應用量子力學

Theory and Applications of Quntum Mechanics

原著者：Amnon Yariv

譯述者：江 進 福

科技圖書股份有限公司

應用量子力學

Theory and Applications of Quntum Mechanics

原著者：Amnon Yariv

譯述者：江　進　福

原　序

過去十餘年來，作者在美國加州理工學院，目睹大學部與研究所的教育，已建立一個新方向，在應用物理方面，已創設應用物理與研究所學位以供選擇。

應用物理學生的訓練，是預備將其所學，用以解決工技問題，而非投身探究揭開自然界的奧秘。迄今爲止，我們的應用物理研究生，大都受的是傳統大學物理教育，訓練偏重在原子散射理論、基本粒子、相對論等方面以反應該系的特長。這種安排，忽略原子與分子與光譜、輻射與物質的作用、晶體的電子性質等題材，而這些題材是新興應用學門，諸如雷射、光波通訊、半導體電子學等的骨幹，在新發展的通訊技術上，扮演重要角色。

過去作者在加州理工學院敎大三應用物理的新講義，將其整理成爲本書，這課程除介紹量子力學外，也帶領學生對一般與重要應用上作進一步的考慮。

本書的兩大“實際”重點題材，是半導體電晶體與雷射。由於電子工業，包括電腦的基本元件，因此特別強調電晶體；而雷射則已在許多科技方面，例如:融合研究、原子分子光譜、光纖通訊等已引起革命性的衝擊。

一般學生，在讀完本課程之後，若緊接一年甚至兩年的正規量子力學，希望這樣提早介紹量子力學的應用，而學生選擇應用物理作爲他的事業，將安祥的成熟而帶來開花結果。

（作者的謝詞省略）。

Ainnon Yariv　堯烈夫

應用量子力學

目　錄

原　序

第一章　何謂量子力學？

第二章　算　符

第三章　量子力學的基本假設

第八章　相同粒子系統

第九章　量子力學的矩陣架構

第十章　時變性 Schrödniger 方程式

第十一章　微擾理論

第十六章 統計分佈律的若干應用

第十七章 晶體內電子的能帶理論

第十八章 電子、核與磁場間的交互作用、磁共振、霙射

第十九章 半導體內的電荷傳輸

第二十章 P-N 半導體接合，P-N-P 接合電晶體

第二十一章 半導體注入雷射

參考資料

第一章　何謂量子力學？

在十九世紀末到二十世紀初，愈來愈多的現象被發現不宜或不能用過去的物理定律來解釋，物理科學顯然需要重大修定，尤其是解釋包含微小粒子的；例如：原子、電子以及與電磁場交互作用等現象，困擾特別多。

起先，這些缺陷是用假設、公設來彌補，隨着缺陷數目增加，物理學需要重新構築，尤其是微小系統的物理學始能清楚，這一發展的結果，就是量子力學（quantum mechanics），這是人類知識進步的成就之一。

在第一章裏，我們將陳述量子力學的發展以及古典物理結果相對比，詳述若干以往無法用古典物理解釋的現象。

1.1　牛頓力學與古典電磁學

［1］　牛頓力學（Newtonian mechanics）

在非相對論性物理（nonrelativistic physics）中，粒子受力則起運動。描述此運動的定律爲

$$\mathbf{F}=m\frac{d\mathbf{v}}{dt} \tag{1.1}$$

其中，m 爲粒子質量，$\mathbf{F}$ 爲力，$\mathbf{v}$ 是速度。對於較重粒子，例如礮殼，此定律聯同重力定律，即可正確的預測其軌跡。牛頓力學的重要一面，便是它的決定性（determinism），只要在某一瞬間，粒子的位置與速度爲已知，且作用力亦爲已知，則在任何時刻的行爲便可定出。

［2］　電磁性（Electromagnetism）

古典電磁學中，電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ 與磁場 $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ 係用 Maxwell

方程式描述。在眞空中，其公制式爲[1]

$$\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \tag{1.2a}$$

$$\nabla\times\mathbf{B}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} \tag{1.2b}$$

其中，c ＝光速。利用向量公式 $\nabla\times(\nabla\times\mathbf{A})=-\nabla^2\mathbf{A}+\nabla(\nabla\cdot\mathbf{A})$，以及在眞空中 $\nabla\cdot\mathbf{E}=0$ 。從以上兩式可得

$$\nabla^2\mathbf{E}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=0 \tag{1.3}$$

以及 **B** 的類似方程式。式（1.3）的一個解爲

$$\mathbf{E}=\mathrm{Re}\left(\mathbf{E}_0e^{-i(\omega t-\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})}\right) \tag{1.4}$$

其中

$$k=\omega/c \tag{1.5}$$

場（1.4），描述一平面波沿 **k** 方向以速度 c 傳遞。靜止觀察者將發現，該場以頻率 $\nu=\omega/2\pi$ 振動（頻率單位爲 1 Hz = 1 cycle / sec），其波長爲

$$\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{c}{\nu} \tag{1.6}$$

因此，古典物理提供兩套公式來描述自然現象，其一爲應付質點的力學；第二是應付輻射波的電磁理論。這兩類不同的現象假定由 Lorentz 力方程式耦合成

$$\mathbf{F}=e[\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B}]$$

---

[1] $c^2=(\mu_0\varepsilon_0)^{-1}$，其中 μ_0 與 ε_0 分別爲眞空的磁導率與電導率

式中，力 **F** 以速度 **v** 運動的點電荷 e 作用在場 **E**，**B** 下。

1.2 黑體輻射

十九世紀末，二十世紀初年，物理學上一個主要未解問題爲黑體輻射（black body radiation）。一個理想的"黑體"，是對任何波長都完全吸收的材料。許多普通材料，例如煤黑，在頗長的波長範圍內爲良好吸收體。對在同溫度的任何黑體，熱力學的討論，顯示其發射的光譜密度（W/m^2 每單位頻率）$I(\nu)$ 是相同的，實驗結果亦如是；$I(\nu)$ 的測定曲線如圖 1-1。強度，在某一頻率 ν_m 達到最大值，，在 ν_m 的兩邊均趨於零。頻率 ν_m 聯同尖峯的高度，隨溫度上升而增加。

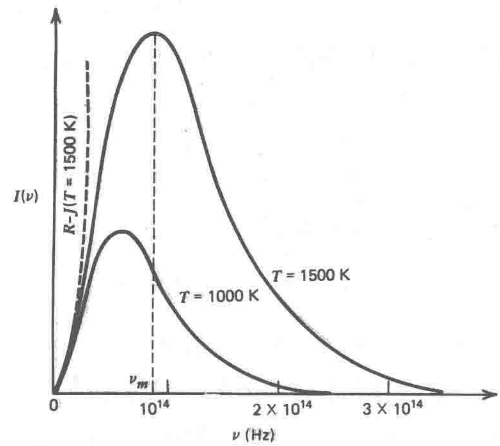

圖 1-1　黑體輻射光譜強度 $I(\nu)$（單位頻率、單位面積的功率）在 $T = 1{,}000$ K，$T = 1{,}500$ K 的形狀。點線是由 Rayleigh-Jeans 式（1.7）繪出

黑體光譜強度（spectral intensity）的理論探討，在 1900 年以前都是失敗的。統計熱力學、古典力學、電磁學的使用，將得到所謂 Rayleigh-Jeans 公式

$$I(\nu)=\frac{2\pi}{c^2}kT\nu^2 \tag{1.7}$$

式中，$k=1.3807\times10^{-23}$ J/k ，爲Boltzmann 常數。如圖 1-1中，除在低頻部分外，均與實驗結果完全不符。將 Rayleigh-Jeans 定律預測光譜強度，對整個頻率範圍積分，得出無限大的輻射強度，但實際上應是有限的。

上述的矛盾，在1900年由Max Planck[2] 用公設解決。他假設原子與輻射間交換的能量值是離散而非連續的。在頻率 ν 時，可交換的最小能量單位爲

$$\mathcal{E}=h\nu \tag{1.8}$$

其中，h 爲常數，只有 $h\nu$ 的整倍數才可出現在作用中。利用此公設於黑體輻射理論中，Planck 獲得

$$I(\nu)=\frac{2\pi\nu^2}{c^2}\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1} \tag{1.9}$$

其結果與觀測的十分契合，其 h 値爲

$$h=6.62377\times10^{-34}\text{ joule-sec}$$

這是最近的測定值。一般稱爲 Planck 常數。

場能量是量子化而非連續的，是一新鮮而奇妙的物理觀念。在有些情況，波動現象最好用粒子爲項來描述－光子 (photons)－，其運動速率爲 c ，能量爲 $h\nu$ 。

1-3 固體熱量與光電效應

另一不能用一般物理來解釋的現象是固體熱量 (heat capacity)

[2] M. Planck, *Ann. Phys.* 4, 553 (1901)

C。實驗結果如圖 1-2，在低溫下，$C \propto T^3$，較高溫時 C 趨於一常數值。普通的統計熱力學（statistical thermodynamics），視晶體內每一原子爲一振子，每一自由度的平均熱能爲 $kT/2$，於是每單位體積能量爲

$$\mathcal{E} = 3NkT$$

其中，N 爲密度（atoms/m³）。於是熱量 $C_v = \partial\mathcal{E}/\partial T$ 爲

$$C = 3Nk \tag{1.10}$$

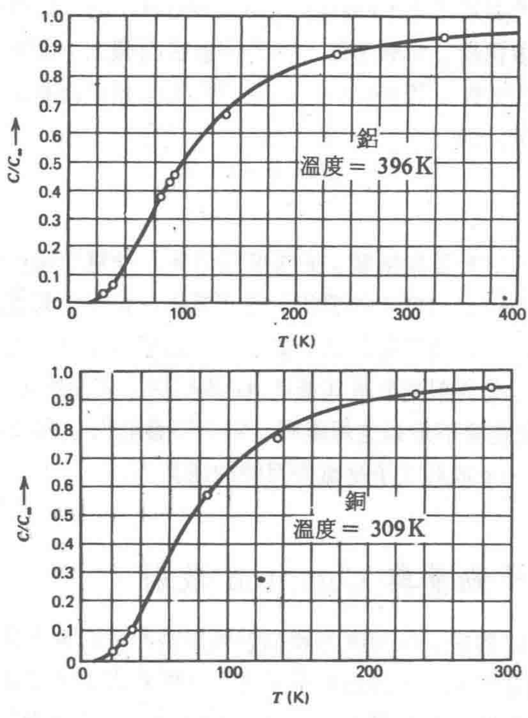

圖 1-2　鋁與銅的比熱觀測值（圈點）以及 Debye 模型理論結果

與溫度無關。這個問題為 Einstein[3] 與 Debye[4] 氏所解決，他們將量子化條件式(1.8)用到晶體的機械振動。Planck 公式應用到振子，最深奧的結果是平均熱能不再是 kT（古典結果），而是

$$\mathcal{E}=\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1} \tag{1.11}$$

注意：$kT \gg h\nu$ 時 $\mathcal{E}\rightarrow kT$，式(1.11)用到熱量問題，其結果與實驗相當符合，如圖 1-2所示。

[1] 光電效應(the photoelectric effect)

電磁場能量量子化(energy quantization)的一個直接肯定，由光電發射現象供給。當頻率為 ν 的光照射在固體上，設 ϕ 代表材料及其表面性質的常數。若 $h\nu>\phi$，則電子將從固體表面射出，若射出電子的動能為 T，則

$$h\nu=\phi+T$$

這個現象與入射光強度無關。光強度只決定每秒電子發射的數目。此解釋由 Einstein 於 1905 年提出，應用電磁場粒子，即光子，各攜的能量為 $h\nu$。阻止電子從材料脫離至眞空的能障(energy barrier)的高度為 ϕ，若入射光子將其能量 $h\nu$ 傳給靠近表面的電子。假如 $h\nu<\phi$，此能量不足以克服能障，電子不會射出。假如 $h\nu>\phi$，則超額 $T=h\nu-\phi$ 成為電子脫離表面時的能量。

1.4 光子動量與 Compton 散射

Planck 假設，在解釋黑體輻射與固體熱量的重大成功，提示我們，也許將電磁輻射設想由粒子(光子)所組成，光子能量為 $\hbar\omega$ ($\hbar\nu=\hbar\omega$)[5]。輻射的粒子性(particle nature)更由光電效應所證實

[3] A. Einstein, *Ann. Phys*. **22**, 180 (1907)

[4] P. Debye, *Ann. Phys*. **39**, 789 (1912)

[5] 常數 $\hbar \equiv h/2\pi$，常被使用

，自然的會解答我們疑惑光子除能量外，是否具有動量？古典（相對論性）力學中，質點能量E與動量p間的關係為

$$\mathcal{E}=(p^2c^2+m^2c^4)^{1/2}=\frac{mc^2}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} \tag{1.12}$$

其中，m為靜止質量，c為光在眞空中的速度，v為質點速度。如將式（1.12）應用到光子，則 $v=c$ ，因其能量為有限值，（$\mathcal{E}=h\nu$），靜止質量應為零。遂有

$$\mathcal{E}=pc \tag{1.13}$$

利用 $\mathcal{E}=\hbar\nu$ 與 $\omega=kc$ ，則

$$p=\frac{\mathcal{E}}{c}=\hbar k=\frac{h}{\lambda}=\frac{h\nu}{c} \tag{1.14}$$

波的表示式（1.4）

$$E=E_0e^{-i(\omega t-\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})}$$

可用光子能量與動量寫成

$$E=E_0e^{-i(\mathcal{E}t-\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})/\hbar} \tag{1.15}$$

這樣將質點動量p與電磁場載體，即光子，相連起來，自然需用實驗來證實。最直接而清楚的光子動量說明，來自短波輻射（一般為x-射線）被電子散射— Compton 散射。

設在Compton 散射中，輻射的波長為 λ_1（$\lambda_1=c/\nu_1$），照射在一些電子上，經散射後，在與入射方向夾角為θ的方向。由光譜儀測得的波長為 λ_2 ，電子原先為靜止，光子能量為p_1c ，而 p_1 為原動量，如圖1-3所示。

設散射後電子動量為 $\mathbf{p}_e$ ，散射前後總能量守恒（電子加光子），即

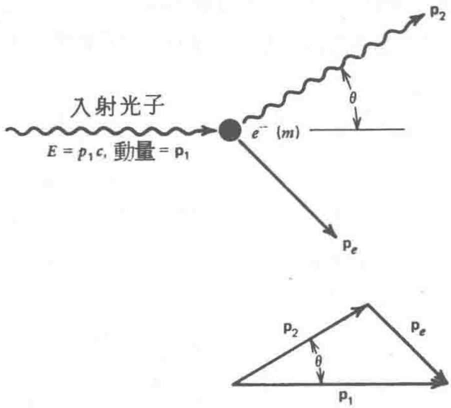

圖 1-3 電磁波與電子的 Compton 散射

$$p_1 c + mc^2 = p_2 c + \left(p_e^2 + m^2 c^2\right)^{1/2} c \tag{1.16}$$

而動量守恒式爲

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_e + \mathbf{p}_2 \tag{1.17}$$

上式又可寫成餘弦定律爲

$$p_e^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2 p_1 p_2 \cos\theta$$

從上式與式（1.16），可以得

$$\left(\frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1}\right) mc = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

光子動量與波長關係爲 $p = h/\lambda$ 。上式可改寫成

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{4\pi\hbar}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2} = 4\pi \lambda_e \sin^2 \frac{\theta}{2} \tag{1.18}$$

式中，電子的 Compton 波長被定義爲