成人高等教育（本科）专业教材

高等数学

GAODENG SHUXUE

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$2\sin^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

冯志刚 主编

江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

成人高等教育（本科）专业教材

高等数学

GAODENG SHUXUE

主编

冯志刚

编委会

冯志刚　　宋晓平

彭　涛　　朱荣平

代国兴　　张　弘

王　蓓

江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

镇　江

内容提要

本书是针对成人教育本科生高等数学课程教学的特点所编写的，以培养学生运用所学知识解决实际问题的能力为出发点，具有结构严谨、深入浅出、难点分散、重点突出的特点。

全书共分11章，包括函数与极限、导数与微分、微分中值定理和导数应用、不定积分、定积分及其应用、空间解析几何、多元函数微分法及其应用、多元函数积分学、曲线积分与曲面积分、常微分方程、无穷级数。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学 / 冯志刚主编. —镇江 ：江苏大学出版社，2013.9

ISBN 978-7-81130-570-8

Ⅰ.①高… Ⅱ.①冯… Ⅲ.①高等数学—成人高等教育—教材 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第214885号

高等数学

主　　编/冯志刚
责任编辑/吴昌兴　张小琴
出版发行/江苏大学出版社
地　　址/江苏省镇江市梦溪园巷30号(邮编：212003)
电　　话/0511-84446464(传真)
网　　址/http://press.ujs.edu.cn
排　　版/镇江新民洲印刷有限公司
印　　刷/丹阳市兴华印刷厂
经　　销/江苏省新华书店
开　　本/787 mm×960 mm　1/16
印　　张/18.25
字　　数/388千字
版　　次/2013年12月第1版　2013年12月第1次印刷
书　　号/ISBN 978-7-81130-570-8
定　　价/35.00元

前 言

数学是现代科学技术的基础. 随着现代科学技术的迅速发展,数学的研究领域、研究方法和研究手段已发生深刻的变化,其应用范围也有了空前的拓广. 1992 年联合国教科文组织在巴西里约热内卢发表的宣言中指出:“纯粹数学与应用数学是理解世界及其发展的一把钥匙.”如今,不仅是自然科学和工程技术离不开数学,人文社会科学的许多领域也已发展到不懂数学的人望尘莫及的阶段. 可见,高等数学对于成人教育而言也是非常重要的基础课程. 为步入高等教育殿堂的成人继续学习数学提供一本有针对性的、内容适度的教材,是我们编写这本《高等数学》的初衷.

本书以介绍微积分的内容为主,以成人本科学生为授课对象,兼顾部分其他层次的本科学生. 针对读者群体特点,本书根据“以夯实基础,科学与人文结合,以必备和拓展为尺度”的编写原则,从概念与理论、方法与技巧、科学与人文 3 个方面着想,力求使学生的数学逻辑思维能力和对数学的理解能力得到有效发展,为后继专业课程的学习奠定良好的数学基础.

本书的鲜明特色是:加强数学文化渗透,密切结合实际工作需要,充分注意数学逻辑思维的规律,突出高等数学的特点,注重提高学生的数学素养,循序渐进,通俗易懂. 在编写中,不盲目攀比难度,做到难易适当,深入浅出,举一反三. 定义、定理的叙述严密,在建构新概念时尽量使用通俗的语言. 本书不拘泥于定理的严格证明,而是注重介绍理论的系统性、完整性.

本书由冯志刚、宋晓平、彭涛、代国兴、朱荣平、张弘、王蓓集体讨论、分工编写完成,其中第 1 章由冯志刚编写,第 2,3 章由彭涛编写,第 4,5 章由朱荣平编写,第 6,7 章由代国兴编写,第 8 章由宋晓平编写,第 9 章由王蓓编写,第 10,11 章由张弘编写. 全书由冯志刚统稿.

本书在编写过程中得到江苏大学数学系多位教师的大力支持,他们提出很多宝贵意见和建议,使本书增色不少;江苏大学继续教育学院提供了很多帮助,使本书顺利出版,在此一并致谢! 最后,衷心感谢江苏大学出版社编辑吴昌兴、张小琴为本书面世所做的工作.

限于编者水平,教材中一定存在不妥之处,希望广大读者提出批评和指正.

编 者

2013 年 8 月

目 录

第 1 章　函数与极限

刘徽(约公元 225—295 年),汉族,山东邹平县人,中国古典数学理论的奠基者之一,是中国数学史上一位非常伟大的数学家.他的杰作《九章算术》和《海岛算经》,是中国最宝贵的数学遗产.刘徽思维敏捷,所用方法灵活,既提倡推理又主张直观,他是中国最早明确主张用逻辑推理的方式来论证数学命题的人.刘徽在数学上的贡献极多,特别是他的"割圆术",第一次创造性地将极限思想应用到数学领域.这种无限接近的思想是后来建立极限概念的基础.刘徽的一生为数学刻苦探求,他虽然地位低下,但人格高尚.他不是沽名钓誉的庸人,而是学而不厌的伟人,他为中华民族留下了宝贵的财富.

函数概念是数学中最基本的概念之一.它的产生非常晚,至今只有三百余年历史.据考证,微积分的创始人之一德国数学家莱布尼兹在 1694 年最先使用函数(function)这个名词.不过,当时他仅仅指的是变数 x 的幂函数,后来才逐步扩展到多项式函数、有理函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数以及其他初等函数.这些函数都是具体的,都有解析表达式,并且和曲线紧密联系在一起.那时的函数就是表示任何一个随着曲线的点的变动而变化的量,没有函数的一般定义.1837 年,德国数学家狄利克莱在总结前人工作的基础上,给出函数的一个定义:如果对于给定区间上的每一个 x 的值都有唯一的一个 y 值与它对应,那么 y 就是 x 的一个函数.至于 y 按照一种还是多种规律依赖于 x,或者 y 依赖于 x 是否可用数学运算来表达,都是无关紧要的.这一函数的定义与现今最常用的函数定义本质上是一致的.

极限的思想是近代数学的一种重要思想,所谓极限的思想,是指用极限概念分析问题和解决问题的一种数学思想.极限的思想可以追溯到古代,在公元 3 世纪,我国魏晋时期的数学家刘徽在注释《九章算术》时创立了著名的"割圆术".他的极限思想是"割之弥细,所失弥少,割之又割,以至于不可割,则与圆合体而无所失".也就是说,为了计算单位圆的面积,先考察内接正 n 边形的面积,当 n 无限增大时,内接正 n 边形的面积就能无限接近单位圆的面积.刘徽的"割圆术"第一个创造性地将极限思想应用到数学领域.这种无限接近的思想就是后来建立极限概念的基础.

高等数学的主体是微积分，而微积分就是以极限概念为基础、极限理论(包括级数)为主要工具来研究函数的一门学科. 本章将介绍函数与极限的相关基本知识和基本方法，为高等数学的学习打好必要的基础.

1.1 集合与区间

集合是数学中的一个最基本的概念，它在现代数学与工程技术中有着十分重要的作用. 本节将简要介绍集合的概念及其运算，然后介绍本课程中常用的一类集合——数集.

1.1.1 集合

集合是指具有某种特定性质的事物的全体. 组成这一集合的事物称为该集合的元素. 例如，某校一年级学生全体组成了一个集合，其中的每个学生都是这个集合的元素. 又如，能被 3 整除的自然数的全体组成了一个集合，每个能被 3 整除的自然数，例如，3，6，9，…都是这个集合的元素.

通常用英文大写字母如 A，B，X，Y 等表示集合，用英文小写字母如 a，b，x，y 等表示集合中的元素. 如果 a 是集合 A 中的元素，则记作 $a\in A$，读作 a 属于 A；如果 a 不是集合 A 中的元素，则记作 $a\notin A$，读作 a 不属于 A.

集合的表示法通常有两种，一种是枚举法，即将集合的元素一一列举出来，写在一个大括号内，元素之间用逗号隔开. 例如，由 26 个英文字母组成的集合可以表示为

$$A=\{a,b,c,\cdots,y,z\}.$$

集合的另一种表示法叫做描述法，即把集合中各元素所具有的共同性质写在大括号内表示这个集合. 例如，xOy 平面上单位圆周上点的集合可以表示为

$$B=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2=1,x,y\text{ 为实数}\}.$$

一般地，若集合 X 是由具有性质 $p(x)$ 的元素 x 组成的，则可以把 X 表示成

$$X=\{x\,|\,p(x)\}.$$

如果集合中元素的个数只有有限多个，则称这种集合为有限集. 如果集合中的元素个数有无限多个，则称这种集合为无限集. 不包含任何元素的集合称为空集，记作$\varnothing$. 例如，上面提到的 26 个英文字母组成的集合 A 是有限集；xOy 平面上单位圆周上点的集合 B 是无限集；集合$\{x\,|\,x^2+1=0,x\text{ 为实数}\}$是空集.

在数学的学习中，经常会遇到的一类集合是数集，所谓数集就是由一些实数或者复数组成的集合. 通常用 $\mathbf{N}$ 表示非负整数(自然数)集，用 $\mathbf{Z}$ 表示整数集，用 $\mathbf{Q}$ 表示有理数集，用 $\mathbf{R}$ 表示实数集，用 $\mathbf{C}$ 表示复数集，即 $\mathbf{N}=\{0,1,2,\cdots,n,\cdots\}$，$\mathbf{Z}=\{0,\pm1,\pm2,\cdots,\pm n,\cdots\}$，等等. 在表示数集的字母右上角标上“+”表示该数集内去掉 0 和负数的集合. 例如，$\mathbf{Z}^+=\{1,2,\cdots,n,\cdots\}$.

定义 1　设有集合 A 和 B，如果集合 A 中的每个元素都是集合 B 的元素，即 $a\in A$，必有 $a\in B$，则称集合 A 为 B 的子集，记作 $A\subset B$，或 $B\supset A$，读作 A 包含于 B，或 B 包含 A. 若 $A\subset B$ 且 $B\subset A$，则称集合 A 与 B 相等，记作 $A=B$.

例如，集合 $A=\{2,4,6\}$是集合 $B=\{1,2,3,4,5,6\}$的子集，即 $A\subset B$,或 $B\supset A$. 集合 $C=\{x\mid x^2-5x+4=0\}$与集合 $D=\{1,4\}$相等，即 $A=B$.

设 A 和 B 是两个集合，由属于 A 或者属于 B 的所有元素组成的集合称为 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$，即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}.$$

由既属于 A 又属于 B 的所有元素组成的集合称为 A 与 B 的交集，记作 $A\cap B$，即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

由属于 A 但不属于 B 的所有元素组成的集合称为 A 与 B 的差集，记作 $A-B$，即

$$A-B=\{x\mid x\in A \text{ 但 } x\notin B\}.$$

特别地，如果考虑的集合都是集合 I 的子集,此时称 I 为全集或基本集,那么全集 I 与其子集 A 的差集 $I-A$ 称为 A 在 I 中的余集或补集,记作 A^{C}.

集合的运算结果，可用图 1-1 直观表示(图中阴影部分为运算结果).

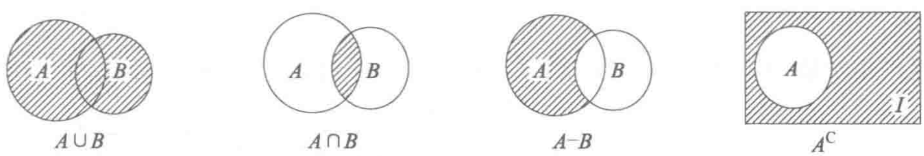


图 1-1

例如，设 $E=\{2,5,8\}$，$F=\{1,3,5,7\}$，则 $E\cup F=\{1,2,3,5,7,8\}$，$E\cap F=\{5\}$，$E-F=\{2,8\}$，$F-E=\{1,3,7\}$.

1.1.2　区间与邻域

在高等数学中最常用的一类数集是区间. 介于两个实数 a 和 b 之间的实数构成的数集称为区间，实数 a 和 b 称为该区间的两个端点，两端点之间的距离 $|b-a|$ 称为该区间的长度. 一般有如下几种区间：

数集$\{x\mid a<x<b\}$称为开区间，记作(a,b)；数集$\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$为闭区间，记作$[a,b]$,即

$$(a,b)=\{x\mid a<x<b\},[a,b]=\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}.$$

类似地,有左开右闭区间$(a,b]$和左闭右开区间$[a,b)$,分别记作

$$(a,b]=\{x\mid a<x\leqslant b\},[a,b)=\{x\mid a\leqslant x<b\}.$$

区间的开和闭实际上是由该区间是否包含端点来确定的,如果区间不包含端点为开,包含端点则为闭. 以上区间都称为有限区间,此外还有无限区间：

$$(-\infty,+\infty)=\{x\mid -\infty<x<+\infty\}=\mathbf{R},$$

$$(-\infty,b)=\{x\mid -\infty<x<b\},\ (a,+\infty)=\{x\mid a<x<+\infty\},$$
$$(-\infty,b]=\{x\mid -\infty<x\leqslant b\},\ [a,+\infty)=\{x\mid a\leqslant x<+\infty\},$$

等. 这里记号"$-\infty$"与"$+\infty$"分别表示"负无穷大"与"正无穷大".

邻域也是高等数学中最常用的一类数集. 设 x_0 是一个给定的实数，δ 是某一正数，称数集

$$\{x\mid x_0-\delta<x<x_0+\delta\}=(x_0-\delta,x_0+\delta)$$

为点 x_0 的 δ 邻域，记作 $U(x_0,\delta)$；称点 x_0 为此邻域的中心，δ 为此邻域的半径. 事实上，邻域 $U(x_0,\delta)$ 就是到 x_0 的距离小于 δ 的一切实数组成的数集(见图 1-2). 例如，

$$U\left(-1,\frac{1}{2}\right)=\left\{x\,\middle|\,-1-\frac{1}{2}<x<-1+\frac{1}{2}\right\}=\left(-\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right).$$

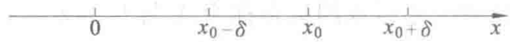


图 1-2

在邻域 $U(x_0,\delta)$ 中去掉中心 x_0 的集合称为 x_0 的去心邻域，记作 $\mathring{U}(x_0,\delta)$，即

$$\mathring{U}(x_0,\delta)=\{x\mid 0<|x-x_0|<\delta\}.$$

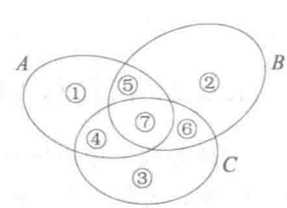
当不需要指出邻域的半径时，可以用 $U(x_0)$ 和 $\mathring{U}(x_0)$ 分别表示 x_0 的某邻域和 x_0 的某去心邻域.

习题 1.1

1. 集合 A,B,C 如图所示.

(1) 用 A,B,C 表示集合②，⑤，⑦和②∪⑥(例如，④$=A\cap C-B$)；

(2) 用集合①～⑦ 表示集合 C，$(A\cup B)\cap C$，$(B-C)\cap A$，$(B\cup C)-(B\cap C)$(例如，$B\cap(C\cup A)=$⑤∪⑥∪⑦).



第 1 题图

2. 设 $E=\{3,5,7,8\}$，$F=\{2,3,6,7,9\}$，求 $E\cup F$，$E\cap F$，$E-F$ 和 $F-E$.

3. 有数轴上两个区间 $A=(1,3]$，$B=[2,6)$，求 $A\cup B$，$A\cap B$，$A-B$ 和 $B-A$.

4. 数集 $E=\left\{\frac{5}{4},\frac{25}{6},4,\frac{3}{4},\frac{26}{7},1,\frac{7}{5},\frac{17}{4},2,\frac{29}{8}\right\}$ 中属于邻域 $U\left(1,\frac{1}{2}\right)$，$\mathring{U}\left(1,\frac{1}{2}\right)$ 和 $U(4,1)$ 的点分别有哪些?

1.2　函数的概念

函数是高等数学的主要研究对象. 关于函数概念，在中学数学中已经有了初步了解，下面将对此作进一步讨论.

1.2.1　函数的定义

定义 1　给定两个非空数集 D 和 M，若有对应法则 f，使得对于每一个 $x\in D$，总有确定的 $y\in M$ 与之对应，则称 f 是定义在数集 D 上的函数，记作

$$y=f(x),\ x\in D.$$

其中，x 称为自变量，y 称为因变量，D 称为函数的定义域，也记为 $D(f)$. 当 x 取遍 D 的每个值时，对应的 y 取值的全体组成的数集称为函数的值域，记为 $f(D)$，即 $f(D)=\{y\mid y=f(x),x\in D\}$.

在函数定义中，定义域 D 和对应法则 f 是确定一个函数的两个要素，定义域 D 和对应法则 f 相同的两个函数可认定为同一个函数，自变量与因变量采用什么符号表示则无关紧要.

例如，在 $f(x)=x^2,x\in[0,1]$；$g(t)=t^2,t\in[0,1]$ 和 $h(x)=x^2,x\in[-1,1]$ 3 个函数中，有 $f=g$，但是 $f\neq h$.

一般地，如果没有特别说明，函数的定义域就是使函数表达式有意义的自变量的取值范围. 例如，函数 $y=\sqrt{x^2-1}$ 的定义域为 $D=(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$；函数 $y=\ln x+\sqrt{5-x}$ 的定义域为 $D=(0,5]$.

在实际的应用问题中，函数的定义域也可以根据实际问题背景来确定. 例如，某公司生产某产品，每日最多生产 200 单位，其每日固定生产成本(包括厂房、设备等在一定时期内不随产量变化的那部分成本)为 150 元，假设生产一个单位产品的可变成本(包括原料、能源等随产量变化而变化的那部分成本)为 16 元，那么该公司的每日总成本为

$$C(x)=150+16x,$$

其中，x 是该公司当天生产产品的单位数. 根据实际问题的背景可知，产品的单位数 x 在区间 $[0,200]$ 内取值，因此，该函数的定义域为 $[0,200]$.

1.2.2　函数的表示法

函数的表示法通常有下列 3 种方法.

表格法：将自变量的值与对应的函数值列成表格的方法(例如，三角函数表、对数表等).

图像法：在坐标系中用图形来表示函数关系的方法(例如，气温图、心电图等).

解析法(公式法)：将自变量与因变量之间的关系用数学公式(又称为解析表达式)来表

示的方法. 例如,$y=\sqrt{1-x^2}$, $x\in[-1,1]$. 解析法是函数中最常用的表示法.

有些函数在其定义域的不同部分需要用不同的公式表达,这类函数称为分段函数.

例 1 符号函数

$$y=\operatorname{sgn} x=\begin{cases}-1, & x<0,\\ 0, & x=0,\\ 1, & x>0\end{cases}$$

的定义域为 $D=(-\infty,+\infty)$,值域为 $f(D)=\{-1,0,1\}$(见图 1-3).

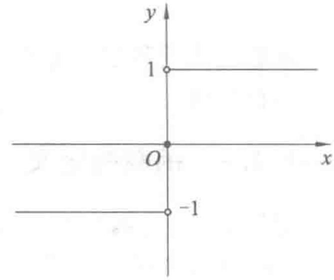


图 1-3

例 2 函数 $y=f(x)=\begin{cases}-x, & x<0,\\ x^2, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ 1, & x>1\end{cases}$ 的表达式是由 3 个不同的公式给出的:$y=-x(x<0)$, $y=x^2(0\leqslant x\leqslant 1)$和 $y=1(x>1)$. 这 3 个公式组成了一个函数, 其定义域为 $D=(-\infty,+\infty)$, 值域为 $f(D)=[0,+\infty)$(见图 1-4).

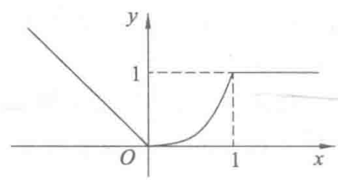


图 1-4

例 3 取整函数 $y=[x]$, 其中,$[x]$表示不超过 x 的最大整数,即

$$y=[x]=k,x\in[k,k+1),k=0,\pm1,\pm2,\cdots,$$

其定义域为 $D=(-\infty,+\infty)=\mathbf{R}$,值域为 $f(D)=\{0,\pm1,\pm2,\cdots\}=\mathbf{Z}$.

这是一个分为无限多段的分段函数,它的图形是阶梯曲线(见图 1-5),在 x 为整数值处图形发生跳跃,跃度为 1.

例如,$[1.3]=1$, $[-1.2]=-2$,$[-\pi]=-4$, $[\sqrt{3}]=1$,$[5]=5$,$\cdots$.

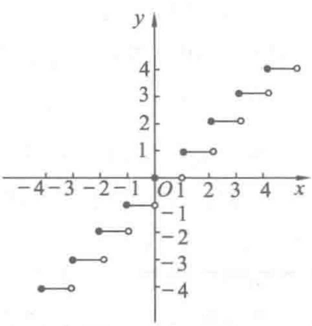


图 1-5

例 4 某工厂生产某产品,年产量为 x 台,每台售价 500 元,当年产量超过 800 台时,超过部分只能按 9 折出售,这样也只能多售出 200 台,如果再多生产,本年度就销售不出去了. 试写出本年的收益(入)函数.

解 根据题意,产量要分成 3 段考虑 $0\leqslant x\leqslant 800$,$800<x\leqslant 1\,000$ 和 $x>1\,000$,其收益(入)函数为

$$R=\begin{cases}500x, & 0\leqslant x\leqslant 800,\\ 500\times800+0.9\times500(x-800), & 800<x\leqslant 1\,000,\\ 500\times800+0.9\times500\times200, & x>1\,000,\end{cases}$$

整理得

$$R=\begin{cases}500x, & 0\leqslant x\leqslant 800,\\ 450x+40\ 000, & 800<x\leqslant 1\ 000,\\ 490\ 000, & x>1\ 000.\end{cases}$$

1.2.3　函数的四则运算

设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 都在数集 D 上有定义，则 $f(x)\pm g(x)$，$f(x)\cdot g(x)$，$\dfrac{f(x)}{g(x)}(g(x)\neq 0)$ 构成一个定义在 D 上的新函数.

注意： 只有在两个函数都有定义的数集上才能进行四则运算，并且在除法运算中要求分母不为 0.

例如，两个函数 x^2 和 $\dfrac{1}{x^2}$ 的共同定义域为 $x\neq 0$，从而它们在 $x\neq 0$ 时可以进行加法运算，因此它们的和函数 $y=x^2+\dfrac{1}{x^2}$ 的定义域为 $x\neq 0$.

1.2.4　复合函数与反函数

设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D，函数 $u=g(x)$ 的定义域为 E. 如果 $E^*=\{x\mid g(x)\in D, x\in E\}\neq\varnothing$（见图 1-6），则对于每个 $x\in E^*$，可以通过函数 g 对应到 D 内唯一的一个值 u，而 u 又通过函数 f 对应唯一的一个值 y. 这就确定了一个定义在 E^* 上的函数，它以 x 为自变量，y 为因变量，记作

$$y=f(g(x)), x\in E^* \text{ 或 } y=(f\circ g)(x), x\in E^*,$$

$f\circ g$ 称为函数 f 和 g 的复合函数，并称 f 为外函数，g 为内函数，u 为中间变量.

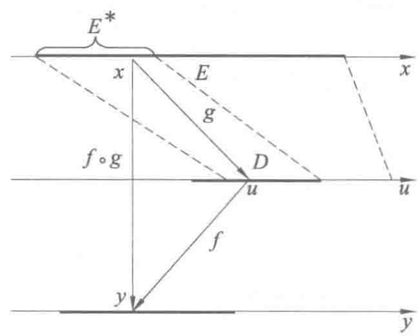


图 1-6

由复合函数的定义可知，复合函数 $f\circ g$ 的定义域可能是内函数 g 的定义域的一部分，也可能与 g 的定义域完全相同.

例 5　函数 $y=f(u)=\sqrt{u}$，$u\in D=[0,+\infty)$ 与函数 $u=g(x)=1-x^2$，$x\in E=\mathbf{R}$ 的复合函数为 $y=(f\circ g)(x)=f(g(x))=\sqrt{1-x^2}$，其定义域为 $E^*=\{x\mid g(x)\in D, x\in E\}=\{x\mid 1-x^2\geqslant 0\}=[-1,1]$，它是内函数定义域的一部分.

函数 $y=f(x)$ 的自变量与因变量的关系往往是相对的. 有时不仅要研究 y 随 x 而变化的状况，也要研究 x 随 y 而变化的状况. 为此，引入反函数的概念.

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，值域为 $f(D)$. 如果对于 $f(D)$ 中任一 y，在 D 中仅有唯

一的一个 x，使 $f(x)=y$（见图 1-7）. 按此对应法则得到一个定义在 $f(D)$ 上的函数，它的自变量为 y，因变量为 x，这个函数称为 f 的反函数，记作 $x=f^{-1}(y)$，$y\in f(D)$. 相对于反函数来说，原来的函数 $y=f(x)$ 称为直接函数.

习惯上，用 x 表示自变量，用 y 表示函数. 因此，反函数 $x=f^{-1}(y)$，$y\in f(D)$ 常常记为 $y=f^{-1}(x)$，$x\in f(D)$. 此时，不难看出，在同一坐标平面内，直接函数与反函数的图形是关于直线 $y=x$ 对称的（见图 1-8）.

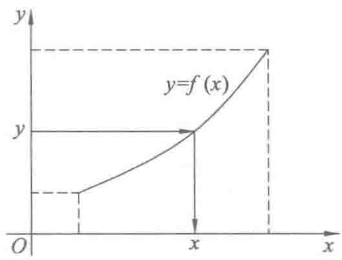


图 1-7

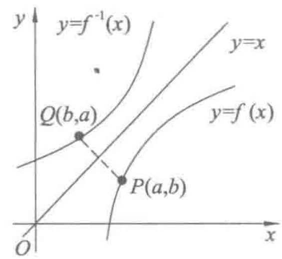


图 1-8

例 6 求函数 $y=\dfrac{x}{x+2}$ 的反函数.

解 直接函数 $y=\dfrac{x}{x+2}$ 的值域为 $\{y\mid y\neq 1\}$，对于任意 $y\neq 1$，由 $y=\dfrac{x}{x+2}$，解得 $x=\dfrac{2y}{1-y}$，改变变量的记号，即得所求的反函数为 $y=\dfrac{2x}{1-x}$.

习题 1.2

1. 给出下列函数的定义域和值域：

函数	定义域	值域
$y=\tan x$		
$y=\arcsin x$		
$y=\operatorname{arccot} x$		
$y=\dfrac{1}{\lg(x+1)}$		

2. 在直角坐标系中画出例 4 中收益函数

$$R=\begin{cases}500x, & 0\leqslant x\leqslant 800,\\ 450x+40\,000, & 800<x\leqslant 1\,000,\\ 490\,000, & x>1\,000\end{cases}$$