

经济类高等数学习题集

李轮溟 曹玲 苗新艳

编著

Jingjilei Gaodeng Shuxue Xitiji



中国农业大学出版社

CHINA AGRICULTURAL UNIVERSITY PRESS

经济类高等数学习题集

李轮溟 曹 玲 苗新艳 编著

中国农业大学出版社

• 北京 •

图书在版编目(CIP)数据

经济类高等数学习题集/李轮溟,曹玲,苗新艳编著. —北京:中国农业大学出版社,2015.7
ISBN 978-7-5655-1317-6

I. ①经… II. ①李…②曹…③苗… III. ①高等数学-高等学校-习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 157105 号

书 名 经济类高等数学习题集
作 者 李轮溟 曹 玲 苗新艳 编著

策划编辑 赵 中
封面设计 郑 川
出版发行 中国农业大学出版社
社 址 北京市海淀区圆明园西路 2 号
电 话 发行部 010-62818525,8625
编辑部 010-62732617,2618
网 址 <http://www.cau.edu.cn/caup>
经 销 新华书店
印 刷 北京时代华都印刷有限公司
版 次 2015 年 7 月第 1 版 2015 年 7 月第 1 次印刷
规 格 787×1 092 16 开本 10 印张 245 千字
定 价 22.00 元

责任编辑 韩元凤
责任校对 王晓凤
邮政编码 100193
读者服务部 010-62732336
出 版 部 010-62733440
e-mail cbsszs @ cau.edu.cn

图书如有质量问题本社发行部负责调换

前 言

《经济类高等数学习题集》是参考中国农业出版社出版的《经济数学》(第二版)与高等教育出版社出版的《大学数学——微积分及其在生命科学、经济管理中的应用》(第二版)内容次序编写的。内容包括函数与极限、导数与微分、微分中值定理及其应用、不定积分、定积分、多元函数微分学、二重积分、无穷级数、微分方程与差分方程共9章的习题、自测题、综合练习题、历年考研题及期末模拟试题。本习题集适合高等院校的经济类方向本科生使用。

本习题集的内容编写具有如下特点:

1. 基本点、重点、难点突出。本习题集紧密衔接中国农业出版社出版的《经济数学》(第二版)教材内容,选题注重基本概念、基本定理和基本运算,重点、难点突出,题型难易程度适中,并在每一章配备自测题,帮助学生迅速而全面地掌握所有基本知识点。

2. 密切结合考研、有利考研学生。本习题集每一章配备了一定数量的综合题,题型紧密结合考研大纲,处处渗透考研经常考到的考点、重点等,同时添加了部分典型的历年考研试题,这对有志于报考硕士研究生的学生具有很大的帮助,让学生对考研的内容、范围、难易程度有较清楚的认识和把握。

3. 利于作业的布置与批改。作业的布置与批改,是教学工作的一个重要部分。组织好学生的作业,有利于帮助学生巩固和消化所学的知识点,并使知识转化为技能和技巧。编写本习题集一方面可减轻学生抄作业题的负担,方便课后作业的布置和作业本的保留,同时有助于培养学生独立思考的习惯;另一方面,也便于老师批改和讲解作业。

本习题集由新疆农业大学数理学院李轮溟、曹玲、苗新艳编著。

在本习题集的编写中,得到了新疆农业大学教务处、数理学院德娜教授、教材科帕尔哈提科长的关心和支持,得到了中国农业大学出版社的大力支持,谨在此一并表示感谢。

由于编者水平有限,书中难免有不妥和错误之处,恳请广大读者批评指正,我们不胜感激。

编 者

2015年1月于乌鲁木齐

目 录

第一章 函数与极限	1	第三节 函数的单调性及其判定法	37
第一节 函数	1	第四节 函数的极值与最优化问题	37
第二、三节 函数、极限及其运算法则	3	第五节 曲线的凹凸性、拐点及其函数图形的描绘	39
第四节 无穷小的比较	5	第六节 弹性分析与边际分析	40
第五节 两个重要极限	6	第三章自测题	42
第六、七节 函数的连续性与间断点及闭区间上连续函数的性质	7	综合练习二(一元函数微分学)	44
第八节 简单经济数学模型的建立与案例分析	9	微分中值定理及其应用历年考研题(数学三 2004—2013) ...	49
第一章自测题	11	第四章 不定积分	54
综合练习一(函数、极限、连续性)	15	第一节 不定积分的概念与性质	54
函数与极限历年考研题(数学三 2004—2013)	17	第二节 换元积分法	56
第二章 导数与微分	20	第三节 分部积分法	58
第一节 导数的概念	20	第四章自测题	60
第二节 导数的运算法则	22	不定积分历年考研题(数学三 2004—2013)	64
第三节 隐函数与参数方程确定的导数	25	第五章 定积分	65
第四节 高阶导数	26	第一节 定积分的概念与性质	65
第五节 微分及其应用	28	第二节 微积分基本公式	66
第二章自测题	30	第三节 定积分的换元法和分部积分法	68
导数与微分历年考研题(数学三 2004—2013)	33	第四节 定积分的几何应用	72
第三章 微分中值定理及其应用	34	第五节 广义积分	74
第一节 微分中值定理	34	第五章自测题	75
第二节 洛必达法则	35	综合练习三(一元函数积分学)	78
		定积分历年考研题(数学三 2004—2013)	82

第七章 多元函数微分学	86	第四节 幂级数	119
第一节 多元函数的基本概念	86	第五节 函数展开成幂级数	121
第二节 多元函数的偏导数及高阶偏导数	88	第九章自测题	123
第三节 全微分	90	无穷级数历年考研题(数学三 2004—2013)	125
第四节 多元复合函数的求导法则	90	第十章 微分方程与差分方程	128
第五节 隐函数的求导法则	91	第一节 微分方程的基本概念	128
第六节 多元函数的极值及最优化问题	92	第二节 可分离变量的微分方程与齐次方程	129
第七章自测题	94	第三节 一阶线性微分方程与伯努利方程	131
多元函数微分学历年考研题(数学三 2004—2013)	96	第四节 可降阶的高阶微分方程	133
第八章 二重积分	100	第五节 二阶常系数线性微分方程	134
第一节 二重积分的概念与性质	100	第六节 差分方程	136
第二节 二重积分的计算	101	第十章自测题	137
第三节 二重积分的几何应用	104	微分方程与差分方程历年考研题(数学三 2004—2013)	138
第八章自测题	105	高等数学(上册)模拟试卷	139
综合练习四(多元函数微积分)	108	高等数学(下册)模拟试卷	143
二重积分历年考研题(数学三 2004—2013)	111	数学三 2014 年考研试题(微积分部分)	147
第九章 无穷级数	114	数学三 2015 年考研试题(微积分部分)	149
第一节 数项级数的概念与性质	114	参考文献	152
第二节 正项级数的审敛法	116		
第三节 任意项级数的审敛法	117		

2. 设 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, 试求 $f(0)$, $f\left(\frac{1}{x}\right)$, $f[f(x)]$.

第一章 函数与极限

第一节 函 数

1. 求下列函数的定义域.

(1) $y = \frac{\sqrt{3-x}}{\ln(x-1)}$

(2) $y = \arcsin \frac{x-1}{2}$

(3) $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{1-x^2} & -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & x > 1 \end{cases}$

3. 设 $f(x) = 2^x + 3$, 求 $g(x)$, 使 $f[g(x)] = \sqrt{x} + 5$.

4. 设 $f(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & x = 1 \\ 1 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$, 求 $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f(1)$, $f\left(\frac{5}{4}\right)$ 并作图.

5. 某化肥厂生产某产品 1 000 t, 每吨定价为 130 元, 销售量在 700 t 以内时, 按原价出售, 超过 700 t 时, 超过的部分需打 9 折出售, 试将销售总收益与总销售量的函数关系用数学表达式表示出.

6. 某厂生产某种商品的固定成本为 20 元, 每多生产一个单位的商品成本增加 5 元, 这种商品在市场上的需求规律是 $P=10-\frac{x}{100}$ (P 为价格), 试将收益 R , 利润 L 表示成商品量 x 的函数.

7. (1) 若 $y=f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$, 求 $y=f(x^2)$ 的定义域.

(2) 若 $y=f(x)$ 的定义域为 $(0,1)$, 求 $y=f(\ln x)$ 的定义域.

第二、三节 函数、极限及其运算法则

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1-x^3} - \frac{1}{1-x} \right)$$

1. 下列说法正确的是().

A. 函数在 x_0 点处无定义, 则在这一点必无极限

B. 函数在 x_0 点有定义, 则在这一点必有极限

C. 若函数在 x_0 处有定义且有极限, 则其极限值必为该点的函数值

D. 在确定函数在 x_0 处有极限时, 对函数在 x_0 点是否有定义不作要求

2. 求下列各极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - 3}{x^4 + x^2 + 1}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{x^4 - 3x^2 + 1}$$

$$(7) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+\cdots+(n-1)}{n^2}$$

$$3. \text{ 设 } f(x) = \begin{cases} 3x+2 & x \leq 0 \\ x^2+1 & 0 < x \leq 1, \\ \frac{2}{x} & 1 < x \end{cases}$$

分别讨论 $x \rightarrow 0$ 及 $x \rightarrow 1$ 时 $f(x)$ 的极限是否存在.

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2x+1}$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-4x})$$

4. 证明: $f(x) = \frac{|x|}{x}$ 在 $x \rightarrow 0$ 时极限不存在.

$$(10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{3x}$$

第四节 无穷小的比较

4. 试证: 当 $x \rightarrow 0$ 时, $1 - \cos x = o(x)$, $\ln\left(1 + \frac{x}{2}\right) \sim \frac{x}{2}$.

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $2x - x^2$ 与 $x^2 - x^3$ 相比, 哪一个高阶无穷小?

5. 利用等价无穷小的性质, 求下列极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x}{\sin 2x}$$

2. 当 $x \rightarrow 1$ 时, 无穷小 $1 - x$ 和 (1) $1 - x^3$, (2) $\frac{1}{2}(1 - x^2)$ 是否同

阶? 是否等价?

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\arcsin x)^2}{x(1 - \cos x)}$$

3. 写出当 $x \rightarrow 0$ 时, 常用的等价无穷小.

第五节 两个重要极限

1. 求下列各极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1} - 1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{e^{3x} - 1}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x^2}{1 - \cos x}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\ln(1+5x)}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x^2} - 1}{3x^2}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin \frac{2}{x}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{\frac{1}{x}}$$

$$(6) \lim_{n \rightarrow \infty} [\ln n - \ln(n+2)]$$

第六、七节 函数的连续性与间断点及 闭区间上连续函数的性质

1. 若 $f(x)$ 在 x_0 点连续, $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y =$ _____.

2. $f(x)$ 在 x_0 点处左连续且右连续是它在该点连续的 _____ 条件.

3. $x = -1$ 是 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ 的 _____ 间断点.

A. 无穷 B. 跳跃 C. 振荡 D. 可去

4. 要使函数 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ 在 $x = 1$ 处连续, 则要补充定义 $f(1) =$ _____.

5. 下列函数在 $x = 0$ 处不连续的是().

$$A. f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$$B. f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & x > 0 \\ e^x & x \leq 0 \end{cases}$$

$$C. f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

$$D. f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

6. 讨论下列函数的连续性, 如有间断点, 指出间断点的类型, 若是可去间断点, 则补充定义, 使其在该点连续.

$$(1) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$$

$$(2) f(x) = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x}}}$$

$$7. \text{ 函数 } f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{2}{x} & x > 0 \\ 2 + x & -1 < x \leq 0 \\ 1 & x \leq -1 \end{cases}, \text{ 求 } f(x) \text{ 的连续区间.}$$

8. 设 $f(x) = \begin{cases} \sin x & x \leq 1 \\ ax + 2 & x > 1 \end{cases}$, 应怎样选择 a , 才能使 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续.

9. 求下列极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 9}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \ln \frac{\sin 2x}{x}$$

10. 证明方程: $x \cdot 2^x = 1$ 在 $(0, 1)$ 内有根.

第八节 简单经济数学模型的 建立与案例分析

1. 某企业在一个周期内的生产成本是由如下构成的: 固定成本为 1 500 元; 可变成本为生产一个产品需要 22 元, 如果该企业每销售一个产品可得 52 元, 试求:

(1) 成本函数; (2) 收益函数; (3) 利润函数; (4) 保本点.

11. 函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(a) < a, f(b) > b$,
证明: 在开区间 (a, b) 内至少存在一点 ξ , 使得 $f(\xi) = \xi$.

2. 某公司生产糖果, 每天生产 x kg, 成本为 $C(x) = 8x + 4\,000$ 元, $C(0) = 4\,000$ 元为固定成本.

(1) 若糖果的售价为 16 元/kg, 问每天应销售多少千克才能保本?

(2) 若糖果的价格提高为 18 元/kg, 问其保本点是多少?

3. 已知某商品的市场需求函数为 $P=0.2q^2+3$, 供给函数为 $P=3.5-0.2q-0.1q^2$ (其中 P 为价格, q 为相应的数量), 试求该商品的市场均衡价格与市场均衡交易量.

(3) 若每天能够销售 800 kg, 问每千克定价多少才能保证不亏本?

第一章自测题

一、选择题

1. 下列函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是相同的有().

A. $f(x) = \frac{x(x-1)}{x}, g(x) = x-1$

B. $f(x) = \lg x^2, g(x) = 2\lg x$

C. $f(x) = x, g(x) = (\sqrt{x})^2$

D. $f(x) = x(\sin^2 x + \cos^2 x), g(x) = x$

2. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 且 $0 < a \leq \frac{1}{2}$, 则 $f(x+a) +$

$f(x-a)$ 的定义域是().

A. $[-a, 1-a]$

B. $[-a, 1+a]$

C. $[a, 1-a]$

D. $[a, 1+a]$

3. 设 $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$, 则 $f(x)$ 等于().

A. $x^2 - 2$

B. $x^2 + 2$

C. x^2

D. $\frac{1}{x^2}$

4. 函数 $f(x) = x^2 \cos x$ 是().

A. 偶函数

B. 奇函数

C. 非奇非偶函数

D. 有界函数

5. 函数 $y = \cos \sqrt{1+x^2}$ 的复合过程是().

A. $y = \cos^2 u, u = \sqrt{v}, v = 1+x^2$

B. $y = u^2, u = \cos v, v = \sqrt{w}, w = 1+x^2$

C. $y = u^2, u = \cos \sqrt{v}, v = 1+x^2$

D. $y = \cos^2 u, u = \sqrt{1+x^2}$

6. 下列数列 $\{u_n\}$ 中, 收敛的是().

A. $u_n = (-1)^n \frac{n-1}{n}$

B. $u_n = (-1)^n \frac{1}{n}$

C. $u_n = \sin \frac{n\pi}{2}$

D. $u_n = 2^n$

7. 下列等式成立的是().

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x} = e$

B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x = e$

C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x = e$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1} = e$

8. 下列等式成立的是().

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x} = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^2} = 1$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

9. $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = a$ 是函数 $f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处连续的

().

A. 充分条件

B. 必要条件

C. 充分必要条件

D. 既非充分条件也非必要条件

10. 函数 $f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处连续是在 x_0 处可导的().

A. 充分条件

B. 必要条件

C. 充分必要条件

D. 既非充分条件也非必要条件