

中学物理奥赛辅导

ZHONGXUE WULI AOSAI FUDAO

# 物理竞赛专题精编

WULI JINGSAI ZHUANTI JINGBIAN

江四喜 编著

中国科学技术大学出版社

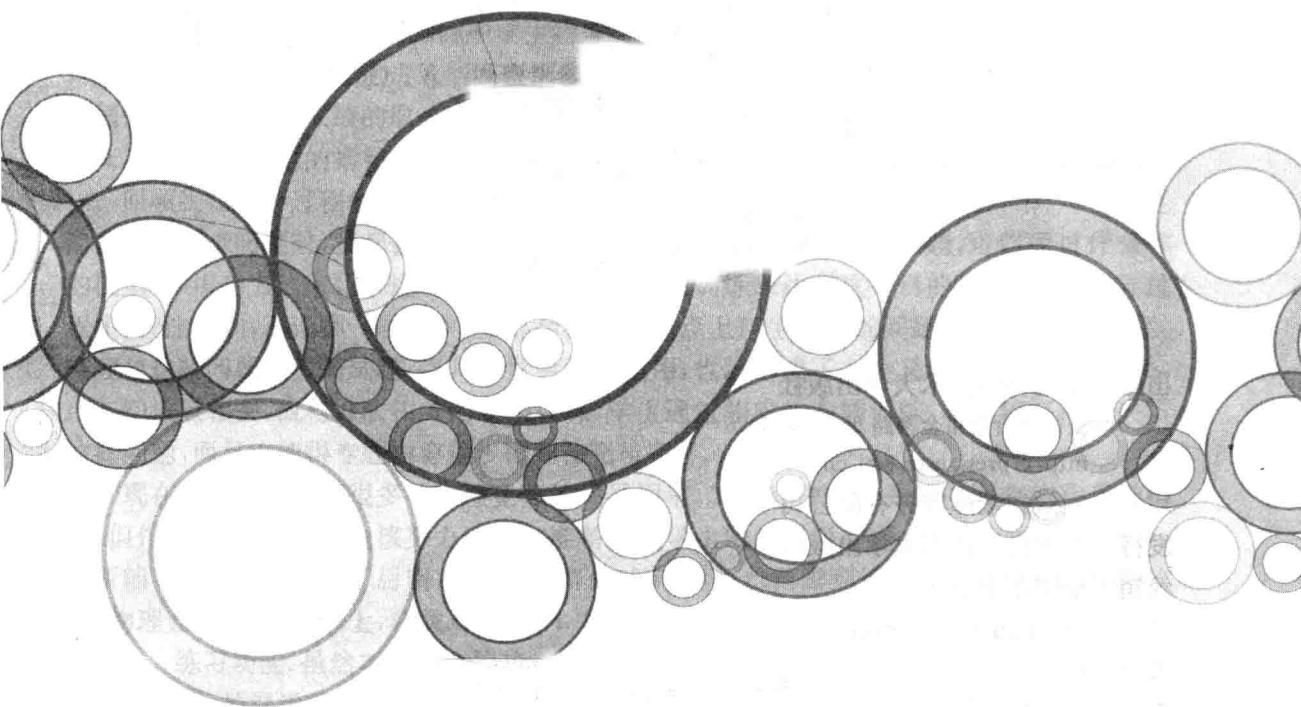
中学物理奥赛辅导

ZHONGXUE WULI AOSAI FUDAO

# 物理竞赛专题精编

WULI JINGSAI ZHUANTI JINGBIAN

江四喜 编著



中国科学技术大学出版社

## 内 容 简 介

本书是作者在长期辅导学生进行物理竞赛学习的过程中逐步形成的,是作者十多年来进行竞赛教学的结晶。本书以学生在竞赛学习过程中可能遇到的问题为背景,或以典型的物理模型,或以比较重要的知识点,或以重要的物理方法为专题集中选题,让学生通过专题训练,或是能更清晰地认识这类模型的结构与处理方法,或是在对某一知识点作深入而全面的讨论,或是通过一种解题方法的集中展示,以达到熟练运用的目的。学习者通过练习与阅读相应的解答,能够比较轻松地跨过一个一个问题障碍。

本书可作为广大有志于物理竞赛的中学生提高素能的辅导书与工具书,同时也适合于准备参加各类高校自主招生考试的学生进行物理备考时阅读。

### 图书在版编目(CIP)数据

物理竞赛专题精编/江四喜编著. —合肥:中国科学技术大学出版社,2013.6  
(中学物理奥赛辅导)

ISBN 978-7-312-03197-7

I. 物… II. 江… III. 中学物理课—教学参考资料 IV. G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 085132 号

出版 中国科学技术大学出版社  
安徽省合肥市金寨路 96 号,230026  
<http://press.ustc.edu.cn>  
印刷 安徽省瑞隆印务有限公司  
发行 中国科学技术大学出版社  
经销 全国新华书店  
开本 787 mm×1092 mm 1/16  
印张 40  
字数 998 千  
版次 2013 年 6 月第 1 版  
印次 2013 年 6 月第 1 次印刷  
印数 1—3000 册  
定价 68.00 元

# 前 言

全国中学生物理竞赛(CPhO)已举办近三十届了,参加此项赛事的中学生累计接近千万之众,这一活动极大地激发了中学生学习物理的兴趣与主动性,增强了他们的学习能力,培养了他们科学思维的方法,激发了他们潜能的发挥.尽管近年来社会上对学科竞赛活动充满了争议,但由竞赛(特别是物理竞赛)培养出来的学生的卓越性,却是不容争议的,这也是为何重点大学一直青睐物理竞赛获奖学生的根由.

笔者从事物理奥赛辅导与教学工作已经十多年了,在我们这所并没有特别生源的中学里,在奥赛竞争激烈的环境中,笔者在最近连续三届的辅导中,均将学生送入了此项赛事的顶级赛场,他们是:

余超,2007年第8届亚洲中学生物理奥林匹克竞赛金牌得主;

靖礼,2010年第41届国际中学生物理奥林匹克竞赛金牌得主;

胡琦,2010年第11届亚洲中学生物理奥林匹克竞赛中国队队员(中国队因故未参赛);

张成错,2013年第44届国际中学生物理奥林匹克竞赛中国队队员.

此外,还有更多的学生进入国家集训队及获得赛区一等奖,他们最终都通过保送进入了全国知名高校.这些成绩的取得,当然首先要归功于学生个人的天赋与后天的努力,但同样也离不开科学、规范的指导与训练.

回顾我在辅导过程中与学生交流时,提出与解决问题是一个非常重要的环节.每当学生向我提出一个问题时,我都会思考:与此问题相关的还有哪些类似的问题,可以通过什么样的模型、知识与方法来化解这类问题,通过什么样的训练来达到这一目的.在长期的辅导过程中,我注意到,不论哪一届的学生,都会在某些结点上产生相同的问题.于是便开始收集、整理与这些问题相关的试题,将其印发给学生使用,也就形成了一个又一个或与模型相关,或与知识点相关,或与方法相关的专题训练.学生通过相应的专题训练,不仅较好地解决了这些问题,而且也使得专题内容逐步得到补充与完善.

现在市面上已经有很多种物理竞赛的辅导用书,其中有许多优秀的书籍亦使我受益匪浅.但作为一名教练,更应该努力选择与准备能让学生的学习轻松而卓有成效的参考资料.我所辅导的几届学生到了后期,特别是复赛的冲刺阶段,都落脚到使用我为同学们编印的这本《物理竞赛专题精编》上.在我看来,这本书至少有如下几项功能:

(1) 练习功能.虽然本书没有覆盖竞赛所要求掌握的所有知识点,但却几乎覆盖了所有学生易出错、易混淆的结点,而这些正是需要强化训练的部分.使用本书中的练习,能有效地帮助学生消化、突破这些内容,特别是书中一些学生自编的试题,其针对性十分明确.

(2) 题典功能.本书虽然只收入了500多道习题,并将其编到96个专题之中,但这些试题基本上都属于奥赛的经典试题,是同学们查阅得较为频繁的试题.同时,通过对一道试题的查阅,能很快见识到同类习题的特点,起到事半功倍的作用.

(3) 归纳功能.学习障碍的产生,往往是源于学生自己对模型结构、解题方法以及知识

点的认识存在障碍,且任何一点都会产生大量的问题,而解决一个问题,往往就会产生多米诺骨牌效应,化解众多与此相关的问题.本书中归纳的每一个专题,不论你查阅到其中的哪一题,往往都会让你对此类问题有一个全面而清晰的认识.

让本人想到将这些专题结集出版,是源于已经从我这里毕业了的学生,在他们从大学返回母校时,我让他们回顾已经过去了的竞赛学习,根据他们竞赛学习的经验,在使用过的众多资料中,什么样的资料更适合于竞赛学习呢?让我没有想到的是,多位学生都说我所编印的《物理竞赛专题精编》应该是最有实效的.这也许言过其实,但却让我有了出版它的冲动,也算作是对我十多年在这方面工作的总结吧!

在我整理这些专题的时候,学生们在使用本专题时提问与讨论的情景又一一浮现在我的眼前.由于解答最初基本上都是给学生阅读的,因此,很多解答具备“讲解”的口吻,也有部分习题给出了一题多解.也许,你在阅读“参考解答”时会遇到不熟悉的知识点,这实际上是在提示你应该去阅读相关的书籍了,弄清相应的理论内容,弥补相应的缺陷.

也许,对每一个专题我们还能找到一些更具代表性的试题,这只是仁者见仁、智者见智的问题,况且我对专题设置的前提并不是想穷尽所有的试题,而是希望通过对此类试题进行有限而集中的训练,达到触类旁通的目的.

在我辅导学生的过程中,北京大学教授、多次担任国际物理奥赛中国队总教练的舒幼生老师编写的多种竞赛辅导书籍,一直都是我的必备用书.在本书的编校过程中,舒幼生老师在繁忙之中阅读了部分内容,并提出了日后再版时宜重组的建议.在此,本人对舒老师致以深深的谢意!

非常感谢我的2013届物理小组的同学们,他们不仅将使用过程中发现的错误及时地反馈给我,而且在专题的修改中提出了很多建设性的意见.

虽然本书的素材积累时间很长,但由于本人选题范围及视角有限,加之本人使用的自编资料并非只此一种,有些内容虽然也很重要,但因在其他的自编资料中重点强调了而在本资料中被忽视了,因此选题就难免片面.当然,书中对试题的解答也一定存在着诸多的不足,如果读者有相关的建议或更好的专题,在您方便的前提下,请将建议或专题发至:714537035@qq.com,本人将不胜感激.

最后,感谢您阅读本书.

江四喜

2013年5月于武汉二中



# 目 录

前言 .....	( i )
1 相对运动 .....	( 1 /156)*
2 速度与加速度关联 .....	( 3 /161)
3 杆系交叉点的速度 .....	( 5 /166)
4 射程 .....	( 6 /169)
5 类抛体运动 .....	( 8 /177)
6 有障碍的抛体运动 .....	( 9 /184)
7 反射特征在运动中的应用 .....	(10/190)
8 折射特征在运动中的应用 .....	(12/196)
9 折返与交替运动 .....	(13/200)
10 曲线运动中的追及与相遇 .....	(14/207)
11 最速降线 .....	(15/213)
12 用物理方法求解曲率半径 .....	(17/220)
13 不规则物体的重心(质心)位置 .....	(18/223)
14 球、柱的堆放 .....	(19/227)
15 摩擦角 .....	(20/231)
16 多点摩擦的平衡 .....	(22/234)
17 平衡稳定性的分析 .....	(23/240)
18 桁架的平衡 .....	(25/245)
19 空间力系下杆的平衡 .....	(26/248)
20 斜面上物体的平衡 .....	(27/254)
21 液体的平衡 .....	(28/260)
22 动力学中的多体问题 .....	(29/264)
23 非惯性参考系下的动力学问题 .....	(31/268)
24 科氏力与科氏加速度 .....	(32/272)
25 曲面上物体的滑落 .....	(33/277)
26 物体在曲面上的平衡与运动 .....	(35/281)
27 力与速度相关时问题的处理 .....	(36/285)
28 重绳(链)的受力与运动 .....	(37/290)
29 冲击过程 .....	(39/294)

---

\* 各专题对应的两个数字分别为内容和练习页码以及对应的参考解答页码。

30	连续作用的问题 .....	( 40 /299)
31	斜碰中 $\Delta t_f$ 与 $\Delta t_N$ 的匹配问题 .....	( 42 /304)
32	非弹性碰撞 .....	( 43 /310)
33	二体问题 .....	( 45 /315)
34	质心及质心系 .....	( 46 /319)
35	角动量的应用 .....	( 48 /322)
36	平方反比作用力下的性质 .....	( 49 /325)
37	天体运动 .....	( 51 /334)
38	虚功原理的应用 .....	( 54 /339)
39	变形摆 .....	( 55 /342)
40	不完整的谐振 .....	( 57 /346)
41	径向振动 .....	( 59 /355)
42	多普勒效应 .....	( 61 /361)
43	表面张力的计算 .....	( 63 /366)
44	热传递 .....	( 64 /372)
45	理想气体的状态变化分析 .....	( 67 /376)
46	理想气体的循环过程 .....	( 68 /381)
47	卡诺循环 .....	( 70 /387)
48	涉及物态变化的热学问题 .....	( 72 /391)
49	宏观状态下的无序运动 .....	( 74 /395)
50	熵变 .....	( 75 /400)
51	带电粒子在周期性变化的电场中的运动 .....	( 76 /403)
52	电容器 .....	( 80 /409)
53	静电能 .....	( 81 /414)
54	电偶极子 .....	( 83 /418)
55	电像法 .....	( 84 /423)
56	复杂电阻的分析与计算 .....	( 86 /427)
57	几种无限网络电阻的计算 .....	( 87 /433)
58	非线性电路的分析与计算 .....	( 89 /443)
59	非线性电路中物理量变化图形的描绘 .....	( 91 /447)
60	复杂含源电路的简化与计算 .....	( 94 /455)
61	带电粒子在磁场中的周期性运动 .....	( 95 /460)
62	粒子的漂移运动 .....	( 97 /464)
63	加速器 .....	( 99 /471)
64	与磁场相关的几种典型模型 .....	(101/474)
65	动生电动势的计算 .....	(104/479)
66	感生电场的应用 .....	(105/483)
67	感生电动势的计算 .....	(106/488)
68	电感与电容组成的电路 .....	(108/493)
69	交变电路的计算 .....	(109/498)

---

70	三相交流电 .....	(111/502)
71	黑盒子 .....	(112/504)
72	视场 .....	(114/507)
73	特殊光路的应用 .....	(115/509)
74	逐次成像的计算 .....	(117/513)
75	球面折射成像 .....	(119/519)
76	简单的光学仪器 .....	(120/522)
77	不均匀介质的折射 .....	(121/525)
78	波的干涉 .....	(123/530)
79	光压 .....	(124/535)
80	能级 .....	(126/539)
81	洛伦兹变换与时空相对论效应 .....	(127/543)
82	光的相对论效应 .....	(129/554)
83	相对论下能量与动量的关系 .....	(131/557)
84	空间问题 .....	(132/562)
85	圆的性质在竞赛中的应用 .....	(134/569)
86	椭圆的性质在竞赛中的应用 .....	(135/573)
87	抛物线的性质在竞赛中的应用 .....	(137/579)
88	双曲线的性质在竞赛中的应用 .....	(138/584)
89	高次方程的求解 .....	(141/588)
90	特殊方程的求解 .....	(142/594)
91	数列的性质在竞赛中的应用 .....	(143/599)
92	思维类难题选 .....	(145/603)
93	过程类难题选 .....	(146/605)
94	运算类难题选 .....	(148/611)
95	情景类难题选 .....	(149/618)
96	信息类难题选 .....	(152/623)



# 专题内容和练习

## 1 相对运动

相对运动不仅是研究运动学乃至整个物理学的基础,也是研究矢量问题的出发点.通过对不同的位移、速度、加速度之间的转换与运算,我们可以对矢量的运算及复杂的运动有一个基本的认识.

在竞赛中,求解相对运动的问题单独成题的可能性并不太大,但能否较好地处理相对运动的问题,又往往是能否正确解答相关问题的关键所在.同时,在很多情况下,运用好相对运动间的关系,能很大程度上减少运算量,简化解题步骤,提高解题速度.能否熟练地处理这类问题也在一定程度上反映了答题者思维的敏捷程度.

1. 两辆汽车的挡风玻璃与水平方向的夹角分别为  $\beta_1 = 30^\circ$ ,  $\beta_2 = 15^\circ$ . 冰雹竖直下落,打到玻璃上,两司机都看到冰雹从玻璃上反弹后竖直向上运动,求两车速率之比.

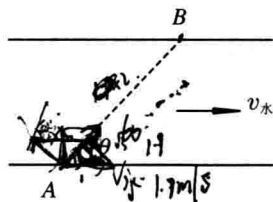
2. 在河流两岸相距  $s = 1200 \text{ m}$  处有  $A$ 、 $B$  两码头,  $A$ 、 $B$  两码头和河岸成  $\theta = 60^\circ$  角,且  $B$  在  $A$  的下游,如图所示. 水流速度  $v_{\text{水}} = 1.9 \text{ m/s}$ . 一艘渡船想在最短时间  $t = 5 \text{ min}$  内沿直线  $AB$  往返于两码头间,问船应取怎样的方向航行? 船速多大?  $1.75$ .

3. 一人站在距平直公路  $h = 50 \text{ m}$  的  $B$  处,公路上有一汽车以  $v_1 = 10 \text{ m/s}$  的速度行驶,如图所示. 当汽车在与  $B$  相距  $l = 200 \text{ m}$  的  $A$  处时,人以速度  $v_2 = 3 \text{ m/s}$  奔跑(可以认为人一开始就是这个速度). 为了使人跑到公路上时能与车相遇,问:

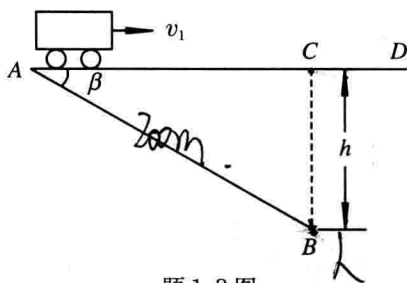
(1) 人奔跑应取什么方向?

(2) 人需要多长时间才能赶上汽车?

(3) 若其他条件不变,人在原处开始匀速奔跑时,该人可以与汽车相遇的最小奔跑速率是多少?



题 1-2 图



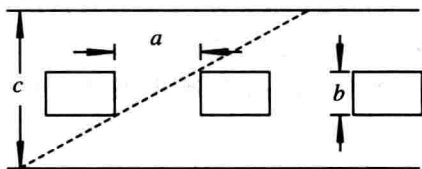
题 1-3 图

4. 如图所示,一串相同的汽车以等速  $v$  沿宽度为  $c$  的直公路行驶,每车宽为  $b$ ,头尾间距为  $a$ ,则人能以最小速率沿一直线穿过马路所用时间为多少?

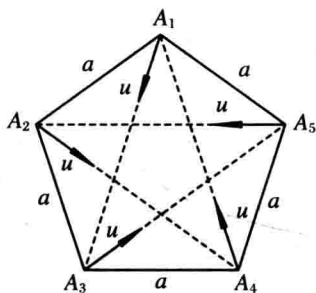
5. 模型飞机以相对于空气  $v = 39 \text{ km/h}$  的速度绕一个边长为  $2 \text{ km}$  的等边三角形飞行, 设风速  $u = 21 \text{ km/h}$ , 方向与三角形的一边平行并和飞机起飞方向相同, 问飞机绕三角形一周需要多少时间? (忽略飞机转弯与起飞所需的时间.)

6. 一木板从空中下落, 发现在某时刻板上  $a$  点速度和  $b$  点速度相同,  $v_a = v_b = v$ , 且均位于板面上; 同时还发现板上  $c$  点速度比速度  $v$  大一倍,  $c$  点到  $a$ 、 $b$  两点距离等于  $a$ 、 $b$  两点之间距离, 则板上哪些点的速度等于  $3v$ ?

7. 各边长为  $a$  的正五边形的五个顶点上各有一个质点, 分别为  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$  和  $A_5$ , 如图所示. 今使质点  $A_1$  始终对准质点  $A_3$  运动,  $A_3$  始终对准  $A_5$  运动,  $A_5$  始终对准  $A_2$  运动,  $A_2$  始终对准  $A_4$  运动,  $A_4$  始终对准  $A_1$  运动, 运动速率均为  $u$ . 试问经多长时间五个质点相聚?



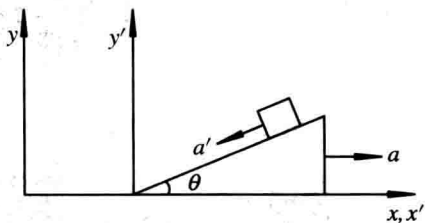
题 1-4 图



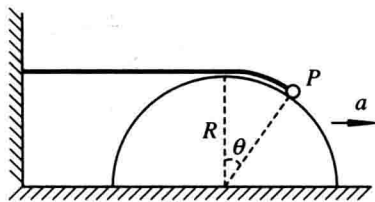
题 1-7 图

8. 如图所示, 一斜面体放置在光滑的水平面上, 一木块沿斜面以相对加速度 (相对斜面体)  $a'$  下滑, 斜面体获得向右的加速度  $a$ . 试求木块相对地面的加速度  $a_0$ . (已知斜面倾角为  $\theta$ .)

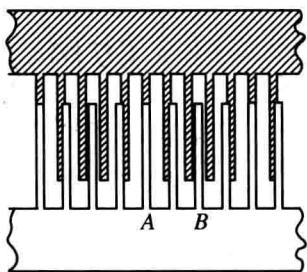
9. 一半径为  $R$  的半圆柱面在水平面上向右做加速度为  $a$  的匀加速运动, 在柱面上有一系在水平绳子自由端的小球  $P$ , 绳子的另一端固定在墙面上. 如图所示, 当小球相对于半圆柱面的角位置为  $\theta$  时, 半圆柱面的速度为  $v$ , 求此时小球的速率和加速度的大小.



题 1-8 图



题 1-9 图



题 1-10 图

10. 有两把齿距不同的梳子, 其中一把每厘米有 4 个齿, 另一把每厘米有 5 个齿. 今将它们重叠起来, 再透过其齿间的缝隙去看亮光, 则可以看到亮段和暗段交替出现. 如果把其中的一把梳子以  $1 \text{ cm/s}$  的速度移动, 问亮的部位将以多大的速率移动?

## 2 速度与加速度关联

通过绳或杆连接起来的物体的速度、加速度之间的关系,既是运动的合成与分解的运用能力的体现,也是小量运算的基础.

对物体间的速度与加速度的关联,应注意以下几方面:一是通过绳连接起来的物体,在绳没有跨过动滑轮的前提下,绳上各点沿绳的方向上的速度大小相等,但加速度未必相等;二是相互接触的坚硬物体,在垂直于接触面的方向上各物体的速度相等;三是在没有转动和动滑轮的前提下,在沿绳的方向上,各点的加速度相等(杆亦有类似的性质).

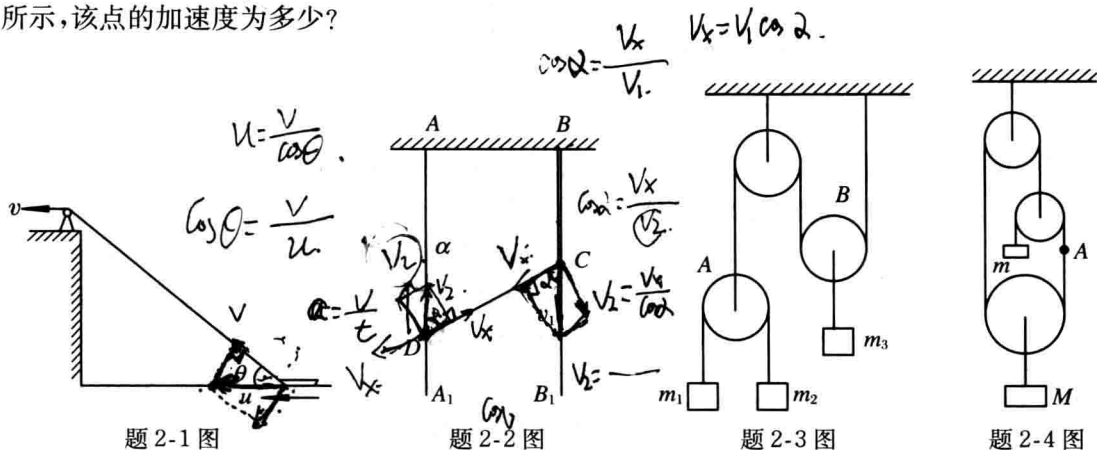
一般情况下,速度与加速度的关联并不单独成为赛题,而是渗透在其他问题之中,但能否迅速而准确地找到物体间的这种关联,往往是能否正确解题的前提与基础.

1. 如图所示,人在河岸上用绳经滑轮拉船靠岸.若当绳与河面夹角为  $\theta$  时,绳的速率为  $v$ ,试求此时船靠岸的速率  $u$  及加速度  $a$ .

2. 如图所示,  $AA_1$  和  $BB_1$  是两根光滑的细直杆,并固定在天花板上,将绳的一端拴在  $B$  点,另一端拴在套于  $AA_1$  杆上的珠子  $D$  上,另有一珠子  $C$  穿过绳及杆  $BB_1$  以速率  $v_1$  匀速下落,而珠子  $D$  以一定速度沿杆上升.当图中角度为  $\alpha$  时,珠子  $D$  上升的速率  $v_2$  多大?  $v_2 = v_1 \cos \alpha$

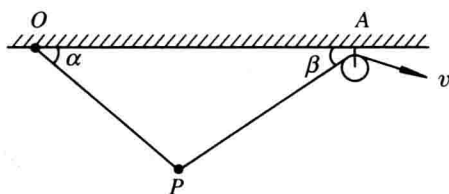
3. 在如图所示的装置中,已知三物体的质量分别为  $m_1$ 、 $m_2$  和  $m_3$ ,其中质量为  $m_3$  的物体向上做加速运动.若忽略滑轮和绳的质量及一切摩擦,求质量为  $m_3$  物体的加速度.

4. 在如图所示的系统中,滑轮与线的质量轻,可忽略不计,线不可伸长,滑轮的大小正好使图中的线是竖直的.问图中两物块  $M$  和  $m$  的加速度分别为多少? 线上有一点  $A$ ,如图所示,该点的加速度为多少?

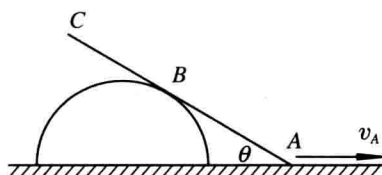


5. 某细杆可绕水平天花板上一个固定轴  $O$  旋转,细杆的另一端连接小球  $P$ ,小球  $P$  又与一根细绳相连,细绳跨过天花板上的一个小滑轮  $A$ ,可以被人用手拉动.已知  $OA$  间的距离为  $L$ ,细杆、绳与天花板的夹角分别记为  $\alpha$  和  $\beta$ ,如图所示.设某时刻  $\alpha + \beta \leq \frac{\pi}{2}$ ,绳被拉动的速率为  $v$ ,试求此时小球  $P$  的运动速率  $u$  及加速度  $a$ .

6. 如图所示,细杆  $ABC$  靠在固定的半圆环上,两者处于同一竖直平面内,杆上  $B$  恰好落在圆环上,圆环的半径为  $R$ . 已知  $A$  端沿半圆直径方向移动的速率大小为  $v_A$ ,求当杆与水平线的交角为  $\theta$  时:



题 2-5 图



题 2-6 图

(1) 杆的角速度  $\omega$ ;

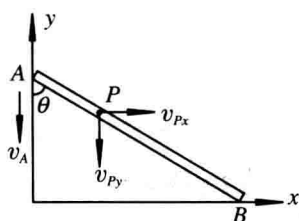
(2) 杆上与半圆相切点  $B$  的速率和杆与圆环接触点  $B'$  的速率大小.

7. 如图所示,细杆  $AB$  长  $L$ ,端点  $A$ 、 $B$  分别被约束在  $x$  和  $y$  轴上运动,试求:

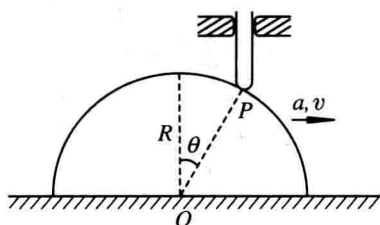
(1) 杆上与  $A$  相距  $\alpha L$  ( $0 < \alpha < 1$ ) 的  $P$  点的运动轨迹;

(2) 如果已知图中  $\theta$  角和  $v_A$ ,那么  $P$  点在  $x$ 、 $y$  方向上的分运动速率  $v_{Px}$ 、 $v_{Py}$  是多少?

8. 一个半径为  $R$  的半圆柱体沿水平方向向右做加速度为  $a$  的匀加速运动.在半圆柱体上放置一根竖直杆,此杆只能沿竖直方向运动,如图所示.当半圆柱体的速度为  $v$  时,杆与半圆柱体的接触点  $P$  和柱心的连线与竖直方向的夹角为  $\theta$ ,求此时竖直杆运动的速率和加速度.

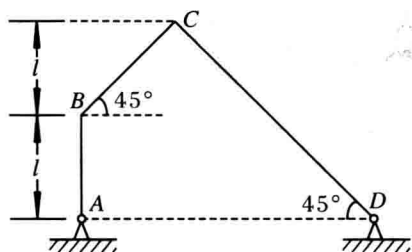


题 2-7 图



题 2-8 图

9. 图示的为用三角形刚性细杆  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$  连成的平面连杆结构.  $AB$  杆和  $CD$  杆可分别绕过  $A$ 、 $D$  的垂直于纸面的固定轴转动,  $A$ 、 $D$  两点位于同一水平线上.  $BC$  杆的两端分别与  $AB$  杆和  $CD$  杆相连,可绕连接处转动(类似铰链).



题 2-9 图

当  $AB$  杆绕  $A$  轴以恒定的角速度  $\omega$  转到图中所示的位置时,  $AB$  杆处于竖直位置.  $BC$  杆与  $CD$  杆都与水平方向成  $45^\circ$  角,已知  $AB$  杆的长度为  $l$ ,  $BC$  杆和  $CD$  杆的长度由图给定. 求此时  $C$  点加速度  $a_c$  的大小和方向(用与  $CD$  杆之间的夹角表示).

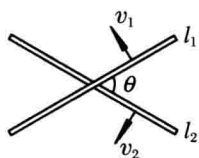
## 3 杆系交叉点的速度

求解杆(环)的交叉点或铰接点的速度,究竟是该用分解的方法还是用小量进行计算,一直让很多同学无所适从.实际上,这两者是归一的,只是看你应用得是否正确与熟练而已.该用哪种情况,往往不是因题而论,而是因人而定,它取决于你习惯于从什么样的角度切入.选择几道习题,加以训练,找到适合自己的方法,自然会运用自如.

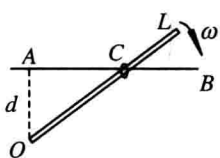
1. 如图所示,一平面内有两根细杆  $l_1$  和  $l_2$ ,各自以垂直于自己的速率  $v_1$  和  $v_2$  在该平面内运动,试求交点相对于纸平面的速率及交点相对于每根杆的速率.

2. 细杆  $OL$  绕  $O$  点以匀角速  $\omega$  转动,并推动小环  $C$  在固定的钢丝  $AB$  上滑动,如图所示,其中  $d$  为一已知常数,试求小环的速率及加速度.

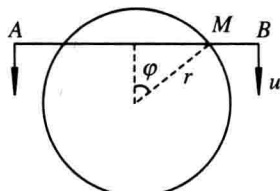
3. 如图所示,直杆  $AB$  以匀速  $u$  在半径为  $r$  的固定圆环上做平动, $u$  的方向垂直于  $AB$ ,试求图示位置时,杆与环的交点  $M$  的速率和加速度.



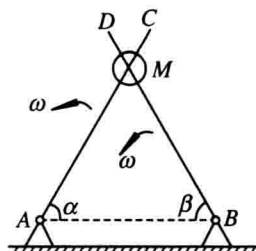
题 3-1 图



题 3-2 图



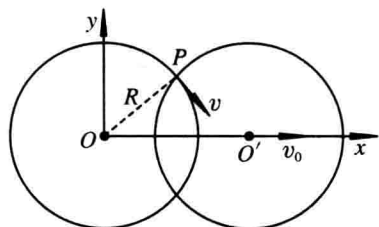
题 3-3 图



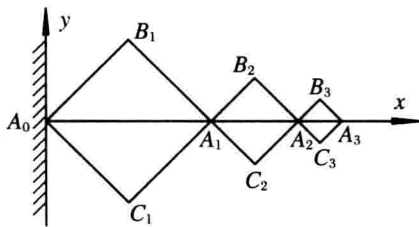
题 3-4 图

4. 如图所示,  $AC$ 、 $BD$  两细杆以匀角速度  $\omega$  分别绕相距  $l$  的两固定轴在同一竖直平面上转动,转动方向已在图中示出.小环  $M$  套在两杆上, $t=0$  时  $\alpha = \beta = 60^\circ$ ,试求  $M$  未落地前的运动速率和加速度.

5. 如图所示,在  $xy$  平面上有两个半径均为  $R$  的圆,左圆圆心固定在坐标原点  $O$ ,右圆圆心  $O'$  沿  $x$  轴以速度  $v_0$  做匀速直线运动, $t=0$  时两圆心重合.试求两圆交点之一  $P$  点的速率  $v$  及向心加速度  $a_n$  与时间  $t$  的关系.

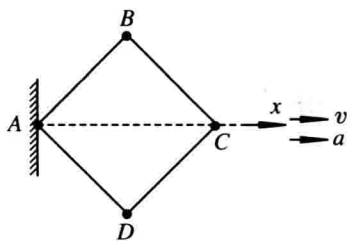


题 3-5 图



题 3-6 图

6. 如图所示,由三个菱形组成的合页构件,其边长之比为  $3:2:1$ ,其顶点  $A_0$  固定,而  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  各点则在沿  $x$  轴的光滑杆上运动.当三菱形均为正方形时, $A_3$  向右运动的速度



题 3-7 图

为  $v$ , 求此时顶点  $B_2$  的速率  $v_{B_2}$ .

7. 把四根长度同为  $l$  的细杆用铰链首尾相连, 组成一个菱形  $ABCD$ , 放在水平面上, 如图所示. 设  $A$  端固定,  $C$  端沿着  $A, C$  连线方向运动, 当  $\angle A$  恰为  $90^\circ$  时,  $C$  端的速率为  $v$ , 加速度为  $a$ , 试求此时  $B$  端的速率  $v_B$  与加速度  $a_B$  的大小.

## 4 射 程

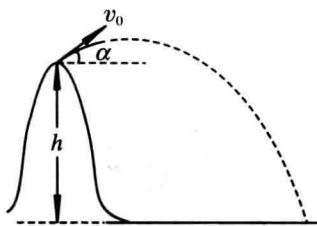
计算抛物体的射程是最常见的运动学问题之一, 也是数学与物理最为典型的结合部之一, 其模型特点是值得同学们慢慢品味、分析的. 作为物理问题, 其解答方式大多是运用矢量的分解、合成(多为矢量三角形)法则或正交分解, 再结合能量特征进行求解, 很多情况下都涉及到临界问题与极值问题的讨论. 而且, 在不同的模型背景下, 还可能衍生出许多新的问题与新的处理方法, 我们有必要全面了解这一问题及相关模型.

这一模型在物理竞赛中出现的频率很高.

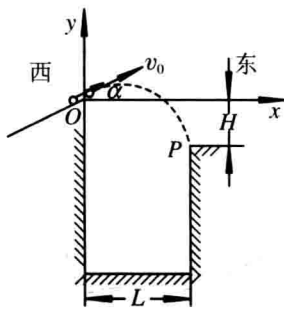
1. 如图所示, 在高为  $h$  的山顶上向平地放炮, 若炮弹出口速度大小为  $v_0$ , 问:  $v_0$  与水平方向的夹角  $\alpha$  为多大时, 炮弹落点最远?

2. 如图所示, 一摩托车运动员跳越一壕沟, 他以  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ , 且与水平面成  $\alpha = 30^\circ$  角的初速从沟的西边缘起跳, 刚好在沟的东边缘落地. 已知东边缘比西边缘低  $H = 10 \text{ m}$ , 重力加速度  $g$  取  $10 \text{ m/s}^2$ , 设空气阻力忽略. 试求:

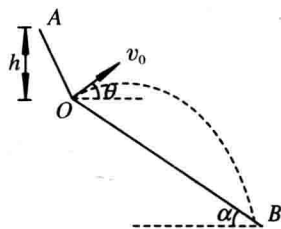
- (1) 运动员在空中飞行的时间  $t$  及沟宽  $L$ ;
- (2) 运动员着地时速度的大小  $v$  及其与水平方向的夹角  $\theta$ .



题 4-1 图



题 4-2 图



题 4-3 图

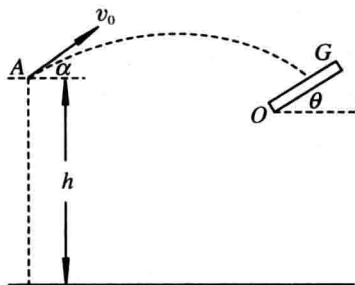
3. 在倾角  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  的雪坡上举行跳台滑雪比赛, 如图所示, 运动员从坡上方  $A$  点开始下滑, 到起跳点  $O$  时借助设备和技巧, 保持在该点的速率不变而以与水平成  $\theta$  角的方向起跳,



最后落在坡上  $B$  点, 坡上  $OB$  两点距离  $L$  为此项运动的记录. 已知  $A$  点高于  $O$  点,  $h = 50 \text{ m}$ , 忽略各种阻力、摩擦, 求最远可跳多少米? 此时起跳角  $\theta$  为多大?

4. 最大与地面成什么角度抛出石头, 才能使石头在运动过程中始终远离抛掷石头的人?

5. 从离地面的高度为  $h$  的固定点  $A$ , 将甲球以速度  $v_0$  抛出, 抛射角为  $\alpha$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ). 若在  $A$  点前方适当的地方放一质量非常大的平板  $OG$ , 让甲球与平板做完全弹性碰撞, 并使碰撞点与  $A$  点等高, 如图所示, 则当平板的倾角  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) 为恰当值时, 甲球恰好能回到  $A$  点. 另有一小球乙, 在甲球自  $A$  点抛出的同时, 从  $A$  点自由落下, 与地面做完全弹性碰撞. 试讨论  $v_0$ 、 $\alpha$ 、 $\theta$  应满足怎样的一些条件, 才能使乙球与地面碰撞一次后与甲球同时回到  $A$  点?



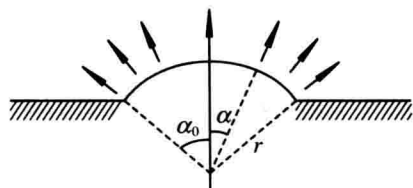
题 4-5 图

6. 如图所示的为给一草地浇水的玫瑰形喷嘴, 它位于草坪的平面上, 其顶为球形, 且  $\alpha_0 = 45^\circ$ , 在球形顶上有一些完全相同的喷水孔, 通过这些孔, 水以相同的速率  $v_0$  向不同的方向喷出.

(1) 若喷嘴上的小孔分布均匀, 喷头形成的水“钟”的形状是怎样的?

(2) 若这些孔均匀分布, 水将不能均匀地洒在草地上. 现为了使水均匀地洒在草地上, 求喷嘴单位面积上小孔的数目  $n$  与角  $\alpha$  的关系. (计算中可不计喷嘴的大小.)

7. 质量为  $M$  的运动员手持一质量为  $m$  的物块, 以速率  $v_0$  沿与水平面成  $\alpha$  角的方向向前跳跃 (如图所示). 为了能跳得更远一点, 运动员可在跳远全过程中的某一位置处, 沿某一方向把物块抛出. 物块抛出时相对运动员的速度的大小  $u$  是给定的, 物块抛出后, 物块和运动员都在同一竖直平面内运动.



题 4-6 图



题 4-7 图

(1) 若运动员在跳远的全过程中的某时刻  $t_0$  把物块沿与  $x$  轴负方向成某  $\theta$  角的方向抛出, 求运动员从起跳到落地所经历的时间.

(2) 在跳远的全过程中, 运动员在何处把物块沿与  $x$  轴负方向成  $\theta$  角的方向抛出, 能使自己跳得更远? 若  $v_0$  和  $u$  一定, 在什么条件下可跳得更远? 并求出运动员跳的最大距离.

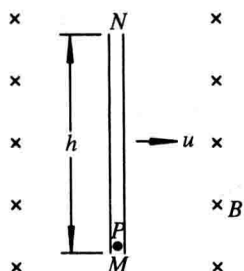
## 5 类抛体运动

只要物体在某一方向上做匀速运动,且在其垂直的方向上做匀变速运动,那么,它的运动性质就与抛体运动类似,我们称其为类抛体运动.类抛体运动是最基本的运动形式之一,也是竞赛中较为常见的命题背景,我们必须熟练地处理这种运动.

事实上,类抛体运动的处理与抛体运动的处理在方法与思路上完全是一致的,只要掌握抛体运动的规律,正确理解运动的独立性,抓住匀速运动与匀变速运动间的等时性,用好类比的思想,这类问题都能得到较完美的处理.

有时候,物体运动的轨迹是抛物线,但它并不一定是类抛体运动,这时候,我们可以通过构造抛体运动的方式得到相应的抛物线轨迹,利用抛体运动的规律,求解与抛物线性质的问题.

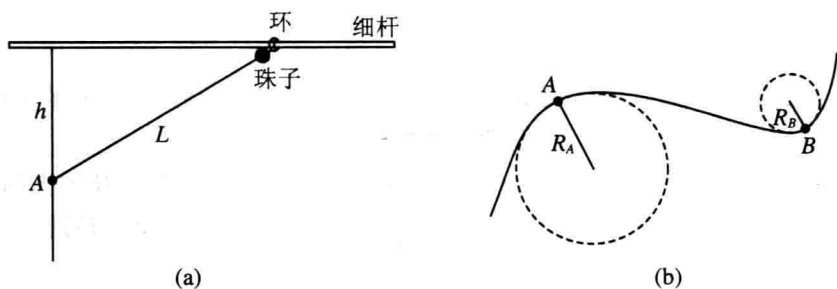
1. 木排停在河面上固定不动,到岸距离  $L = 60 \text{ m}$ ,河水的流速与离岸的距离成正比,在岸边时,河水流速为  $v_0 = 0$ ,在木排处河水流速为  $v_L = 2 \text{ m/s}$ .船离岸驶向木排,船对水的速度为  $v = 2 \text{ m/s}$ ,起航前应使船指向何方,才能使以后无需校正船速就能靠上与起航处正对面的木排,靠上时船航行了多少时间?



题 5-2 图

2. 如图所示,在空间有匀强磁场,磁感应强度的方向垂直纸平面向里,大小为  $B$ ,在图中纸平面上有一长为  $h$  的光滑绝缘空心细管  $MN$ ,管内  $M$  端有一质量为  $m$ ,电量为  $q (q > 0)$  的小球  $P$ ,开始时小球  $P$  相对管静止,管带着小球  $P$  沿垂直于管长度的方向以恒定速度  $u$  向右方运动.设重力及其他阻力均可忽略不计.试求小球  $P$  从管的另一端  $N$  离开管后,在磁场中做圆周运动的圆半径  $R$ .

3. 一根不可伸长的细轻绳,穿上一粒质量为  $m$  的珠子(视为质点),绳的下端固定在  $A$  点,上端系在轻质小环上,小环可沿固定的水平细杆滑动(小环的质量及与细杆摩擦皆可忽略不计).细杆与  $A$  在同一竖直平面内.开始时,珠子紧靠小环,绳被拉直,如图(a)所示.已知:绳长为  $L$ , $A$  点到杆的距离为  $h$ ,绳能承受的最大张力为  $T_d$ ,珠子下滑过程中到达最低点前绳子被拉断.求细绳被拉断时珠子的位置和速度的大小(珠子与绳子之间无摩擦).



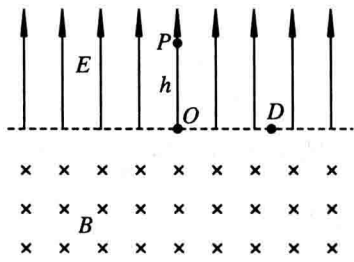
题 5-3 图

**注** 质点在平面内做曲线运动时,它在任一点的加速度沿该点轨道法线方向的分量称为法向加速度  $a_n$ ,可以证明, $a_n = \frac{v^2}{R}$ ,其中  $v$  为质点在该点的速度大小, $R$  为轨道曲线在该点的“曲率半径”.所谓平面曲线上某点的曲率半径,就是在曲线上取包含该点在内的一段弧线,当这段弧极小时,可以把它看作是某个“圆”的弧,则此圆的半径就是曲线在该点的曲率半径.如图(b)中,曲线在  $A$  点的曲率半径为  $R_A$ ,在  $B$  点的曲率半径为  $R_B$ .

4. 一宇宙人在太空(那里万有引力可以忽略不计)玩垒球.辽阔的太空球场半侧为均匀电场  $E$ ,另半侧为均匀磁场  $B$ ,电场与磁场的分界面为平面,如图所示.电场方向与界面垂直,磁场方向垂直于纸面向里.宇宙人位于电场一侧距界面为  $h$  的  $P$  点, $O$  点是  $P$  点至界面垂线的垂足, $D$  位于界面上  $O$  点的右侧, $OD$  与磁场  $B$  的方向垂直, $OD = d$ ,垒球的质量为  $m$ ,且带有电荷量  $-Q$  ( $Q > 0$ ).

(1) 若宇宙人从  $P$  点以初速度  $v_0$  平行于界面投出垒球,要使垒球击中界面上的  $D$  点,初速度  $v_0$  的指向和大小应如何?

(2) 宇宙人是否可能自  $P$  点以某个适当的投掷角(与界面所成的夹角)  $\alpha_0$  及适当的初速度  $v_P$  投出垒球,使它经过  $D$  点,然后历经磁场一次自行回到  $P$  点? 试讨论实现这一游戏  $d$  必须满足的条件,并求出相应的  $\alpha_0$ 、 $v_P$ .



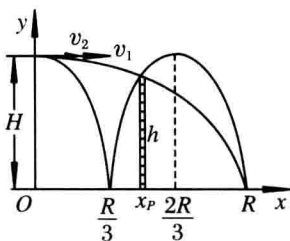
题 5-4 图

## 6 有障碍的抛体运动

对设置了障碍的抛体运动,除了弄清楚模型特征、障碍要点外,更重要的是在解答过程中要用好数学工具,对运动过程中体现出的临界状态要作出准确的判断,对多解的可能性要作充分的讨论,特别是抛物线方程的特征,应全面掌握.

从历史上赛题的衍变过程看,对抛体运动设置的障碍特点是逐步变化的,同学们可以自己障碍进行新构造,从而编制新的试题.

1. 如图所示,球 1 和球 2 均从同一高度处水平抛出,起抛点离水平地面的高度为  $H$ . 两球的水平初速分别为  $v_1$  和  $v_2$  ( $v_1 > v_2$ ). 球 1 抛出后刚好能越过位于  $x_P$  处的竖直杆的顶端,并落在地面上的  $R$  点, $R$  点与  $O$  点的距离为  $R$ ; 球 2 抛出后落于地面,与地面做弹性碰撞,反弹后也刚好越过杆顶,并落在同一点  $R$ . 试求:



题 6-1 图

- (1) 比值  $\frac{v_1}{v_2}$ ;
- (2) 杆的位置  $x_P$ ;
- (3) 杆高  $h$ .

2. 如图所示,从  $A$  点以  $v_0$  的初速度抛出一个球,在离  $A$  点水平距离为  $s$  处有一堵高度为  $h$  的墙  $BC$ ,要求小球能越过  $B$  点.问小球以怎样的角度抛出,才能使  $v_0$  最小?