

益智读物

数阵探奇

刘仲贺 著

161	94	247	12	177	78	231	28	129	126	215	44	145	110	199	60
248	11	162	93	200	59	146	109	216	43	130	125	232	27	178	77
10	245	96	163	26	229	80	179	42	213	128	131	58	197	112	147
95	164	9	246	111	148	57	198	127	132	41	214	79	180	25	230
225	30	183	76	241	14	167	92	193	62	151	108	209	46	135	124
56	203	98	157	8	251	82	173	24	235	66	189	40	219	114	141
74	181	32	227	90	165	16	243	106	149	64	195	122	133	48	211
159	100	201	54	175	84	249	6	191	68	233	22	143	116	217	38
33	222	119	140	49	206	103	156	1	254	87	172	17	238	71	188
120	139	34	221	72	187	18	237	88	171	2	253	104	155	50	205
138	117	224	35	154	101	208	51	170	85	256	3	186	69	240	19
223	36	137	118	239	20	185	70	255	4	169	86	207	52	153	102
97	158	55	204	113	142	39	220	65	190	23	236	81	174	7	252
184	75	226	29	136	123	210	45	152	107	194	61	168	91	242	13
202	53	160	99	218	37	144	115	234	21	192	67	250	5	176	83
31	228	73	182	47	212	121	134	63	196	105	150	15	244	89	166

河北科学技术出版社

益智读物

数 阵 探 奇

刘 仲 贺 著

河北科学技术出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数阵探奇 / 刘仲贺著. - 石家庄: 河北科学技术出版社, 2009. 12

ISBN 978-7-5375-4042-1

I. ①数… II. ①刘… III. ①幻方—基本知识 IV. ①0157

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第225518号

数 阵 探 奇

刘仲贺 著

出版发行 河北科学技术出版社

地 址 石家庄市友谊北大街330号 (邮编: 050061)

印 刷 唐山十月制版印刷有限公司

经 销 新华书店

开 本 787×1092 1/16

印 张 8.5

字 数 196000字

版 次 2010年11月第1版

2010年11月第1次印刷

印 数 1000

定 价 22.00元

<http://www.hkpress.com.cn>

序

《数阵探奇》是一部关于幻方的专著。幻方是现代组合数学的重要内容，其实质是满足多项特殊条件的数字方阵，是非常古老而又特别新颖、妙趣横生而又科学实用的新学科。

说它非常古老，因为它有上下数千年的发展历史；说它特别新颖，因为它至今还有许多新类型、新属性、新原理、新方法，有待人们去发现、去发明、去创造、去应用；说它妙趣横生，因为它有令人拍案叫绝的奇妙属性和深奥原理；说它科学实用，因为它有助于组合分析、人工智能、对策论、控制论等基础理论研究，有助于通讯、测量、电子回路、水上漂浮建筑等工程技术创新，有助于全息对应结构、信息隐藏技术、完美网络体系结构等科学探索，有助于工艺美术、趣味数学、数阵棋类、游戏软件等文化产品开发。

随着现代科学技术的迅猛发展，幻方正以惊人的速度拓展着日益广泛的应用前景。

我国是最早发明幻方的国家。据公元前5世纪的我国古籍《尚书·顾命》、《易传·系辞上》、《大戴礼记·名堂篇》记载，传说公元前22世纪大禹治水时神秘发现的洛书，就是世界最早的3阶幻方。

在国外，直到公元3世纪希腊人才编成4阶幻方。这比我国古籍记载的洛书，至少推迟了800多年。

笔者还考虑到幻方不能涵盖立方体、圆、圆柱体、球体等非正方几何图形的局限性，首次提出以数阵取代幻方的命名，并在方阵、立方阵、圆阵、圆柱阵、球体阵系统研究方面取得了可喜的新成果：

(1) 提出了关于多种类型平面数阵、立体数阵的系统科学概念。

(2) 发现了方阵、立方阵、圆阵、圆柱阵等简易数阵数字流编制方法，这种编制方法已经简化到不用任何计算，就可以准确无误地把自然数列的各项数字依次排布到数阵的各个阵位。

(3) 注意到布阵数列各元素在数阵中的阵位坐标与其在编组阵中的阵位坐标存在着严密的逻辑关系，并系统地给出了描述这种关系的变换公式。

(4) 创立了立方阵3维正交拉丁方数字流统编法。

(5) 提出了数阵阵形大变换。

(6) 取得了高维数阵研究新进展：提出了高维母子方阵、高维母子立方阵新概念；提出了高维数阵各子阵有序排布规则；提出了任意高阶高维方阵、任意高层高维立方阵简易统编法：单一拉丁方数码阵裂变法、二拉丁方数码阵裂变法，并且成功编制了《5阶4维对称完美母子方阵》、《6阶4维完美母子方阵》、《3层6维对称标准母子立方阵》以及《7层6维对称完美母子立方阵6维正交拉丁方》。

概括《数阵探奇》有三个鲜明特点：

一是以奇特的视角、奇特的思路、奇特的方法、奇特的表述，回顾了数阵的历史，规范了数阵的概念，设计了数阵的方法，预测了数阵的未来。

二是集知识性、趣味性、理论性、益智性于一身，既创立了益智读物的新风格，又提供了数阵方法的新思路。

三是充分肯定了前人的成果，精心开拓了自己的道路，独辟蹊径的数字流及其以数字流技法编制的立方阵3维正交拉丁方，不仅是独特的方法，而且是独特的理论。

世界著名科学家达尔文有一句名言：“一切知识中最有价值的是关于方法的知识。”《数阵探奇》正是一部关于数阵方法的好书。

王会生

2010年6月6日

目 录

第一章 博大精深的数字阵	1
1.1 科学的定义	1
1.2 奇妙的传说	6
1.3 广泛的关注	7
第二章 独辟蹊径的数字流	9
2.1 数字流破解平面阵	9
第三章 解密数阵的新尝试	17
3.1 数阵基本概念	17
3.2 数阵基本原理	18
3.3 数阵变换公式	20
3.4 两阵坐标变换公式基本规则	22
第四章 出奇制胜的拉丁方	23
4.1 数字立方阵基本概念及分类	23
4.2 数字立方阵 3 维正交拉丁方编制方法	24
4.3 数字立方阵变换公式	42
4.4 拉丁方挑战偶层完美立方阵	48
第五章 别具一格的球体阵	75
5.1 数字球体阵基本概念	75
5.2 数字球体阵投影规则	76
5.3 数字球体阵系统分类	76
5.4 数字球体阵编制方法	76
第六章 数阵阵形的大变换	78
6.1 阵形变换的特定条件	78
6.2 阵形变换的特定规则	78
6.3 阵形变换的基本原理	78
6.4 阵形变换的具体方案	78
第七章 别有洞天的高维阵	80
7.1 高维数阵基本概念	80
7.2 高维数阵变换公式	82
7.3 高维数阵编制方法	83
7.4 典型高维数阵编制方法举例	84

第八章 走向未来的数阵学..... 109

8.1 重新审视数字阵 109

8.2 回首点评数字流 110

8.3 呼唤未来数阵学 111

附录 16 层完美立方阵 112

参考文献..... 128

后记..... 129

第一章 博大精深的数字阵

1.1 科学的定义

依照特定的规则、特定的属性在特定的平面或特定的空间排布的数组叫做数字阵，简称数阵。

依阵形划分，数阵一般包括方阵、圆阵、球面阵、立方阵、圆柱阵、球体阵等。依数列划分，数阵一般包括等差数阵、等比数阵等。首项为 1、公差为 1 的等差数列叫做自然数列。由自然数列构成的数阵叫做自然数阵。

由于阵形和数列类型的无限多样性，数阵类型也是无限多样的。

本书将重点讨论自然方阵、自然圆阵、自然立方阵、自然圆柱阵、自然球体阵等问题。

关于数阵命名，古今中外，尚无定论。中国叫纵横图，欧美叫幻方。

笔者以为，上述命名都不准确、不科学，唯有采用“数列 + 阵形”系统命名的数字阵，简称数阵，才能既彻底消除其神秘色彩，又准确概括其科学内涵。

1.1.1 自然方阵定义

将一个正方形纵横 N 等分，使其分割成 N^2 个阵位（方格），再将 $\{1 \sim N^2\}$ 自然数列的各项数字分别填入 N^2 个阵位中，使各行、各列、各对角线上的 N 个数字之和都等于常数 $N(N^2 + 1)/2$ 。这样平面排布的数组叫做 N 阶自然数字方阵，简称 N 阶方阵（图 1）。

1	14	15	4
8	11	10	5
12	7	6	9
13	2	3	16

图 1 N 阶方阵 $N = 4$ 为例

1.1.2 亚标准自然立方阵定义

将 N 个 N 阶方阵逐层隔离重叠，构成一个具有 N^3 个阵位的立方体，再将 $\{1 \sim N^3\}$ 自然数列的各项数字分别填入 N^3 个阵位中，使各水平层面、各垂直层面、各对角层面上的 N^2 个数字之和都等于常数 $N^2(N^3 + 1)/2$ 。这样立体排布的数组叫做 N 层亚标准自然数字立方阵，简称 N 层亚标准立方阵（图 2）。

21	4	17	1层
8	12	22	
13	26	3	
23	9	10	2层
1	14	27	
18	19	5	
25	2	15	3层
6	16	20	
11	24	7	

图2 N 层亚标准立方阵展开图 $N = 3$ 为例

1.1.3 自然圆阵定义

将 N 环同心圆与 N 条直径相交, 得到 $2N^2$ 个阵位 (交点), 再将 $\{1 \sim 2N^2\}$ 自然数列的各项数字分别填入 $2N^2$ 个阵位中, 使各环同心圆、各条直径上的 $2N$ 个数字之和都等于常数 $N(2N^2 + 1)$ 。这样平面排布的数组叫做 N 阶自然数字圆阵, 简称 N 阶圆阵 (图3)。

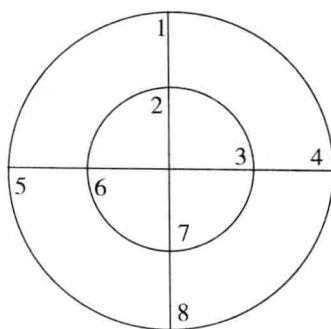


图3 N 阶圆阵 $N = 2$ 为例

1.1.4 亚标准自然圆柱阵定义

将 N 个 N 阶圆阵逐层隔离重叠, 构成一个具有 $2N^3$ 个阵位的圆柱体, 再将 $\{1 \sim 2N^3\}$ 自然数列的各项数字分别填入 $2N^3$ 个阵位中, 使各水平层面、各径垂层面、各环垂层面上的 $2N^2$ 个数字之和都等于常数 $N^2(2N^3 + 1)$ 。这样立体排布的数组叫做 N 层亚标准自然数字圆柱阵, 简称 N 层亚标准圆柱阵 (图4)。

1.1.5 等比方阵定义

将一个正方形纵横 N 等分, 使其分割成 N^2 个阵位 (方格), 再将 $\{a \sim a^{N^2}\}$ 等比数列的

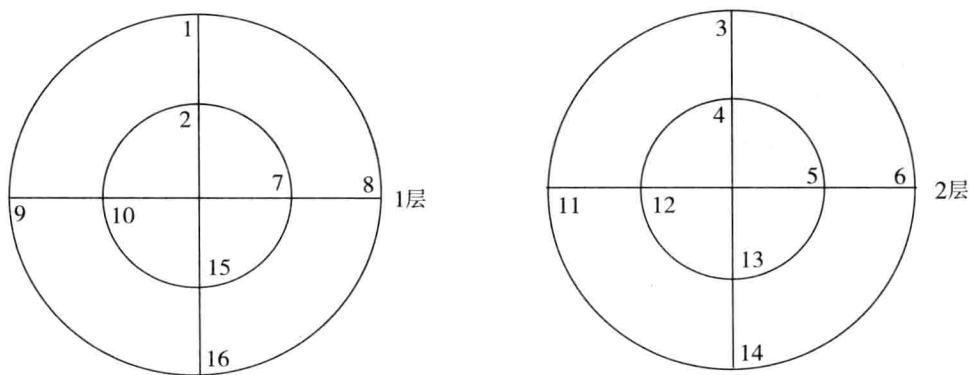


图4 N 层亚标准圆柱阵展开图 $N = 2$ 为例

各项数字分别填入 N^2 个阵位中, 使各行、各列、各对角线上的 N 个数字之积都等于常数 $a^{N(N^2+1)/2}$ 。这样平面排布的数组叫做 N 阶等比数字方阵, 简称 N 阶等比方阵 (图5)。

2^1	2^{14}	2^{15}	2^4
2^8	2^{11}	2^{10}	2^5
2^{12}	2^7	2^6	2^9
2^{13}	2^2	2^3	2^{16}

图5 N 阶等比方阵 $N = 4; a = 2$ 为例

1.1.6 亚标准等比立方阵定义

将 N 个 N 阶方阵逐层隔离重叠, 构成一个具有 N^3 个阵位的立方体, 再将 $\{a \sim a^{N^3}\}$ 等比数列的各项数字分别填入 N^3 个阵位中, 使各水平层面、各垂直层面、各对角层面上的 N^2 个数字之积都等于常数 $a^{N^2(N^3+1)/2}$ 。这样立体排布的数组叫做 N 层亚标准等比数字立方阵, 简称 N 层亚标准等比立方阵 (图6)。

2^{21}	2^4	2^{17}	1层
2^8	2^{12}	2^{22}	
2^{13}	2^{26}	2^3	
2^{23}	2^9	2^{10}	2层
2^1	2^{14}	2^{27}	
2^{18}	2^{19}	2^5	
2^{25}	2^2	2^{15}	3层
2^6	2^{16}	2^{20}	
2^{11}	2^{24}	2^7	

图6 N 层亚标准等比立方阵展开图 $N = 3; a = 2$ 为例

1.1.7 等比圆阵定义

将 N 环同心圆与 N 条直径相交, 得到 $2N^2$ 个阵位 (交点), 再将 $\{a \sim a^{2N^2}\}$ 等比数列的各项数字分别填入 $2N^2$ 个阵位中, 使各环同心圆、各条直径上的 $2N$ 个数字之积都等于常数 $a^{N(2N^2+1)}$ 。这样平面排布的数组叫做 N 阶等比数字圆阵, 简称 N 阶等比圆阵 (图 7)。

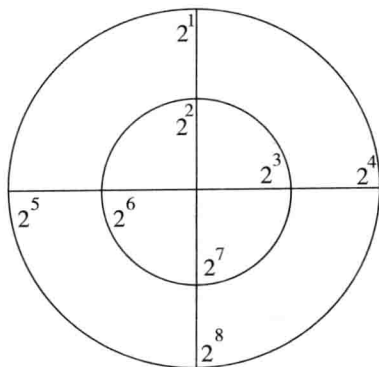


图 7 N 阶等比圆阵 $N = 2; a = 2$ 为例

1.1.8 亚标准等比圆柱阵定义

将 N 个 N 阶圆阵逐层隔离重叠, 构成一个具有 $2N^3$ 个阵位的圆柱体, 再将 $\{a \sim a^{2N^3}\}$ 等比数列的各项数字分别填入 $2N^3$ 个阵位中, 使各水平层面、各径垂层面、各环垂层面上的 $2N^2$ 个数字之积都等于常数 $a^{N^2(2N^3+1)}$ 。这样立体排布的数组叫做 N 层亚标准等比数字圆柱阵, 简称 N 层亚标准等比圆柱阵 (图 8)。

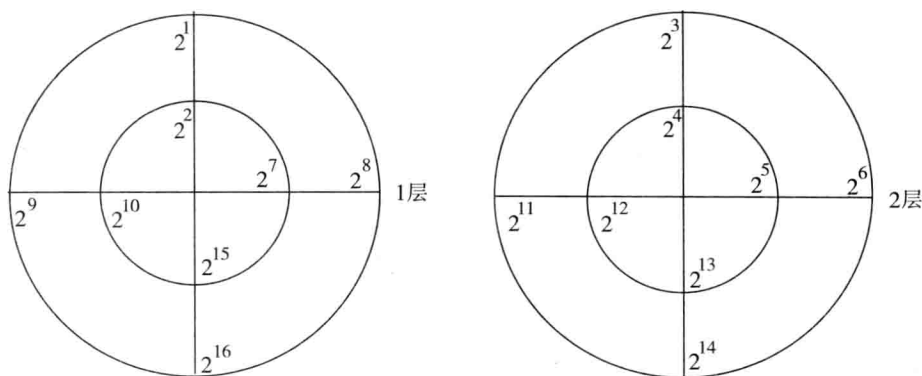


图 8 N 层亚标准等比圆柱阵展开图 $N = 2; a = 2$ 为例

1.1.9 完美方阵定义

各行、各列、各泛角线 (含 2 条主对角线) 上的 N 个数字之和都等于常数 $N(N^2 + 1)/2$ 的方阵叫做 N 阶完美方阵。完美方阵的解叫做美妙解。完美方阵可以沿 2 维方向任意复制平移拼接而成扩展方阵, 在扩展方阵中任取原阶次方阵, 都具备完美方阵全部属性 (图 9)。其中 4 倍偶阶完美方阵还独具奇妙属性: 在方阵中任取相邻 $N/2$ 行、 $N/2$ 列 ($\text{mod } N$) 重组方阵, 其中 $N^2/4$ 个数字之和都等于常数 $N^2(N^2 + 1)/8$ 。

1	14	7	12
8	11	2	13
10	5	16	3
15	4	9	6

1	14	7	12	1	14	7	12
8	11	2	13	8	11	2	13
10	5	16	3	10	5	16	3
15	4	9	6	15	4	9	6
1	14	7	12	1	14	7	12
8	11	2	13	8	11	2	13
10	5	16	3	10	5	16	3
15	4	9	6	15	4	9	6

图9 N 阶完美方阵及其扩展方阵 $N = 4$ 为例

1.1.10 亚完美立方阵定义

各水平层面、各垂直层面、各泛角垂层面上的 N^2 个数字之和都等于常数 $N^2(N^3 + 1)/2$ 的立方阵叫做 N 层亚完美立方阵。亚完美立方阵的解叫做美妙解（图10）。亚完美立方阵可以沿3维方向任意复制平移拼接而成扩展立方阵，在扩展立方阵中任取原层次立方阵，都具备亚完美立方阵全部属性。

13	50	19	48	1层
20	47	14	49	
46	17	52	15	
51	16	45	18	
9	54	23	44	2层
24	43	10	53	
42	21	56	11	
55	12	41	22	
5	58	27	40	3层
28	39	6	57	
38	25	60	7	
59	8	37	26	
1	62	31	36	4层
32	35	2	61	
34	29	64	3	
63	4	33	30	

图10 N 层亚完美立方阵展开图 $N = 4$ 为例

1.2 奇妙的传说

中国作为具有上下 5000 年文明史的东方大国，早在上古时代，就有伏羲遇“河图”、夏禹得“洛书”的奇妙传说（图 11），尽管它有重要的科学价值，但是鉴于缺乏有力的考证，这奇妙的“河图”、“洛书”到底出自何人之手，也就成了千古之谜。

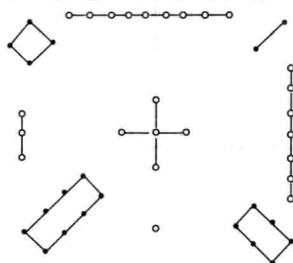


图 11 “洛书”

依据孔子（公元前 551 ~ 公元前 479）惊世力作《易传·系辞上》关于“河出图，洛出书，圣人则之”的论断，汉代人用“河图”、“洛书”解释“阴阳八卦”和“洪范九畴”：认为伏羲时有龙马出于河，伏羲取法其身上的神秘花纹而作“阴阳八卦”；夏禹时有神龟现于洛，夏禹依据其背上的奇妙图形而作《洪范九畴》。这里所说的“有神龟现于洛”，即著名的龟背洛书故事。相传夏禹治水时曾神秘地发现洛水中浮起一只巨龟，其背上刻有奇妙的图形，后人称之为“洛书”，译成现代数字，竟是世界首创的 3 阶方阵（图 12），它的各行、各列、各对角线上 3 个数字之和都等于 15，完全符合方阵常数公式 $N(N^2 + 1)/2$ 。

4	9	2
3	5	7
8	1	6

图 12 数字“洛书”——3 阶方阵

笔者以为，这位世界首创 3 阶方阵的发明家不可能是什么“神龟”，因为凡是掌握生命科学常识的人都必然确信：任何活生生的巨龟，不管它有多大、多老，都不可能在自己的背上自然生出或故意生出如此奇妙的图形。那么，最大的可能就是：在当时条件下，有世外高人突发奇想，设计了这个世界首创的 3 阶方阵，并以圈、点计数，把它端端正正地刻在了巨龟背板之上。当然，也不能排除他活捉巨龟、背板刻图再放生，而后才真有“神龟现于洛”。当时正是中国的甲骨文时代，龟甲刻字本是常规，那龟甲刻图又何奇之有？问题是“洛书”的原刻龟甲早已失传，无从查考，才只剩下如今的奇妙传说。

据此可以断言，所谓“洛书”根本不是神龟显灵，而是人造神话；根本不是神赐奥妙天书，而是人刻数字图形。关于“洛书”的奇妙传说，之所以越传越神，完全是

由于后人根据政治的或宗教的或两者兼而有之的目的，加以层层神化的结果。

如今值得庆幸的是，这位世界首创 3 阶方阵又不肯留下姓名的奇人是一位中国古人，他以精妙绝伦的“洛书”为震惊世界的中国古代文明划出了一道绚丽的光彩。

总之，中国是最早发明数阵的国家，已是不争的事实。如果说公元前 22 世纪的夏禹得“洛书”的故事只是传说，那么，相继载有“洛书”内容的《尚书·顾命》、《易传·系辞上》、《管子·小匡》、《大戴礼记》等则是公元前 5 世纪 ~ 公元前 1 世纪实实在在的中国古籍。早在汉代，数学家徐岳就在其著作《数术记遗》中正式提出九宫算（3 阶方阵）的命题，并作了精辟的论述。到宋元时期，中国的数阵研究有了很大进展。公元 1275 年，宋代数学家杨辉在他的《续古摘奇算法》中详细记录了这方面的成果。杨辉把此类数阵命名为纵横图，可以推广到 N 阶，而 N 阶纵横图包含有 $1 \sim N^2$ 共 N^2 个自然数，其各行、各列、各对角线上 N 个数字之和都等于常数 $N(N^2 + 1)/2$ 。他还列出了 4 ~ 10 阶纵横图答案，并给出了 3 阶、4 阶纵横图的构造法（解法）。杨辉这一工作为在组合数学中占有重要地位的数阵研究开辟了道路。其后，清代学者保其寿首创的瓜瓞图更为球面数阵研究做出了宝贵贡献。

1.3 广泛的关注

在国外，直到公元 3 世纪，希腊人才首次编成 4 阶方阵，比中国古籍记载的“洛书”至少推迟了 800 多年。又是 800 多年之后的公元 11 世纪，印度人别出心裁地把 4 阶完美方阵（图 13、图 14）刻在了卡俱拉霍地方一块奇特的墓碑上。从此，印度卡俱拉霍碑刻方阵也就成了世界最小的偶阶完美方阵（完美幻方）。大约在公元 15 世纪初，由拜占庭的摩索普拉斯将东方的数阵介绍到了西方，立即引起广泛的关注。瑞士著名数学家欧拉（1707 ~ 1783）、美国著名科学家富兰克林（1706 ~ 1790）都喜欢研究数阵（当时叫幻方）。德国著名画家丢勒（1471 ~ 1528）还在其著名版画《忧伤》的画面上出人意料地画了一幅完整的 4 阶方阵（图 15），方阵中底行中间的两个数字“15”和“14”巧妙地标明该版画绘于 1514 年。

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

图13 印度卡俱拉霍碑刻完美方阵

7	12	1	14	7	12	1	14
2	13	8	11	2	13	8	11
16	3	10	5	16	3	10	5
9	6	15	4	9	6	15	4
7	12	1	14	7	12	1	14
2	13	8	11	2	13	8	11
16	3	10	5	16	3	10	5
9	6	15	4	9	6	15	4

图14 印度卡俱拉霍碑刻完美方阵扩展图

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

图 15 丢勒方阵

广泛的关注必然促进深入的研究。历经数千年的漫长岁月，各种奇思妙想的数阵相继问世，各种独具匠心的解法设计成功。数阵正在走向从奥妙到科学的光明大道。

作为数阵故乡的现代中国，数阵爱好者、研究者、成果卓著者不计其数。在高治源、王忠汉、林正禄、舒文中、张道鑫、朱福成、李立、曹陵等一大批专家、学者的大力推动下，再次开创了中国数阵研究的新局面，尤其在数阵与周易、数阵与哲学、数阵与天文以及素数方阵编制法、高次幂方阵编制法、对称完美方阵编制法、素数奇层对称完美立方阵编制法、16 倍偶层完美立方阵编制法、高维立方阵编制法等方面取得了重大成果。

由于数阵定义的奇特规定性，本已博大精深的数阵更以立体数阵、完美数阵、高幂数阵、高维数阵的出现而把其奥妙与情趣推向了极致。几千年来，数阵一直以其无限的多样性、高度的复杂性、深奥的科学性、有趣的益智性、独到的实用性，吸引了无数古今中外的爱好者。在茫茫人海中，热心关注数阵的不仅有数学工作者，还有普通老百姓；不仅有酷爱益智的青少年，还有志在宇宙的科学家。1977 年，美国发射的旅行者 1 号、2 号宇宙飞船曾携带一幅令世人称奇的方阵图片，正是像“洛书”那样以圈、点计数的印度卡俱拉霍碑刻 4 阶完美方阵，以此向宇宙人展示地球人的文明程度和智力水平。总之，数阵这棵源远流长、历久弥新的数苑奇葩，不仅是妙趣横生的益智工具，而且是独树一帜的科学技术；不仅可以印证人类文明发展史的轨迹，而且可以充当现代人智力水平的象征。这正是美国人执意把数阵送上太空的科学依据。

第二章 独辟蹊径的数字流

数阵发展到今天，古今中外的众多数阵爱好者经过潜心研究，曾经给出过数以万计的各种类型数阵解。有人测算，3阶方阵解只有1个，4阶方阵解有880个，5阶方阵解有275305224个，9阶方阵解至少有1073741824个。

数阵破解问题同世上任何科学问题一样：因为答案只满足个别条件，方法才揭示普遍规律，所以，答案诚可贵，方法价更高。正因如此，人们早已不满足一个一个地给出某数阵的解，而是要设计一种方法，使任意同类数阵不论阶（层）次多高，都得以迎刃破解。

为此，古今中外的数阵爱好者做了大量艰苦卓绝的工作，设计并筛选了一些各有千秋的破阵法，例如暹罗法、阶梯法、奇偶分离法、对称法、对角线法、比例放大法、斯特雷奇法、LUX法、拉伊尔法、镶边法、相乘法等，都有独到之处，为数阵研究做出了宝贵的贡献。

现在发现一种独辟蹊径的新方法——“数字流”。它的奇妙之处在于，巧妙利用数列逐项递增的简单原理，精心设计奇特的运行线路，完全满足任意阶（层）数阵的苛刻要求；它的独到之处在于，不用任何辅助图形和计算，就可以沿着特定的线路，把数列各项数字从首项至末项，依次像流水一样直接灌注任意高阶（层）数阵各规定阵位，真可谓一鼓作气，马到成功。

2.1 数字流破解平面阵

数字流破解平面数阵，真可谓超常简便、不用计算，破解任意高阶、超高阶数阵也能立等可取。

2.1.1 奇阶方阵数字流

奇阶方阵的阶次通式为： $N = 2n + 1$ ， n 为任意自然数。

奇阶方阵数字流专门破解任意奇阶方阵，其运行程序如下：

- (1) 绘制待解奇阶方阵（图16 $N = 5$ 为例）。
- (2) $\{1 \sim N^2\}$ 自然数列的首项数字（1）定位中央行、左边列阵位，第2项数字填入下邻行、右边列阵位，其后各项数字向左下方空阵位依次填入。
- (3) 当某项数字填入下边行阵位时，其下一项数字跳跃填入上边行、左邻列阵位，其后各项数字继续向左下方空阵位依次填入。
- (4) 当某项数字填入左边列阵位时，其下一项数字跳跃填入下邻行、右边列阵位，其后各项数字继续向左下方空阵位依次填入。
- (5) 当某项数字左下方已无空阵位时，其下一项数字右跨填入同行、右邻列阵位，其后各项数字继续向左下方空阵位依次填入。

(6) 按以上 5 项程序反复运用, 直至把 $\{1 \sim N^2\}$ 自然数列的末项数字 (N^2) 填入中央行、右边列阵位, 即得该阶方阵一个对称解 (图 17)。

概括奇阶方阵数字流运行程序的基本规则是: 首项定位, 左下优先, 右跨替补, 下边行、左边列跳跃折返, 末项填入中央行、右边列, 与首项遥相对应。

据上述程序规则, 可绘制奇阶方阵数字流运行线路图 (图 18 $N = 5$ 为例), 以便记忆程序, 掌握技巧。

图 例	
.	阵位
→	首项阵位
→	末项阵位
——	连续线路
.....	跳跃线路

	上	边	行	
左				右
边				边
列				列
	下	边	行	

图 16 待解奇阶方阵
 $N = 5$ 为例

17	23	4	10	11
24	5	6	12	18
1	7	13	19	25
8	14	20	21	2
15	16	22	3	9

图 17 奇阶方阵解
 $N = 5$ 为例

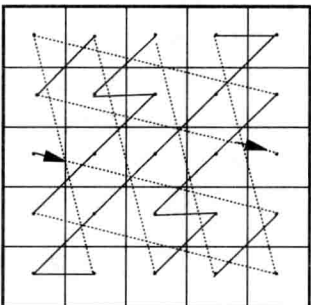


图 18 奇阶方阵数字流运行
线路图 $N = 5$ 为例

2.1.2 2 倍偶阶方阵预备解数字流

2 倍偶阶方阵的阶次通式为: $N = 2(2n + 1)$, n 为任意自然数。

2 倍偶阶方阵预备解数字流专门破解任意 2 倍偶阶方阵, 其运行程序如下:

(1) 绘制待解 2 倍偶阶方阵, 并将其纵横 2 等分, 使其分割成左上幅、右上幅、左下幅、右下幅 (图 19 $N = 6$ 为例)。

(2) $\{1 \sim N^2\}$ 自然数列的首项数字 (1) 定位左上幅次上边行、左边列阵位, 其后各项数字:

凡在方阵上半幅, 从左至右依次填入, 进入右半幅升一行, 直至右半幅右边列阵位, 同列下跳至 (已占阵位之上) 下数第 2 空阵位。

凡在方阵下半幅, 从右至左依次填入, 进入左半幅降一行, 直至左半幅左边列阵位, 同列上跳至 (已占阵位之下) 上数第 2 空阵位。