2015年

会计硕士联考高分突破

数学分册

胡显佑 ◎ 编著

中国人民大学出版社

2015年会计硕士联考高分突破
数学分册

胡显佑　编著

中国人民大学出版社
·北京·

图书在版编目（CIP）数据

2015年会计硕士联考高分突破．数学分册/胡显佑编著．—北京：中国人民大学出版社，2015.6
ISBN 978-7-300-21428-3

Ⅰ.①2… Ⅱ.①胡… Ⅲ.①高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料 Ⅳ.①F23

中国版本图书馆CIP数据核字（2015）第126242号

2015年会计硕士联考高分突破

数学分册

胡显佑 编著

2015 Nian Kuaiji Shuoshi Liankao Gaofen Tupo Shuxue Fence

出版发行	中国人民大学出版社		
社　　址	北京中关村大街31号	**邮政编码**	100080
电　　话	010－62511242（总编室）		010－62511770（质管部）
	010－82501766（邮购部）		010－62514148（门市部）
	010－62515195（发行公司）		010－62515275（盗版举报）
网　　址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.1kao.com.cn（中国1考网）		
经　　销	新华书店		
印　　刷	北京市鑫霸印务有限公司		
规　　格	185 mm×260 mm　16开本	**版　　次**	2015年6月第1版
印　　张	65.5	**印　　次**	2015年6月第1次印刷
字　　数	1 452 000	**总 定 价**	189.00元（共六册）

出版说明

为帮助考生在使用会计硕士（MPAcc）专业学位联考考试大纲及考试指南的基础上，全面、系统、有针对性地复习专业课各门课程，我们特邀请各联考院校的专家编写了这套“会计硕士联考高分突破”系列图书，包括财务会计、逻辑、数学、写作、经典案例分析和标准化模拟试卷共六个分册。

本系列图书具有以下特点：

定位精准。本系列图书定位于对考点、重点、难点的精讲精练，内容是会计硕士（MPAcc）专业学位联考考试大纲及考试指南的继续和延伸。书中既注重知识的全面系统，又注重知识在考试中的应用，在内容全面的基础上突出重点，力求将重点、难点和考点讲清讲透，帮助考生在薄弱环节上下工夫。

结构实用。各分册均包含考点分析、例题讲解、同步练习等内容，将大纲要求、逻辑结构、考试要点、强化训练等巧妙地结合在一起，知识脉络分明，重点内容突出，帮助考生边学边练，巩固复习成果，提高应试能力。

作者权威。本系列图书的编写者，均为多年从事硕士研究生教学、命题研究和考试辅导的专家学者，他们熟悉专业学位的命题、考试以及考生的需要，深谙命题的原则、思路和最新考试动态。他们结合多年命题研究成果和经验编写出的各分册，具有很强的权威性、实战性和针对性。

由于各专业学位的英语考试统一为“在职攻读硕士学位全国联考英语考试”，为帮助考生复习英语，我们出版了“在职攻读硕士学位全国联考英语考试系列”辅导图书，供考生参考选用。

我们相信，广大考生在认真阅读本系列图书后，一定能够迅速提高专业水平和应试能力，在考试中取得优异成绩。

前　言

为了帮助报考会计硕士专业学位联考的广大考生能在较短时间内系统地复习有关的数学内容，提高解题能力，我们根据新颁布的联考大纲的要求编写了这本辅导教材。

新颁布的考试大纲（数学部分）在考试内容和考试要求等方面作了较大调整，减少了考试内容，降低了考试要求。为帮助考生适应新考试大纲，便于考生在复习时掌握重点，本书在每节都对考试的重点、命题趋势进行了分析，对考试大纲要求的题型进行了归纳分析。各类题型均配有典型例题，并对解题方法及时进行总结。有助于开阔考生的解题思路，提高综合解题能力。每章还附有自测练习。

例题和自测练习既注重循序渐进，又强调数学概念、定理和方法的综合运用。这将使考生的应试能力有较大的提高。

书后的附录一给出了“函数、极限与函数的连续性”的基础内容和适量例题。这一内容在考试大纲中虽未要求，但一元微分学中许多概念需要用到这部分的知识。作为附录列在书后，便于读者查阅。

本书是根据编者多年的教学辅导经验编写的，希望能对考生有所帮助，但限于水平，疏漏及不足之处恳请读者指正。

目 录

第一章

CHAPTER ONE

初等数学

第一节　绝对值和平均值

考点归纳

1. 绝对值的概念、性质.

2. 含有绝对值的代数式的化简.

3. 算术平均值和几何平均值的定义及性质.

考点突破

命题趋势

绝对值的概念是数学最基本的概念之一. 求解含有绝对值的方程、不等式是复习、考试的重点. 本节重要的题型有:绝对值的性质;求解含有绝对值的方程;解含有绝对值的不等式;有关平均值的计算.

难点剖析

1. 实数绝对值的几何意义是该实数在数轴上对应的点到原点的距离. 因此,对任一实数 a,有 $|a|=|-a|\geqslant 0$,且等号仅在 $a=0$ 时成立.

2. 含有绝对值的代数式在计算、化简过程中,关键是化简掉表达式中绝对值的记号. 常用的方法有:

(1) $|f(x)|=\begin{cases} f(x), & 若\ f(x)\geqslant 0, \\ -f(x), & 若\ f(x)<0. \end{cases}$

(2) $(|f(x)|)^2=[f(x)]^2$.

(3) $|f(x)|\leqslant a$ 等价于 $-a\leqslant f(x)\leqslant a\quad(a\geqslant 0)$.

(4) $|f(x)|>a$ 等价于 $f(x)>a$ 或 $f(x)<-a$.

3. 在复习算术平均值、几何平均值定义的基础上,应了解下面的基本不等式:对于 $a>0,b>0$,有

$$\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab},$$

更一般地，对于正数 $a_1, a_2, \cdots, a_n$，有

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} \geqslant \sqrt[n]{a_1 a_2 \cdot \cdots \cdot a_n},$$

当且仅当 $x_1 = x_2 = \cdots = x_n$ 时等式成立，即 n 个正数的几何平均数不超过算术平均数.

典型例题

题型 1:绝对值的定义、性质的应用

例 1(填空题)　若 $|x-2y-3|$ 与 $|3x-4y+2|$ 互为相反数，则 $x^2 - y^2 =$ ________.

解　由题设条件，有

$$|x-2y-3| = -|3x-4y+2|,$$

即

$$|x-2y-3| + |3x-4y+2| = 0.$$

因为任一实数的绝对值是非负数，故必有

$$\begin{cases} x-2y-3=0, \\ 3x-4y+2=0, \end{cases}$$

解此方程组，得 $x=-8, y=-\frac{11}{2}$，于是，

$$x^2 - y^2 = 64 - \frac{121}{4} = \frac{135}{4}.$$

例 2(选择题)　设 $|a|<1, |b|<1$，则(　　).

(A) $|a+b|+|a-b|>2$　　(B) $|a+b|+|a-b|<2$

(C) $|a+b|+|a-b|=2$　　(D) $|a+b|+|a-b|$ 与 2 无法比较

解　由于

$$\begin{aligned}(|a+b|+|a-b|)^2 &= (a+b)^2 + 2|a^2-b^2| + (a-b)^2 \\ &= 2a^2 + 2b^2 + 2|a^2-b^2|,\end{aligned}$$

当 $a^2 \geqslant b^2$ 时，有

$$(|a+b|+|a-b|)^2 = 2a^2 + 2b^2 + 2(a^2-b^2) = 4a^2 < 4;$$

当 $a^2 < b^2$ 时，有

$$(|a+b|+|a-b|)^2 = 2a^2 + 2b^2 - 2(a^2-b^2) = 4b^2 < 4.$$

所以，当 $|a|<1, |b|<1$ 时，总有

$$(|a+b|+|a-b|)^2 < 4.$$

由此得

$$|a+b|+|a-b| < 2,$$

故本题应选(B).

例 3(选择题)　设 a,b,c 均为正数，且 $a+d=b+c$，$|a-d|<|b-c|$，则(　　).

(A) $ad = bc$　　(B) $ad < bc$

(C) $ad > bc$　　(D) ad 与 bc 大小关系不确定

解　由 $|a-d|<|b-c|$，可得 $|a-d|^2<|b-c|^2$. 即

$$a^2 - 2ad + d^2 < b^2 - 2bc + c^2,$$

所以

$$(a+d)^2-4ad<(b+c)^2-4bc.$$

又 $a+d=b+c$，所以 $(a+d)^2=(b+d)^2$. 由上面不等式得到 $-4ad<-4bc$. 即 $ad>bc$.

故应选(C).

题型 2:含有绝对值的代数式的化简

例 1(填空题)　设 a,b,c 为整数，且

$$|a-b|^{2\,007}+|c-a|^{2\,008}=1, \tag{*}$$

则 $|c-a|+|a-b|+|b-c|=$ ________.

解　由于 a,b,c 均为整数，所以 $a-b,c-a$ 仍为整数，利用(*)式可知，必有

$$|a-b|^{2\,007}=0 \text{ 且 } |c-a|^{2\,008}=1, \quad ①$$

或

$$|a-b|^{2\,007}=1 \text{ 且 } |c-a|^{2\,008}=0. \quad ②$$

由①得到 $a=b,c=a\pm1$. 故 $|b-c|=|c-a|=1$.

由②得到 $c=a,a=b\pm1$. 故 $|a-b|=|b-c|=1$.

在两种情形下，都有 $|b-c|=1$，且

$$|a-b|+|c-a|=1,$$

由此可得

$$|c-a|+|a-b|+|b-c|=2.$$

例 2　已知 $y=|x+1|-3|x-1|+|2x+6|$，求 y 的最大值.

解　在 y 的已知表达式中，使各绝对值等于零的 x 的值依从小到大排列，有 $-3,-1,1$.

当 $x\leqslant-3$ 时，

$$y=-(x+1)+3(x-1)-(2x+6)=-10;$$

当 $-3<x\leqslant-1$ 时，

$$y=-(x+1)+3(x-1)+(2x+6)=4x+2.$$

由 $-3<x\leqslant-1$ 可得 $-10<4x+2\leqslant-2$. 即 y 的最大值为 -2.

当 $-1<x\leqslant1$ 时，

$$y=(x+1)+3(x-1)+(2x+6)=6x+4.$$

由 $-1<x\leqslant1$ 可得 $-2<6x+4\leqslant10$. 即 y 的最大值为 10.

当 $x\geqslant1$ 时，

$$y=(x+1)-3(x-1)+(2x+6)=10.$$

综上分析，y 的最大值为 10.

小结　在例 2 中，先求出式中各绝对值等于零的点，将数轴分为若干个区间．在每一区间上分别讨论以去掉绝对值符号．这一方法称为“零点分段法”.

题型 3:求解含有绝对值的方程、不等式

例 1　解方程 $|x-1|+|x+2|-|x-3|=4$.

解　利用“零点分段法”将数轴分为 $(-\infty,-2)$，$(-2,1]$，$(1,3]$，$(3,+\infty)$ 四个区间.

当 $x\leqslant-2$ 时，原方程化为

$$-(x-1)-(x+2)+(x-3)=4,$$

即 $\quad -x-4=4,$

解得 $\quad x=-8$

当 $-2<x\leqslant 1$ 时,原方程化为

$$-(x-1)+(x+2)+(x-3)=4,$$

解得 $x=4\notin(-2,1]$,舍去,方程无解.

当 $1<x\leqslant 3$ 时,原方程化为

$$(x-1)+(x+2)+(x-3)=4$$

解得 $\quad x=2.$

当 $x>3$ 时,原方程化为

$$(x-1)+(x+2)-(x-3)=4$$

解得 $x=0\notin(3,+\infty)$,舍去,原方程无解.

综上分析,原方程的解为 $x_1=-8,x_2=2.$

例 2 解方程 $|x^2-1|=-|x|+1.$

解 由已知方程,$-|x|+1=|x^2-1|\geqslant 0$,所以 $|x|\leqslant 1.$

因此 $|x^2-1|=1-x^2$,原方程化为

$$\begin{cases}|x|\leqslant 1,\\ 1-x^2=-|x|+1.\end{cases}$$

由于 $x^2=|x|^2$,上面的方程组化为

$$\begin{cases}|x|\leqslant 1,\\ |x|(|x|-1)=0,\end{cases}$$

解得 $|x|=0$ 或 $|x|=1$. 所以原方程的解为

$$x_1=0,\quad x_2=-1,\quad x_3=1.$$

例 3 解不等式 $\left|1-\dfrac{3x-5}{4}\right|>3.$

解 原不等式等价于

$$1-\frac{3x-5}{4}>3 \qquad ①$$

或

$$1-\frac{3x-5}{4}<-3. \qquad ②$$

不等式 ① 可化简为 $-3x>3$. 解得 $x<-1.$

不等式 ② 可化简为 $-3x<-21$. 解得 $x>7.$

故原不等式的解为 $x<-1$ 或 $x>7.$

含有绝对值的方程和不等式的问题还要在后面各节中更深入地讨论.

题型 4:平均值的概念、性质的应用

例 1(选择题) 设 a,b,c 为三个正整数,且 $a>b>c$. 如果这三个数的算术平均值为 $\dfrac{14}{3}$,几何平均值为 4,且 $a=bc$,则 a,b,c 的值依次是(   ).

(A)8,4,2 (B)12,6,2

(C)6,3,2 (D)10,5,2

解 由已知条件,有

$$\begin{cases}\dfrac{a+b+c}{3}=\dfrac{14}{3},\\ \sqrt[3]{abc}=4,\\ a=bc.\end{cases}$$

因为 a,b,c 均为正整数,由此可解得 $a=8,b=4,c=2$ 或 $a=8,b=2,c=4$,又 $a>b>c$,可知 $a=8,b=4,c=2$.

故本题应选(A).

例 2(填空题) 设 a,b 均为正数,若 a,b 的算术平均值为 m,且 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=n$. 则 a,b 的比例中项为________.

解 由已知条件,有 $\dfrac{a+b}{2}=m$,即 $a+b=2m$,所以

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{2m}{ab}=n,$$

得 $$ab=\frac{2m}{n}.$$

所以,a,b 的比例中项为

$$\sqrt{ab}=\sqrt{\frac{2m}{n}}.$$

例 3(选择题) 设 $x>0$,则 $x^2+\dfrac{6}{x}$ 的最小值为( ).

(A) $\sqrt[3]{6}$ (B) $\sqrt[3]{9}$ (C) $3\sqrt[3]{9}$ (D) 不存在

解 由算术平均值与几何平均值的关系,有

$$x^2+\frac{6}{x}=x^2+\frac{3}{x}+\frac{3}{x}\geqslant 3\sqrt[3]{x^2\cdot\frac{3}{x}\cdot\frac{3}{x}}=3\sqrt[3]{9}.$$

等号仅当 $x^2=\dfrac{3}{x}$ 时,即 $x=\sqrt[3]{3}$ 时成立,这时,$x^2+\dfrac{6}{x}$ 有最小值 $3\sqrt[3]{9}$.

故本题应选(C).

小结 读者应熟悉以下概念:

(1) 对于 n 个数 $x_1,x_2,\cdots,x_n$,

$$\overline{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$$

称为这 n 个数的算术平均值.

(2) 对于 n 个正数 $x_1,x_2,\cdots,x_n$

$$x_g=\sqrt[n]{x_1x_2\cdot\cdots\cdot x_n}$$

称为这 n 个数的几何平均数.

特别地,对于正数 x_1,x_2,

$$x_g=\sqrt{x_1x_2}$$

称为 x_1,x_2 的比例中项.

例 4(选择题)　某班同学在一次外语考试中,平均成绩为 75 分. 其中男同学人数比女同学多 80%,而女同学平均成绩比男同学高 20%,则女同学的平均成绩为(　　).

(A)82 分　　(B)84 分　　(C)86 分　　(D)88 分

解　设女同学平均成绩为 x 分,则男同学平均成绩为$\frac{x}{1.2}$,若记女生人数为 a,则男生人数为 $1.8a$. 所以,全班外语考试总分为 $2.8a\times 75$,由此,得方程

$$2.8a\times 75=ax+1.8a\times\frac{x}{1.2}$$

解得　$x=84$.

故本题应选(B).

自测练习

(一) 选择题

1. 设三个实数 a,b,c 在数轴上的位置如图 1—1,则 $|a|+|b|+|c|-|a+b|+|b+c|-|c-a|=$(　　).

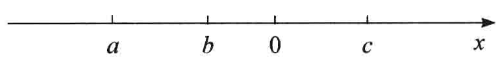

图 1—1

(A)$a-b+c$　　(B)$a+b-c$

(C)$a+b+c$　　(D)$a-b-c$

2. 若 $b<0,0<|a|<|b|<|c|$,且 $\sqrt{\frac{ab^2}{c}}=\frac{b}{c}\sqrt{ac}$,则必有(　　).

(A)$c<b<a$　　(B)$a<b<c$

(C)$b<a<c$　　(D)$b<c<a$

3. 设实数 x,y 满足 $xy>0$,则下列不等式中不正确的是(　　).

(A) $|x+y|\geqslant x-y$　　(B)$2\sqrt{xy}\leqslant|x+y|$

(C) $|x+y|<|x|+|y|$　　(D) $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geqslant 2$

4. 设$\left|\frac{x+y}{2}-\frac{2}{3}y-\frac{5}{2}\right|+\left|\frac{3}{2}x+2y\right|=0$,则 $x+y=$(　　).

(A) -2　　(B) -1　　(C)0　　(D)1

5. 已知$\frac{|x+y|}{x-y}=2$,则$\frac{x}{y}=$(　　).

(A) $\frac{1}{2}$　　(B)3 或$\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{3}$　　(D) $\frac{1}{3}$ 或$\frac{1}{2}$

6. 已知$\left|\frac{2x-1}{x+1}\right|=\frac{1-2x}{x+1}$,则 x 的取值范围是(　　).

(A) $(-1,\frac{1}{2}]$　　(B) $(-3,-1)$

(C) $(1,3]$　　(D) $(-3,-\frac{1}{2}]$

7. 设 $m>n>0$,则下列不等式恒成立的是(　　).

(A) $\frac{m+n}{2}\geqslant\frac{2mn}{m+n}\geqslant\sqrt{mn}$　　(B) $\frac{m+n}{2}>\sqrt{mn}>\frac{2mn}{m+n}$

(C) $\frac{2mn}{m+n}<\frac{m+n}{2}<\sqrt{mn}$　　(D) $\sqrt{mn}<\frac{2mn}{m+n}<\frac{m+n}{2}$

(二) 填空题

1. 设 a,b,c 为实数,且 $|a|+a=0$, $|ab|=ab$, $|c|-c=0$,则 $|b|-|a+b|-|c-b|+|a-c|=$ ________.

2. 若 $|x|=5$, $|y|=4$,且 $|x-y|+x-y=0$,则 $x+y$ 的值是________.

3. 已知 $2x+|8-5x|+|2-3x|+4$ 的值恒为常数,则 x 应满足的条件为________.此常数的值为________.

4. 方程 $|x+3|-|x-1|=x+1$ 的解是________.

5. 当 $x=$ ________ 时,函数 $f(x)=\frac{12}{x^2}+3x(x>0)$ 的最小值是________.

6. 设 $|a|=8$, $|b|=12$,且 $ab<0$,则 $|a-b|=$ ________.

(三) 解答题

1. 解方程 $x^2+2.5|x|-1.5=0$.

2. 解不等式 $|x-5|-|2x+3|<1$.

3. 解方程 $2|x+1|+|x-3|=6$.

4. 将一条长为 10 米的钢材截成长为 x 和 $10-x$ 的两段,使 x 恰是 10 与 $10-x$ 的几何平均值,求一段的长.

5. 已知 $x>0,y>0$,点 (x,y) 在双曲线 $xy=2$ 上移动,求 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ 的最小值.

6. 解方程 $|x|x-4|x|+3=0$.

参考答案及解析

(一) 选择题

1. 答:C

解　由图 1—1 可得 $a<b<0<c$, $|b|<|c|$. 所以

$$a+b<0,\quad b+c>0,\quad c-a>0$$

于是,

$$\begin{aligned}&|a|+|b|+|c|-|a+b|+|b+c|-|c-a|\\&=-a-b+c+(a+b)+(b+c)-(c-a)\\&=a+b+c\end{aligned}$$

故本题应选(C).

2. 答:A

解 由已知条件,有

$$\sqrt{\frac{ab^2}{c}}=\sqrt{\left(\frac{b}{c}\right)^2\cdot ac}=\left|\frac{b}{c}\right|\cdot\sqrt{ac}=\frac{b}{c}\sqrt{ac}.$$

可见,b 与 c 同号且 $ac>0$. 又 $b<0$, $|b|<|c|$. 所以

$$c<b<0, a<0.$$

再由 $0<|a|<|b|<|c|$,可得

$$c<b<a.$$

故本题应选(A).

3. 答:C

解 由 $xy>0$ 可知,x,y 同为正数或同为负数. 利用不等式性质,有 $|x+y|\geqslant|x|-|y|$,当 $x>0$ 且 $y>0$ 时,得 $|x+y|\geqslant x-y$. 类似地,$|x+y|\geqslant|y|-|x|$,当 $x<0,y<0$ 时,得 $|x+y|\geqslant x-y$. 故(A) 正确.

对于(B),有 $|x|+|y|\geqslant 2\sqrt{|x|\cdot|y|}$. 当 $xy>0$ 时,有

$$|x|+|y|=|x+y|,\quad \sqrt{|x|\cdot|y|}=\sqrt{xy}.$$

于是 $2\sqrt{xy}\leqslant|x+y|$.

故(B) 正确.

对于(C),因 $xy>0$,可知 $|x+y|=|x|+|y|$,故(C) 不正确. 本题应选(C).

4. 答:D

解 由题设条件,得

$$\begin{cases}\dfrac{x+y}{2}-\dfrac{2}{3}y-\dfrac{5}{2}=0,\\ \dfrac{3}{2}x+2y=0,\end{cases}\quad 即\quad \begin{cases}3x-y=15,\\ 3x+4y=0.\end{cases}$$

解得 $x=4,y=-3$. 所以 $x+y=1$. 故本题应选(D).

5. 答:B

解 由题设条件,有

$$\begin{cases}|x+y|\neq 0,\\ x-y>0,\\ |x+y|=2(x-y).\end{cases}$$

由此可得

$$(\mathrm{I})\begin{cases}x+y>0,\\ x>y,\\ x+y=2(x-y),\end{cases}\quad 或\quad (\mathrm{II})\begin{cases}x+y<0,\\ x>y,\\ -(x+y)=2(x-y).\end{cases}$$

由(Ⅰ)有 $\dfrac{x}{y}=3$;由(Ⅱ)有 $\dfrac{x}{y}=\dfrac{1}{3}$. 故本题应选(B).

6. 答:A

解 由已知条件,有 $\dfrac{2x-1}{x+1}\leqslant 0$. 即

$$\begin{cases}2x-1\leqslant 0,\\ x+1>0,\end{cases}\quad 或\quad \begin{cases}2x-1\geqslant 0,\\ x+1<0.\end{cases}$$

解得 $\quad -1<x\leqslant\frac{1}{2}$.

故本题应选(A).

7. 答:B

解 已知 $m>n>0$,所以$\frac{m+n}{2}>\sqrt{mn}$. 即

$$m+n>2\sqrt{mn}=\frac{2mn}{\sqrt{mn}},$$

而 $m+n>0, mn>0$. 所以,$\sqrt{mn}>\frac{2mn}{m+n}$. 故本题应选(B).

(二) 填空题

1. 答:b .

解 由已知条件,有 $|a|=-a$, $|c|=c$. 所以$a<0, c>0$. 而 $|ab|=ab$,可知$b<0$. 于是

$$a+b<0,\quad c-b>0,\quad a-c<0.$$

故

$$\begin{aligned}&|b|-|a+b|-|c-b|+|a-c|\\=&-b+(a+b)-(c-b)-(a-c)\\=&\ b.\end{aligned}$$

2. 答:-1 或 -9.

解 因为 $|x-y|=-(x-y)$,可得 $x-y<0$,即 $x<y$. 又 $|x|=5$, $|y|=4$, 必有 $x=-5, y=4$ 或 $y=-4$. 所以

$$x+y=-1 \quad 或 \quad x+y=-9.$$

3. 答:$\frac{2}{3}\leqslant x\leqslant\frac{8}{5}$;10.

解 由题设条件,有

$$\begin{cases}8-5x\geqslant 0,\\2-3x\leqslant 0,\end{cases}$$

解得

$$\frac{2}{3}\leqslant x\leqslant\frac{8}{5},$$

此时

$$2x+|8-5x|+|2-3x|+4=2x+(8-5x)-(2-3x)+4=10.$$

4. 答:$x=-5$ 或 -1 或 3.

解 利用“零点分段法”.

当 $x\leqslant -3$ 时,原方程化为

$$-(x+3)+(x-1)=x+1,$$

解得 $\quad x=-5$.

当 $-3<x\leqslant 1$ 时,原方程化为

$$(x+3)+(x-1)=x+1,$$

解得 $\quad x=-1$.

当 $x>1$ 时，原方程化为

$$(x+3)-(x-1)=x+1,$$

解得 $x=3$.

5. 答：2；9.

解 当 $x>0$ 时，

$$f(x)=\frac{12}{x^2}+3x=\frac{12}{x^2}+1.5x+1.5x\geqslant 3\sqrt[3]{\frac{12}{x^2}\times 1.5x\times 1.5x},$$

等号当且仅当 $\frac{12}{x^2}=1.5x$ 时，即 $x=2$ 时成立．此时

$$f(2)=\frac{12}{2^2}+3\times 2=9.$$

6. 答：20.

解 由 $ab<0$，可知 a,b 异号．所以 $a=8,b=-12$；或 $a=-8,b=12$. 两种情形下，都有

$$|a-b|=20.$$

(三) 解答题

1. **解** 原方程可记为

$$|x|^2+2.5|x|-1.5=0,$$

所以 $|x|=\frac{-2.5\pm\sqrt{2.5^2+4\times 1.5}}{2}=\frac{-2.5\pm 3.5}{2}$,

可得 $|x|=0.5$，$|x|=-3$(舍去)，

故 $x=\pm 0.5$.

2. **解** 当 $x\leqslant -\frac{3}{2}$ 时，原不等式化为

$$-(x-5)+(2x+3)<1,$$

即 $x+8<1$,

解得 $x<-7$.

当 $-\frac{3}{2}<x\leqslant 5$ 时，原不等式化为

$$-(x-5)-(2x+3)<1,$$

可得 $x>\frac{1}{3}$.

此时，不等式的解为 $\frac{1}{3}<x\leqslant 5$.

当 $x>5$ 时，原不等式化为

$$(x-5)-(2x+3)<1,$$

解得 $x>-9$.

此时，不等式的解为 $x>5$.

综上分析，原不等式的解为 $x<-7$ 或 $x>\frac{1}{3}$.

3. **解** 当 $x\leqslant -1$ 时，原方程化为

$$-2(x+1)-(x-3)=6,$$

解得　$x=-\frac{5}{3}$.

当 $-1<x\leqslant 3$ 时，原方程化为

$$2(x+1)-(x-3)=6,$$

解得　$x=1$.

当 $x>3$ 时，原方程化为

$$2(x+1)+(x-3)=6,$$

解得 $x=\frac{7}{3}$. 与 $x>3$ 矛盾. 故此时方程无解.

综上分析，原方程的解为 $x=-\frac{5}{3}$ 或 $x=1$.

4. **解**　由题意，有 $x=\sqrt{10(10-x)}$，即

$$x^2+10x-100=0,$$

所以

$$x=\frac{-10\pm\sqrt{500}}{2}=-5\pm5\sqrt{5}$$

舍去负根，得 $x=-5+5\sqrt{5}\approx 6.18$(米).

5. **解**　因为 $x>0,y>0$，当 $xy=2$ 时，有

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\geqslant 2\sqrt{\frac{1}{xy}}=\sqrt{2},$$

当且仅当 $\frac{1}{x}=\frac{1}{y}$ 时，等号成立. 即 $x=y=\sqrt{2}$ 时，$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ 有最小值 $\sqrt{2}$.

6. **解**　当 $x\geqslant 0$ 时，原方程化为

$$x^2-4x+3=0,$$

解得　$x_1=1$，　$x_2=3$.

当 $x<0$ 时，原方程化为

$$-x^2+4x+3=0 \quad 即\ x^2-4x-3=0$$

解得　$x=2\pm\sqrt{7}$.

舍去正根，有 $x_3=2-\sqrt{7}$.

故原方程的解为 $x_1=1,x_2=3,x_3=2-\sqrt{7}$.

第二节　比和比例

考点归纳

1. 比的概念及性质.
2. 比例的概念及性质.