

(A) 连续不可导

(B) 连续可导

(C) 不连续不可导

(D) 不连续但可导

3. 设  $y = 5^{\ln \tan x}$ , 则  $dy = 5^{\ln \tan x} ( )$ .

(A)  $\frac{2 \ln 5}{\sin 2x} dx$

(B)  $\frac{5 \ln 5}{\sin 2x} dx$

(C)  $\frac{2 \ln 5}{\cos 2x} dx$

(D)  $-\frac{5 \ln 5}{\sin 2x} dx - 2$

4. 函数在点  $x_0$  处连续是在该点  $x_0$  处可导的 ( ) 条件.

(A) 充分但不是必要

(B) 必要但不是充分

(C) 充分必要

(D) 即非充分也非必要

5. 设  $y = f(-x)$ , 则  $y' = ( )$ .

(A)  $f'(x)$

(B)  $-f'(x)$

(C)  $f'(-x)$

(D)  $-f'(-x)$

6. 设  $f(x)$  为不恒等于零的奇函数, 且  $f'(0)$  存在, 则函数  $g(x) = \frac{f(x)}{x} ( )$ .

(A) 在  $x=0$  处左极限不存在(B) 有跳跃间断点  $x=0$ (C) 在  $x=0$  处右极限不存在(D) 有可去间断点  $x=0$ 

7. 设曲线  $L$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases}$  则曲线在  $t = \frac{\pi}{2}$  处的切线方程为 ( ).

(A)  $x - y = \pi$

(B)  $x + y = \pi - 4$

(C)  $x + y = \pi$

(D)  $x - y = \pi - 4$

8. 设周期函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  可导, 周期为 4, 又  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-x)}{2x} = -1$ , 则曲线  $y = f(x)$  在点  $(5, f(5))$  处的切线的斜率为 ( ).

(A)  $\frac{1}{2}$

(B) 0

(C) -1

(D) -2

9. 设  $y = \tan x + \ln 2$ , 则  $y' =$  ( ).

(A)  $\sec x + \frac{1}{2}$

(B)  $\sec^2 x + 2$

(C)  $\sec^2 x$

(D)  $\cot x$

10. 已知  $\varphi(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x > 2, \\ ax + b, & x \leq 2, \end{cases}$  且  $\varphi'(2)$  存在, 则常数  $a, b$  的值为 ( ).

(A)  $a = 2, b = 1$

(B)  $a = -1, b = 5$

(C)  $a = 4, b = -5$

(D)  $a = 3, b = -3$

11. 已知函数  $f(x)$  具有任何阶导数, 且  $f'(x) = [f(x)]^2$ , 则当  $n$  为大于 2 的正整数时,

$f(x)$  的  $n$  阶导数  $f^{(n)}(x) =$  ( ).

(A)  $n![f(x)]^{n+1}$

(B)  $n[f(x)]^{n+1}$

(C)  $[f(x)]^{2n}$

(D)  $n![f(x)]^{2n}$

### 三、计算题

1. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1, \\ ax + b, & x > 1, \end{cases}$  为了使函数  $f(x)$  在  $x = 1$  处连续且可导,  $a, b$  应取什么值?

2. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\varphi(x) - \cos x}{x}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0, \end{cases}$  其中  $\varphi(x)$  具有二阶导数, 且  $\varphi(0) = 1, \varphi'(0) = 0$ .

(1) 确定  $a$  的值, 使  $f(x)$  在  $x = 0$  处连续;

(2) 求  $f'(x)$ ;

(3) 讨论  $f'(x)$  在  $x = 0$  处的连续性.

3. 已知  $y = f\left(\frac{3x-2}{3x+2}\right)$ ,  $f'(x) = \arctan x^2$ , 求:  $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0}$ .

4. 求  $y = \arctan \frac{1-x}{1+x}$  导数.

5.  $y = f(x^2 - x)$ ,  $f$  二阶可导, 求  $y'$  和  $y''$ .



6. 已知  $y = x^x$  ( $x > 0$ ), 求  $\frac{dy}{dx}$ .

7. 求曲线  $\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t \end{cases}$  上对应于  $t = \frac{\pi}{6}$  点处的切线方程.