大众数学史

◎ 杨静 潘丽云 刘献军 郭书春 著

“十二五”国家重点图书出版规划项目

中国科学院自然科学史研究所 策划

丛书主编 郭书春

Popular History of Science & Technology Series

大众科学技术史丛书

山东科学技术出版社
www.lkj.com.cn

大众数学史

大众科学技术史丛书

Popular History of Science & Technology Series

◎ 杨静　潘丽云　刘献军　郭书春　著

“十二五”国家重点图书出版规划项目

中国科学院自然科学史研究所　策划

丛书主编　郭书春

山东科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

大众数学史/杨静,潘丽云,刘献军,郭书春著. —济南:山东科学技术出版社,2015
(大众科学技术史丛书)
ISBN 978-7-5331-7658-7

Ⅰ.①大… Ⅱ.①杨… ②潘… ③刘… ④郭… Ⅲ.①数学史—世界—普及读物 Ⅳ.①O11-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 292318 号

大众科学技术史丛书

大众数学史

杨　静　潘丽云
刘献军　郭书春　著

主管单位:山东出版传媒股份有限公司
出 版 者:山东科学技术出版社
地址:济南市玉函路 16 号
邮编:250002　电话:(0531)82098088
网址:www.lkj.com.cn
电子邮件:sdkj@sdpress.com.cn
发 行 者:山东科学技术出版社
地址:济南市玉函路 16 号
邮编:250002　电话:(0531)82098071
印 刷 者:山东德州新华印务有限责任公司
地址:德州经济开发区晶华大道 2306 号
邮编:253074　电话:(0534)2671209

开本:720mm×1000mm　1/16
印张:15.5
版次:2015 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

ISBN 978-7-5331-7658-7
定价:28.00 元

《大众科学技术史丛书》
编　委　会

Foreword 序

英国哲学家培根说，读史使人明智，科学使人深刻。科学技术史图书可以给读者提供一举数得的精神食粮，而科学技术史的普及读物对社会的影响常常比专著还要大。了解科学技术进步的历史不仅有利于掌握知识，更有利于认识科技发展的规律，学会科学发现和技术发明的方法，提高国民特别是青少年学生的素质。因此，向读者提供高质量的科学技术史普及读物，是科学技术史学者和出版机构责无旁贷的使命。

为了充分利用科学技术史传播科学知识，弘扬科学精神，培养青少年学科学、爱科学的良好素质，学术界有必要撰写系统阐述科学技术不同学科发展历史的普及读物。为此，中国科学院自然科学史研究所与山东科学技术出版社商定合作撰写、出版一套《大众科学技术史丛书》。该课题得到有关部门的大力支持，并列入《“十二五”国家重点图书、音像、电子出版物出版规划》增补项目。

本丛书展现历史上的科学技术知识以及科学技术专家的生平、科学活动和科学思想，兼具科学性和人文性，反映科学技术发展与人文思想演进的关系。本丛书力求具有科学性、系统性和通俗可读性。

所谓科学性就是科学准确地表述各学科史的内容，并尽可能汲取最新的研究成果。各册所述内容必须是学术界公认的，经得起时间考验的。对学术界尚有争论的内容，或者以一家为主，兼及别家，或者并列诸家之说。主要学术观点力求有原始文献或转引自权威著作的文献作依据，避免粗制滥造、以讹传讹。

所谓系统性一方面指在书目设置上既有基础学科，又有应用学科，覆盖数学、

物理学、化学化工、天文学、地学、生物学、医学、农学、建筑、机械技术、纺织技术、军事技术等科学技术史的各个主要分支学科；另一方面指每一学科的篇章设置能够涵盖该学科的重要成就、著作和科学家、重大事件和科学技术机构等，要使读者能够比较完整地了解该学科由低到高的不同发展阶段及其在不同文化传统中的特点。

所谓通俗可读性就是既要使用规范的汉语语言和标准汉字，又要做到通俗易懂，雅俗共赏，老少咸宜。在确保科学性的同时，要尽量采用便于大众理解的表述方式，并对历史上出现的、今天已经不再使用的重要术语用现代术语加以解释。

我们希望，广大读者特别是青少年学生通过本丛书既可以领略科学技术的严谨，又能理解它们对经济和社会发展的巨大作用，受到科学精神的熏陶，激发对科学技术的兴趣，树立钻研科学技术的志向。

本丛书各分册的作者都是科学技术史学科有较深造诣的专家，有的是学科的领军人物，有的是成绩突出的中青年骨干。当然，任何工作都是阶段性的，每位学者的知识都有局限性，即使是术有专攻的专家也不例外，因此本丛书也可能有明显的疏漏和错误之处，恳请读者们不吝赐教，以便再版时修正。

中国科学院自然科学史研究所所长、研究员

张柏春

前言

Preface

数学首先是一门科学。数学产生于计数、计算、量度和对物体形状及运动的观察，它通过抽象化和逻辑推理，利用符号语言研究数量、结构、变化、空间以及信息等概念。数学在人类的历史发展和社会生活中起到了不可替代的作用，它极大地提高了人类大脑缜密思维的能力，同时也是物理学、化学、生物学、医学以及经济学、工程技术等自然科学和社会科学领域必不可少的基本工具。

数学又是一种文化。在研究现实世界中数量关系和空间形式的同时，数学文化带来的思想、精神、方法为人类认识世界提供了方法论基础和技术性手段，不仅在数学发展的历史上扮演了不可或缺的角色，而且极大地推动了人类文明的进步。从古希腊哲学家的演绎逻辑，到文艺复兴运动的自由人文理念，再到工业革命带来全新的时空观，每一次数学文化的飞跃，都带来了自然科学的空前繁荣，从而影响到社会生活的方方面面。

数学诞生在四大文明古国。早在古埃及、古巴比伦、古代中国及古印度时期，已经有了许多数学知识。古希腊数学注重空间形式的研究，以及演绎论证思维模式的创立，使数学的发展趋向严谨化，其影响远远超出了数学领域；中国、印度和阿拉伯等地的数学则重视数量关系和算法的研究。中国数学有春秋战国西汉、魏晋南北朝和宋元三个高潮，居于当时世界数学的前列，属于当时世界数学的主流。欧洲文艺复兴时期，东方的算法与古希腊的几何学相结合，在 17 世纪产生了解析几何学和微积分，进入了变量数学阶段，新的科学发现和数学革新两者相互影响，数学高速发展。时至今日，数学的发展日臻成熟，成为涵盖数论、代数学、几何学、

三角学、拓扑学、数学分析、函数论、微分方程、概率论、数理统计学、计算数学、运筹学等众多分支的学科。

数学作为基础学科，是我们从小就必学的课程，但数学又是那么抽象、深奥，让人有晦涩、生硬冰冷的感觉。很多人不知道，在数学冰冷的面孔背后有着丰富多彩的故事。本书就是要带大家进入这个缤纷的世界，去探索数学概念、理论诞生的源头，发现数学发展历史每个不平凡的段落，追寻它发展的轨迹，去认识一位位杰出的数学家，见证学科发展中的重要事件，感悟数学文化的真谛。

本书中的许多章节都可以用厚厚的著作来详细阐述，因此如何在汗牛充栋的文献中选取要介绍的内容是比较困难的。笔者尽力选取某一时期或某位数学家的代表性成就，希望通过这本小书可以让年青的读者对漫长而辉煌的数学发展史有一个概观，领略数学的广泛用途，体会数学独特的魅力及对人类文明发展的重要作用，从而对数学有个全新的认识。

本书撰写分工如下：杨静负责上篇的第一、二、四部分，中篇的第二、三、四部分，下篇的第四、七部分，以及附录；潘丽云负责上篇的第五部分，下篇的第一、三、五、八部分；刘献军负责中篇的第一部分，下篇的第二、六部分；郭书春负责上篇的第三部分。杨静对全书做了统稿。

作者在撰写本书的过程中，得到了中国科学院自然科学史研究所的郭圆圆博士、河北师范大学的王涛博士、人民教育出版社的龙正武博士等许多同仁的帮助，解答了作者的一些疑问，在此特表诚挚的谢意。

最后感谢作者的家人，没有他们的默默支持，本书是不可能完成的。

由于本书涉及古今中外的历史文化及数学的多个分支，囿于作者水平，在具体内容上必存在不少缺点与错误，期待专家和读者的批评指正。

著　者

目录

Contents

上篇　古代数学

中篇　近代数学

下篇　现代数学

附　录

上　篇

古代数学

一、古埃及和古巴比伦数学

古埃及数学

埃及跨亚非两洲，大部分位于非洲东北部，处于中东和北非的交汇之地。它的西面和南面是世界上最大的撒哈拉沙漠，东面、北面大部分被红海、地中海环绕，东北面是面积只有 6 万平方千米的西奈半岛，半岛大部分被沙漠和高山覆盖，东西两侧则夹在亚喀巴湾和苏伊士湾之间。凭借着这种天然的地理屏障，古埃及得以长期不受外敌侵犯，维持了长期的安定。埃及还拥有世界上最长的河流——尼罗河。这条自南向北贯穿埃及全境、最后注入地中海的河流冲刷出了一条狭长而肥沃的河谷，因为河流的西边是撒哈拉沙漠，东北是阿拉伯沙漠，因此素有“世界上最大沙漠中的最大绿洲”之称。就在埃及这片土地上诞生了绵延三千年(约公元前 3100—前 332)的古埃及文明。这里，是早期数学的发源地之一。

1. 纸草书

尼罗河三角洲中生长着一种纸莎草，当地人采摘后用其茎秆中心的髓切成细长的狭条，压成一片，经过干燥处理，就可以形成薄而平滑的书写表面。古埃及人一直在这种纸上书写，一直使用到 8 世纪。所谓的纸草书是指用纸莎草书写并装订起来的书籍。

我们今天了解的关于古埃及人的数学知识，主要是依据两部纸草书：莱茵德纸草书和莫斯科纸草书。莱茵德纸草书最初发现于埃及底比斯古都废墟，1858 年为苏格兰古董商人莱茵德购得，因此命名为此，现藏于伦敦大英博物馆。莱茵德纸草书又称为阿姆士纸草书，以纪念公元前 1650 年左右一位抄录此书的抄写员。莫斯科纸草书也叫戈列尼雪夫纸草书，由俄国贵族戈列尼雪夫在埃及购得，现藏于莫斯科普希金精细艺术博物馆。

这两部纸草书年代十分久远，阿姆士在前言中称到那时为止，此书至少流传了两个多世纪。据考证，莫斯科纸草书的成书年代大约在公元前 1890 年。因此，这两部书堪称流传至今最古老的用文字记载数学的典籍。

这两部书是各种类型的数学问题集。莱茵德纸草书的主体部分由 85 个问题组成，莫斯科纸草书由 25 个问题组成。书中的问题大多来自现实生活，比如面包的成分、啤酒的浓度、牛和家禽的饲料比例及谷物储存，作者将它们作为示范性的例子编集在一起。

2. **几何学**

古埃及几何学产生于尼罗河泛滥后对土地的重新丈量。假如河水冲毁了一个人所得的任何一部分土地，国王就会派人去调查，并通过测量来确定损失地段的确切面积。莱茵德纸草书和莫斯科纸草书含有许多几何学性质的问题，内容大多与土地面积和谷堆体积的计算有关。

在大约公元前 2 世纪的一份地方契约中，人们发现了古埃及人求任意四边形面积的公式，用现在的符号表示为$\frac{(a+b)(c+d)}{4}$，其中 a,b,c,d 分别表示四边形的对边。当然，这个公式只有在四边形是长方形时才是正确的。

但是古埃及人对圆面积却给出了很好的近似。在莱茵德纸草书第 50 题中，假设一个圆的直径为 9，则其面积等于边长为 8 的正方形。如果比较圆面积计算公式 $s=\pi r^2$，就相当于 π 值为$(8\times\frac{2}{9})^2\approx 3.1605$。但是没有证据表明纸草书的作者是否有明确的圆周率概念。

古埃及人在体积计算问题上达到了相当高的水平，例如他们已经知道圆柱体的体积是底面积乘以高。莫斯科纸草书第 14 题给出了高为 h，上下底面分别是边长为 a 和 b 的正边形的平截头方锥体的体积公式：$V=\frac{h}{3}(a^2+ab+b^2)$。

这个结论是正确的，并且具有对称的形式，这是一项非常了不起的成就。

3. **单位分数**

在石器时代，人们只需要整数，但进入到更先进的青铜时代以后，分数概念和分数记号便应运而生。从纸草书中可以发现，古埃及人有一个有趣的特点——喜欢广泛使用单位分数，即形如 $1/n$ 的分数。他们把所有的真分数（小于 1 的有理数）表示成若干不相同的单位分数之和。莱茵德纸草书中给出了一张形如 $2/k$（k 为从 5 到 101 的奇数）的分数分解为单位分数之和的表。比如，$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$，$\frac{2}{11}=\frac{1}{6}+\frac{1}{66}$，…，$\frac{2}{101}=\frac{1}{101}+\frac{1}{202}+\frac{1}{303}+\frac{1}{606}$。利用这张表，就可以把 7/29 表示成：$\frac{7}{29}=\frac{1}{6}+\frac{1}{24}+\frac{1}{58}+\frac{1}{87}+\frac{1}{232}$。

古埃及人为何对单位分数情有独钟，原因尚不清楚。不过，有了单位分数，分数的四则运算得以进行，尽管这样做起来比较麻烦。这个问题发展成为被后人称作埃及分数（Egyptian Fractions）的数学问题。埃及分数属于数论的一个分支——不定方程，它讨论的是下列方程的正整数解：

$$\frac{m}{n}=\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\cdots+\frac{1}{x_k}$$

埃及分数引出了大量的问题，其中有许多至今尚未获得解决。

加法运算是古埃及人最基本的算术运算，乘法运算是通过逐次加倍来完成的。例如，69 乘以 19 这样进行：69 加倍得 138，138 加倍得 276，再加倍得 552，再加倍得 1 104，这就是 69 的 16 倍。由于 19＝16＋2＋1，所以 69 乘以 19 等于 1 104＋138＋69＝1 311。除法运算中，加倍程序被倒过来执行，即，除数取代了被除数的地位而被拿来逐次加倍。

加法运算和单位分数使古埃及人的计算笨重繁复。面积、体积算法常常不明确区分精确公式与近似关系，使得古埃及人的实用几何带上了粗糙的色彩。这些都阻碍了古埃及数学向更高水平发展。公元前 4 世纪古希腊人征服古埃及以后，这一古老的数学文化完全被蒸蒸日上的古希腊数学所取代。

古巴比伦数学

古巴比伦位于美索不达米亚平原的东南部，即现今巴格达周围向南直至波斯湾的地区，巴比伦城是这一地区的首府，因此又简称巴比伦。底格里斯河和幼发拉底河灌溉的美索不达米亚平原，土地肥沃，孕育出了灿烂的文明，古巴比伦人不仅创造了楔形文字，还制定出最早的法典，建立了城邦，发明了陶轮、帆船、耕犁等。

与古埃及人在纸草书上书写的习惯不同，古巴比伦人用尖芦管在湿软的泥板上刻下楔形的文字，然后将其晒干或烘干，这样制作的泥板文字比纸草书易于保存，迄今已有 50 万块出土，成为我们了解古巴比伦文明的主要文献。现存的这些泥板书中，有 300 多块是数学文献。我们今天对于古巴比伦人数学水平的了解，便是基于这些材料。

在计数方式上，大多数文明采用的是十进制，古巴比伦人则独出心裁，采用了 60 进制。众所周知，古巴比伦人把一天分成 24 小时，每小时 60 分钟，每分钟 60 秒。这种计时方式后来传遍全世界，至今已沿用四千多年。有趣的是，他们只用了两个记号，即垂直向下的楔子和横卧向左的楔子，再通过排列组合，便可以表示所有的自然数。另外，在古巴比伦人的数字符号中，一个数处于不同位置可以表

示不同的值，这种位值原理是一项了不起的成就。他们甚至把这个方法应用到分数之中，这样一来，在处理分数时就不必像古埃及人那样依赖于单位分数了。

优良的记数系统使得古巴比伦人擅长计算，他们创造出许多成熟的算法，开方根即是其中的一例。这种方法简单有效，具体步骤如下：为求$\sqrt{a}$的值，设a_1为其近似值，先求出$b_1=a/a_1$，令$a_2=(a_1+b_1)/2$；再求出$b_2=a/a_2$，令$a_3=(a_2+b_2)/2$；继续下去，这个数值会越来越接近$\sqrt{a}$，并在其正确值附近振荡。例如，在由美国耶鲁大学收藏的一块泥板书（编号7289）里，$\sqrt{2}$的近似值是1.414 213，这是相当精确的估计。

古巴比伦人在代数领域也达到了相当的高度。古埃及人主要是求解线性方程，对于二次方程他们只会解$ax^2=b$这类最简单的情形。古巴比伦人则可以处理比较一般的三项二次方程。在耶鲁大学收藏的泥板书里，给出了相当于二次方程$x^2-px-q=0$的求根公式：$x=\sqrt{(\frac{p}{2})^2+q}+\frac{p}{2}$。

由于正系数二次方程没有正根，因此在古代与中世纪，二次方程一直被分成三类来研究：$x^2+px=q$；$x^2=px+q$；$x^2+q=px$。

在古巴比伦泥板书中可以找到所有这三类方程，并都有正确的求解程序。不仅如此，对于$x^3=a$或$x^3+x^2=a$这类特殊的三次方程，古巴比伦人虽然没有办法来求得一般的解法，但却能通过查立方表或立方根表来求解。

在几何学方面，即与测量等实际问题相关联的数值计算问题方面，古巴比伦人掌握了三角形、梯形等平面图形的面积公式，棱柱、平截头方锥等一些立体的体积公式。他们还知道图形的相似性概念。可是他们的几何成就并没有超过古埃及人。例如，他们对四边形的面积估算与古埃及人的计算公式一致，十分粗糙。至于圆的面积，他们通常认为其值为半径平方的3倍，即取圆周率为3，其精确度不及古埃及人。

"普林顿322号"泥板书（图1-1）的来历已经无法考证，只知道曾被一个叫普林顿的人收藏过，322号是他个人的收藏编号，现存于纽约哥伦比亚大学图书馆。普林顿322号是一块更大的泥板文书的右半部分，因为其左边断裂处留有现代胶水的痕迹，这说明缺损部分是出土后丢失的。现存的这块泥板面积很小，长、宽分别为12.7厘米和8.8厘米。书写在上面的文字是古巴比伦语，年代应在公元前1600年

图1-1　普林顿322号泥板书