

21世纪高等院校文科教材

Daxue Wenke
Shuxue

大学文科数学

薛秀谦 主编

daxue wenke shuxue

中国矿业大学出版社



大学文科数学

主 编 薛秀谦

副主编 朱开永 吴宗翔 李苏北
周汝光 王传卫 廖大庆
韩成标 石瑞民 王天成

中国矿业大学出版社

内 容 简 介

本书介绍了数学的思想、内容与方法,将数学作为人类文化的一个重要部分,说明人类文明的发展离不开数学。

本书的编排着力于当代大学生数学素质的提高,突出了数学思想与文化的内涵,主要内容有数学简史、数论与历法、进位制与计算机原理、数学危机与数学的公理化、微积分基础、线性代数基础、概率论基础、数学模型以及分形、混沌与复杂性科学等,最后介绍数学应用软件 MATLAB。

本书既可作为高等院校文科大学生的教科书和各类专科、成人教育的教材,又可作为广大管理者、科研人员及数学爱好者的参考读物。

图书在版编目(CIP)数据

大学文科数学/薛秀谦主编. —徐州:中国矿业大学出版社,2003. 8

ISBN 7 - 81070 - 716 - 7

I. 大… II. 薛… III. 大学—文科数学—教材

IV. O. 63

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 018475 号

书 名 大学文科数学

主 编 薛秀谦

责任编辑 李士峰 杨传良

出版发行 中国矿业大学出版社

(江苏省徐州市中国矿业大学内 邮编 221008)

联系电话 0516-3885105 3885370

网 址 <http://www.cumtp.com> E-mail: cumtpvip@cumtp.com

排 版 中国矿业大学出版社排版中心

印 刷 中国矿业大学印刷厂

经 销 新华书店

开 本 787×960 1/16 印张 25.5 字数 470 千字

版次印次 2003 年 8 月第 1 版 2003 年 8 月第 1 次印刷

印 数 1~3000 册

定 价 28.00 元

(图书出现印装质量问题,本社负责调换)

前 言

开设大学文科数学这门课程,是教育部作为加强当代大学生文化素质的一项重要举措。数学既是科学的语言,又是思维的工具,更是理性的艺术。数学与人类文明同样古老,有文明就必然有数学,数学与文明同生并存以至千古。回顾人类文明的发展历史可以发现,一些划时代的科学理论成就的出现,无不借助于数学的力量。气势雄伟的金字塔和阿蒙神庙离不开古埃及几何学,甲骨文上的“六十甲子表”离不开殷商的算术,古希腊文明与古希腊数学同步辉煌和发展。欧几里得《几何原本》影响人类对空间概念的认识长达二千四百多年。欧洲文艺复兴,导致人类文明史上最深刻的变革,在17世纪,伽利略、笛卡尔、牛顿和莱布尼茨精心构造的一套数学的和物理的概念促进了整个科学思想以一致的步伐向前发展,进而推进了人类的工业文明前进的步伐。19世纪末非欧几何的发展,促生了20世纪人类对空间的新认识,迎来了相对论以及原子时代。计算机技术的迅猛发展离不开数学技术的应用,数字化也成了信息社会的代名词。

数学是打开科学大门的钥匙。享有“近代自然科学之父”尊称的伽利略,认为宇宙像一本用数学语言写成的书,如不掌握数学的语言,就像在黑暗的迷宫里游荡,什么也认识不清。马克思研究数学在经济学的应用时明确认为“一门科学只有当它达到了能够成功地运用数学时,才算真正发展了”。科学的发展、技术的进步,导致人们在试图探索自然规律和社会规律的过程中,越来越多地使用数学语言和数学思维方法,使数学方法愈来愈成为衡量科研成就的主要标志。不但自然科学离不开数学,一些过去认为与数学无缘的学科,如考古学、语言学、心理学、社会学和哲学等现在也让数学方法渗透过来,并成为数学能够大显身手的领域,特别是社会学和经济学更是卓有成效地运用着数学。

数学与哲学的关系更为密切,早期的数学家都是哲学家。古希腊人相信万物皆数的信念,把数看做万物的本源。随着微积分和牛顿力学的建立,产生了决定论的世界观,认为宇宙是有序的,是可预测的。法国科学家拉普拉斯给决定论的世界观以生动的表述:如果有一个智慧之神,在某个给定的时刻,能够辨识出赋予大自然以生机的全部的力和组成自然之万物的个别的位置,如果这个智慧之神具有足够深邃的睿智而能分析所有这些数据,那么他将把宇宙中最微小的原子和最庞大物体的运动都同样地包括在一个公式之中,对于他来说,没有什么东

西将是不确定的,未来就如同过去那样是完全显著无遗的。这段生动的表述可以概括为:宇宙现在的状态是它们以前状态发展的必然结果,同时又是以后状态形成的原因。宇宙在过去和将来可从其现在状态惟一地推断出来。即,我们生活在受精确的数学定律制约的宇宙之中。这种决定性的宇宙观随着人类对天体运行现象的成功预言,如慧星的再现、日月食预报、冥王星的发现等而得到强化,占据着支配地位,成了科学的信条。尽管如此,人类还是要面对许多不可测现象,从古至今,并无一人能用严格的决定论精确地预测一个均匀骰子抛下后的结果,像气候变化、地震发生等,尽管可以看做受到某种决定性规律的支配,但其长时间的行为却无法预测,这类称为随机事件的现象导致了概率论的世界观,在这里,宏观现象的决定论描述不得不让位给概率的描述!近些年,随着被称为“蝴蝶效应”的发现(通俗地说就是亚马逊丛林的一只蝴蝶无意间扇动了一下翅膀,结果造成了美国本土的一场飓风),即按一定规则运动的物体的轨迹表现出对初始条件极端敏感的随机现象,如东南亚金融风暴,印尼的社会动乱,股市的上扬崩盘等,于是又出现了混沌世界观。

学习数学是提高现代人基础素质的要求。学习数学不仅能给人以知识,更给予人以能力,包括直观思维、逻辑推理、精确计算以及结论的明确无误,这是信息时代每个公民的科学文化素质的表现。因为数学就是这样一种东西:她提醒你有无形的灵魂,她赋予她所发现的真理以生命;她唤出心神,澄清智慧;她给我们的内心思想增辉;她涤尽我们有生以来的蒙昧与无知。

数学作为研究现实中数量关系和空间形式的科学,“处于人类智能的中心领域”,跟人的思维关系密切,它具有内容的抽象性、推理的严格性、结论的明确性、形式的完美性以及应用的广泛性这些特点。数学不讨论事情的质,仅讨论量和形,故数学无处不在、无时不起作用。1901年,诺贝尔物理学奖的第一位获得者在回答科学家需要什么样的修养时说:第一是数学,第二是数学,第三是数学。科学家们如此重视数学,是因为他们的切身经验说明,任何事物都是量和质的统一体,都有自身的量的方面的规律,不掌握量的规律,就不可能对各种事物的质获得明确清晰的认识。

文科数学作为一门课程,目前尚缺少成熟的有特色的教材,还需要做些课程教学实践的探索。我校开设文科数学课程多年,在实施课程教学的过程中,我们的基本教学思想是在讲授必要的数学原理和数学方法的基础上,注重数学思想与数学文化的介绍,并适量介绍一些数学的知识与数学应用的生动实例,以激发文科大学生学习数学的兴趣。

全书共分8章,第一章介绍了数学简史及数系的发展,讨论了进位制、数论及其在历法中的应用,简介了组合数学的基本问题以及复数的发现及特性;第二

章讨论了微积分的基本内容;第三章讨论了线性代数的基础知识;第四章讨论了概率论基础;第五章介绍了几种常见的应用数学模型;第六章讨论了数学基础及数学公理化体系,介绍了非欧几何模型以及布尔代数与逻辑演算;第七章介绍了现代数学的一些内容,有分形几何、混沌与动力系统等;第八章简介数学应用软件 Matlab。其中带“*”号的内容是供读者选学的材料。在各章末附有一定数量的习题。

由于我们水平有限、查阅的文献资料不够全面,书中可能会有诸多缺点和错误,敬请广大读者批评指正。

编 者

2002 年 12 月 1 日

序 言

数学是科学的语言

在数学中,各种量、量的关系、量的变化都是用数学所特有的符号语言来表示的。德国数学家和哲学家莱布尼茨指出,数学之所以如此有效,之所以发展极为迅速,就是因为数学有特别的符号语言。

在科学研究中,运用数学语言的好处首先在于数学语言可以摆脱自然用语的多义性,用符号来表示科学概念具有单义性、确定性,在推理过程中容易保持首尾一贯,不至于因为发生歧义而造成逻辑混乱。其次,由于符号语言之简单明确,便于人们进行量的比较,从量的方面对事物的某种数量级作出直接的判断,对所研究问题能作出比较清晰的数量分析。

20 世纪最伟大的科学成就莫过于爱因斯坦的相对论了,如果没有黎曼几何和不变量理论,广义相对论和引力理论就不可能有如此完善的表述。爱因斯坦自己也不止一次地说过这一点。事实上,早在 1912 年,他就已经概括出新的引力理论的基本物理原理,但为了实现广义相对论的目标,还必须寻求理论的数学结构,他为此花费了 3 年时间。最后,在数学家 M·格拉斯曼的介绍下,爱因斯坦掌握了发展相对论引力学说所必需的一种数学工具——张量分析,并于 1915 年终于导出了广义协变的引力场方程,正是“由于这组方程,广义相对论作为一种逻辑结构终于大功告成!”。广义相对论的数学表达第一次揭示了非欧几何的现实意义,成为历史上数学应用最伟大的例子之一。

用数学简明凝练而准确的语言来描述所要研究的问题,就是构造所研究问题的数学模型。通过数学模型进行分析、推理和计算,可以大大节约人的思维劳动,缩短研究过程,在实践中取得“多、快、好、省”的效果。在此介绍一下与现代计算机的发明、信息技术、诺贝尔经济学奖有关的一些事实。

在现代计算机的发展研究中数学家起了决定性的作用。有关计算的技艺——数值分析以及运算速度的问题——计算机的制造,牛顿、莱布尼茨、欧拉、高斯都曾做过系统研究,至今已有 300 多年的历史。20 世纪 30 年代,符号逻辑的研究空前活跃,并发展形成了形式语言。1935 年,图灵提出了可计算的数学概

念,并建立了通用计算机的抽象模型。这些成果为后来冯·诺伊曼制造带有存储程序的计算机和计算机程序的发展提供了理论框架。

通信的数学理论是由数学家香农于1948年建立的,其著名著作《通信的数学理论》奠定了现代通信技术的理论基础,随后就掀起了持续的信息技术革命。数学家纳维于1948年出版了《控制论》一书宣告了控制论的诞生,并形成了后来各种控制工程的理论基础。

自1968年起诺贝尔经济学奖设奖以来,获奖项目的90%以上都是有关经济学行为的数学模型及相应的研究工作,获奖者中不少人具有数学学位。特别要提及的是1994年诺贝尔经济学奖授予纯粹数学家J·纳什。

在信息时代,数学语言已成为人类社会交流和贮存信息的重要手段。如果说在过去的社会生活及经济交往中,运用初等数学就够了,那么今后,高等数学的一些概念,如微积分、矩阵、概率等,正在越来越多地渗透到现代社会的各种信息系统中,而现代数学的新概念,如复杂性、混沌、分形,则开始大量涌现在各种文献中,日渐发展成为现代的科学语言。

数学是思维的工具

数学是人类分析问题和解决问题的思维工具,这是因为:

(1) 数学具有运用抽象思维把握实在的能力。数学概念是以极度抽象的形式出现的,“数”与“形”就是极度的抽象物。黑格尔认为:数学是一种研究思想事物(虽然它们是现实的描述)的抽象的科学。在现代数学中,集合、结构的概念本身就是一种思想的创造物。非欧几何的创立者罗巴切夫斯基坚信:“任何一门数学分支,不管它如何抽象,总有一天在现实世界的现象中找到应用。”正是他和黎曼所创造的非欧几何为爱因斯坦的相对论研究提供了数学框架。爱因斯坦曾深有体会地说:“迄今为止,我们的经验已经使我们有理由相信,自然界是可以想象到的最简单的数学观念的实际体现。我坚信,我们能够用纯粹数学的构造来发现概念以及把这些概念联系起来的定律,这些概念和定律是自然现象的钥匙。经验可以提示合适的数学概念,但是数学概念无论如何都不能从经验中推导出来。当然,经验始终是数学构造的物理效应的惟一证据。这种创造的原理都存在于数学之中。”

(2) 数学赋予科学知识以逻辑的严密性和结论的可靠性,是使认识从感性阶段发展到理性阶段,并使理性认识进一步深化的重要手段。关于数学思维的作用,现代量子力学的开拓者之一狄拉克甚至说,创建物理理论时,“不要相信所有的物理概念”,“要相信数学方案,甚至表面上看去,它与物理学并无联系”。

数学逻辑的严密性和结论的可靠性不仅在于每个数学公式和定理的准确无误,更主要的是在于数学的公理方法,每一个认识领域,当经验知识积累到相当数量的时候,需要进行综合、整理,使之条理化,形成概念和理论的系统,以实现认识从感性阶段到理性阶段的飞跃,从理性认识的初级水平发展到更高级的水平,这表现在一个理论系统还需要发展到抽象程度更高的公理化系统。这就需要借助于数学的公理方法,找出最基本的概念、命题,作为逻辑的出发点,运用演绎推理论证各种派生的命题,在理性认识的深化过程中,数学是使理论知识更加系统化、逻辑化的重要手段。爱因斯坦曾说:“数学之所以比其他一切科学受到特殊的尊重,一个理由是它的命题的绝对可靠和无可争辩,而其他一切科学的命题在某种程度上都是可争辩的,并且经常处于会被新发现的事实推翻的危险之中;另一个理由,就是数学给予精密自然科学以某种程度的可靠性,没有数学,这些科学是达不到这种可靠性的。”正如马克思认为的“一种科学只有在成功地运用数学时,才算达到了真正完善的地步。”因此,数学的思考方式有着根本的重要性,数学为组织和构造知识提供方法。一旦数学用于技术,它就能产生系统的、可再现的并能传授的知识。分析、设计、建模、模拟和应用便会成为可能,变成高效的富有结构的活动。

(3) 数学是辩证的辅助工具和表现形式。在数学中充满了辩证法,这种辩证法是用符号语言和简明的公式明确地表达出来的。要发挥蕴藏在数学中的辩证思维的力量,必须善于发现和运用各种数学结构、数学运算之间的关系,明了计算方法之灵巧,证明方法之美妙,究其思路,研其想法,经过这种“思维体操”的训练,能够增强思维素质,提高科学抽象能力、逻辑推理能力和辩证思维能力。

数学是打开科学大门的钥匙

培根提出“知识就是力量”,并指出:数学是打开科学大门的钥匙。轻视数学必将造成对一切知识的损害,因为轻视数学的人不可能更加充分地掌握其他科学和理解万物。回顾人类科学发展的历史,一些划时代的科学成就的出现,无不借助于数学的力量。对计算机的发展作出过重大贡献的冯·诺伊曼认为“数学处于人类智能的中心领域”,并指出:数学方法渗透、支配着一切自然科学的理论分支,它已愈来愈成为衡量成就的主要标志。事实上,数学的应用越来越广泛,在自然科学中,物理学、力学及工程早已大量有效地应用数学,目前,生物科学也成功地应用数学,数学生物学已成为数学应用中最振奋人心的前沿之一,正是数学帮助人类更清晰地了解自己,了解生命。目前,无论在生态学、生理学、心理学甚至医学等领域中,我们都可看到数学的强大威力,以至于医生在手术之前都可以先

进行数学模拟以预知各种方案可能出现的后果,再依据个人的经验来选择手术方案。

20 世纪数学发展的一个重要特点,就是在越来越多地事关国计民生的领域中充当起主要角色,这方面的典型范例有:密码学、军事运筹学、信息安全、电子商务等,这些领域主要是依靠数学思想和方法的创新及其软件来实现的。再一例证就是发达国家的重要职能部门以及许多大公司的技术部门都雇用了阵容强大的数学界人士。1984 年,美国国家安全局长曾说过,美国国家安全局是美国数学界最大的雇主,它雇用了 2000 多位具有博士等学位的数学家。一些过去认为与数学无缘的学科,如考古学、语言学等现在也成为数学能够大显身手的领域,数学方法也深刻地影响着历史学的研究,能帮助历史学家作出更可靠、更令人信服的结论。种种事例表明,人类的智力活动中未受到数学影响而大为改观的领域已越来越少了。

数学是理性的艺术

美国科学院院士贝尔于 1931 年写了一本书,书名为《科学的女王》。在人们的意识中,女王是高雅、权威和至尊至贵的,是“阳春白雪”;在科学中,只有数学才具有这样的地位。简洁明了的数学定理一经证明就是永恒的真理,极其优美且无懈可击,既是客观规律的描述,又是创造性的艺术,更是富有理性美的艺术品。例如,微积分被视为人类精神创造的花朵,把傅立叶级数形容为“数学的诗”。近年来,曼德布罗特所创建的分形几何是研究复杂现象的数学,其中的一些精美图形是美仑美奂的艺术品,被公认为是艺术奇葩。

庞加莱曾有一段名言:“科学家研究自然,是因为他喜爱自然,他之所以爱自然,是因为自然是美好的。如果自然不美,就不值得理解;如果自然不值得理解,生活就毫无意义。当然,这里所说的美,不是那种激动感官的美,也不是质地美和表现美;是自然的有和谐秩序的深刻的美,是人的纯洁心智所能掌握的美。”在数学研究中,虽然有着大量表面看来枯燥无味的推理和计算,然而其中都蕴藏着内在的、深邃的、理性的美。这种美的力量能陶冶人的情操,能培养人的理性洞察力和理性选择力,能帮助人类探索宇宙奥秘。

有人说,数学是理性的音乐,音乐是感性的数学。数学是艺术,又是科学,也是一种智力游戏,一种思维体操,更重要的,数学是描绘现实世界的一种方式 and 创造现实世界的一种力量。随着信息时代的到达,人类在科学实践中更多地利用数学技术所带来的新手段,做到数学推理的机械化,科学实验的模拟化,即称为数学实验或科学计算。这对于许多惟一在实验室进行研究的现

超新星爆发过程、地质学中的地壳运动过程、分子生物学中的一些大分子的复杂行为、经济现象中的混沌行为等,都可以利用数学模型在计算机上模拟分析。因此,数学技术实质上就是人们现在称颂的高科技。

目 录

前言.....	1
序言.....	1
第 1 章 概论.....	1
1.1 数学简史	1
1.2 数系的历史发展.....	13
1.3 计算机科学中的进位计数制.....	19
1.4 数论.....	26
1.5 组合数与排列数.....	41
第 2 章 微积分基础	56
2.1 集合与函数.....	59
2.2 极限.....	67
2.3 函数的极限.....	76
2.4 连续函数.....	85
2.5 导数.....	92
2.6 积分	121
2.7* 微分方程简介	150
2.8 无穷级数	162
2.9 多元函数微积分初步	178
第 3 章 线性代数基础.....	193
3.1 线性代数简史	193
3.2 矩阵	195
3.3 向量空间	208
3.4 线性方程组解的结构	220
3.5* n 阶行列式	223
第 4 章 概率论基础.....	233
4.1 事件与概率	235

4.2	概率的性质	242
4.3	随机变量及其分布	249
4.4	随机变量的数学期望与方差	258
4.5	统计分析基础	261
4.6	假设检验分布	272
第5章 数学的应用模型及算法		285
5.1	线性规划模型	285
5.2	图论模型	300
5.3	对策论模型	311
5.4	决策树模型	316
5.5	层次分析模型	319
第6章 数学结构简介		325
6.1	模糊集合	325
6.2	关系	327
6.3	公理化结构与非欧几何	331
6.4*	布尔代数	338
第7章 复杂科学简介		343
7.1	分形理论	343
7.2	混沌大意	350
第8章 数学实验技术		355
8.1	矩阵的输入和运算	356
8.2*	MATLAB 的命令行与 M 文件	361
8.3*	关系运算与逻辑运算	369
8.4*	MATLAB 程序设计	372
附表1 正态分布函数		379
附表2 χ^2—分布		380
附表3 t—分布		382
附表4 F—分布		384
参考文献		390

第1章 概 论

本章概述了一些与数有关的基本知识及发展简史,主要内容有早期数学发展简史,数系的建立,数的表示,数论与历法,组合数与排列数;介绍了一些著名数学问题,如费马定理、哥德巴赫猜想等;讨论了进位制在计算机科学中的应用。

1.1 数学简史

人类最初的数和形的观念可以远溯到旧石器时代。在这个时期的数十万年或更长时间,人类是穴居的,他们的主要活动是通过最原始的方法在任何可能的地方采集食物。他们为打猎和打鱼制造了武器,创造了语言以彼此交往。在旧石器后期形成了艺术,石像和绘画丰富了他们的生活。从仅仅采集食物到真正生产,从打猎和打鱼到从事农业,对于了解数量和空间的关系才有些进步。由于这些基本的改变,人们对待自然由被动的态度而转变到主动的态度,人类于是进入了新石器时代。这一人类史上的伟大事件大约发生在一万年以前。渔人和猎人大部分转变为原始的农人。这些农人,居住在一个固定的地方,开始建造较永久的住所,为了防御风霜雨雪和敌人的房屋和村落就产生了。许多这种新石器时代的居所被我们发掘出来,这些遗迹出土了陶器、木器及谷仓;新石器时代后期遗物中有黄铜器、青铜器,陶工的用具和马车的轮子。在村落之间有了贸易,青铜器和兵械促进了贸易的发展,进一步促进了语言的形成。这些语言大多表达很具体的东西,很少是抽象的,但已经有表达数的名词和形式关系的词句了。

数的名词——“人类心理所能形成的最抽象的观念”(亚当·斯密)——只是慢慢地才被使用起来的。初期,这些词在质的方面要比在量的方面多,只是在“一”和“二”和“多”之间有区别。当数的观念发展时,大的数首先由加法形成,如三由二加一、四由二加二、五由二加三形成。

手工艺和贸易的发展促成了数的观念的建立。数之大小排列并堆积成大的单位通常借助于一个手、二个手的手指,在贸易上这是一个自然的方式。如此得出的计数法首先以五为进位基数,后来以十为进位基数,用加法或减法来完成记数法,如 $12=10+2$, $9=10-1$ 。有的地方,以二十,即手指和脚趾的数目,作为进位基数。

数的记录和保存是借助于“捆”，在木头上打记号，在绳上打结，把细圆石或贝壳五个作为一堆。这种记号的应用正是记录历史的开始，即所谓“文明的黎明期”。

古代非洲的尼罗河流域、西亚的底格里斯河流域和幼发拉底河流域、中南亚的印度河流域和恒河流域、东亚的黄河流域和长江流域，是数学的发源地。

1.1.1 古埃及数字

公元前 4000 年以前的古埃及文明，已经有了象形文字。大约于公元前 3000 年，埃及成为统一的奴隶制国家。据保存在英国牛津 Ashmolean 博物馆的古埃及第一王朝时期(约公元前 3400 年)一个王室的权标上象形文字的记载，当时一次胜仗曾俘获过 120 000 名俘虏，400 000 头牛，1 422 000 头羊。这表明当时埃及人已能用象形文字表示大的数目。古埃及人是用以 10 为基数的象形数字计数的，用纸草作为书写材料。古埃及象形数字如图 1-1 所示。纸草是尼罗河三角洲盛产的一种水生植物，把这种草的茎依纵向剖成小薄片，后压平晒干使之成为纸卷，可用于书写。埃及气候干燥，因此有些纸草书能幸运地保存至今，其中两卷纸草书记录了古埃及数学资料，记录于公元前 1700 年左右。一卷称为莫斯科纸草书，记载有 25 个数学问题，现存莫斯科美术博物馆；另一卷称为莱因德纸草书，由英国人莱因德于 1858 年在埃及购买，现收藏于英国博物馆，因纸草书是由埃及人阿默士从公元前 3000 年的文献中抄写下来，记录着 85 个数学问题的抄本，故又称阿默士纸草书。这两卷纸草书是研究古埃及数学的主要资料来源。

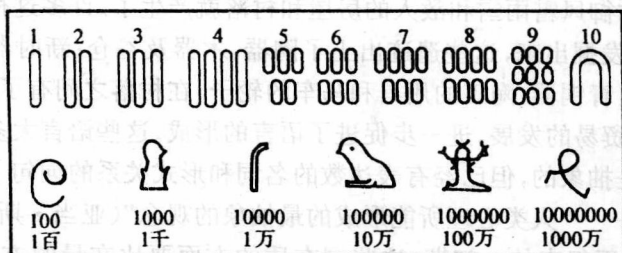


图 1-1 古埃及象形数字

在莫斯科纸草书和莱因德纸草书中记载的 110 个数学问题多半来源于实际计算。其中包括算术的加法、减法、乘法和除法四则运算，以及分数的记法和计算，出现了算术级数问题以及解方程的问题，最为重要的是在几何上的成就。几何学起源于古埃及的农业。在莱因德纸草中有 19 个关于土地面积和谷仓容积的

计算问题,表明当时的埃及人已经会正确计算矩形、三角形和梯形的面积,并对其他一些几何图形采用近似计算。所用的 π 为 $3.1605\dots$,误差仅 0.6% 。

古埃及人留下了许多气势宏伟的建筑,其中最突出的是约公元前2900年兴建于下埃及的法老胡夫的金字塔,高达146.5米,塔基每边平均宽230米,任何一边与此数值相差不超过0.11米,正方程度与水平程度的平均误差不超过万分之一。与金字塔媲美的另一建筑群是上埃及的阿蒙神庙,其中卡尔纳克的神庙主殿总面积达5000米,有134根圆柱,中间最高的12根高达21米。这些宏伟建筑的落成,离不开几何学知识。

1.1.2 古巴比伦数学

公元前4000年左右,生活在西亚的底格里斯河和幼发拉底河之间地区的先人相继创造了西亚上古时期的文明,有了象形文字。大约于公元前1900年形成了奴隶制的巴比伦王国。古巴比伦人是在“泥板”上书写的,他们用一种断面呈三角形的笔在粘土板上刻出楔形的痕迹,称为楔形文字,如图1-2所示。这种泥板经晒干或烘烤之后,被长时间完整地保留下来;现在世界各地博物馆中收藏了约50万块泥板,其中约400块是数学泥板,记载着数字表和数学问题。

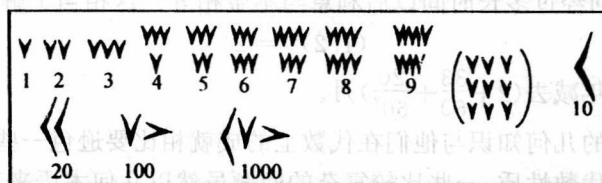


图 1-2 巴比伦楔形数字

古巴比伦人采用六十进位制,并懂得用相同的符号按不同位置来表示不同的数值,他们用留空位的办法代表0。这种60进位的位值记数法是一项重要贡献。至于巴比伦人为什么要采用六十进位制,现代人们有种种推测。一般认为60是许多简单数字如2、3、4、5、6、10、12、……的公倍数,它可以使一些较大单位的 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{10}, \dots$ 的小单位在转化为较大单位时成为整数;也有人认为 $60=12 \times 5$,12是一年的月份数,5是一只手的手指数。

巴比伦人大约在公元前2000年就已经编制了从 1×1 到 60×60 的乘法表,并用来进行乘法运算。除了算术四则运算外,他们还能借助于泥板上的数表来进行平方、开平方、立方、开立方的运算。对于不能写成有限位“小数”的分数则用近似值表示,对 $\sqrt{2}$ 的近似表达已达到很高的水平,但还没有证据证明他们已认