

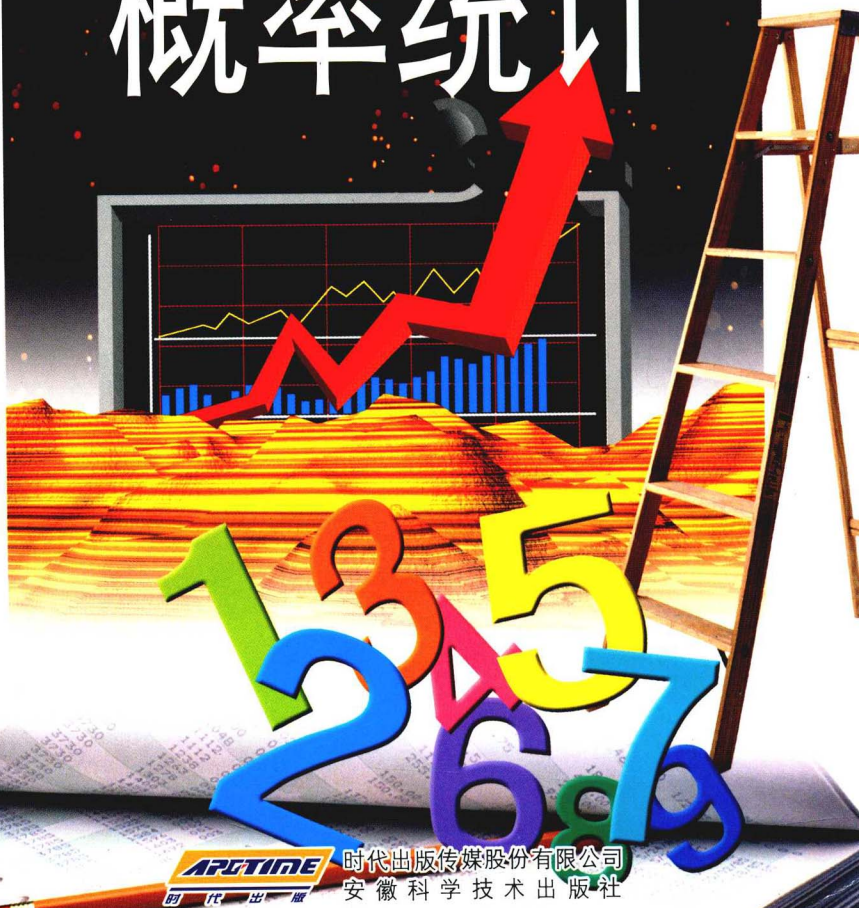
胡炳生 著



中学新概念课外读物
科学发现对话集

课余谈 概率统计

中国科协科普项目专项资助



时代出版传媒股份有限公司
安徽科学技术出版社

时代出版传媒股份有限公司
安徽科学技术出版社

内容范围：中学数学部分

中学新概念课外读物·科学发现对话集

课余谈概率统计



时代出版传媒股份有限公司
安徽科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

课余谈概率统计/胡炳生著. —合肥:安徽科学技术出版社, 2003

(科学发现对话集)

ISBN 978-7-5337-2660-7

I. 课… II. 胡… III. ①概率论-中学-课外读物②数理统计-中学-课外读物 IV. N49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 065520 号

课余谈概率统计

胡炳生 著

出 版 人: 黄和平

责任编辑: 刘三珊

封面设计: 冯 劲

插 图: 张 弘

出版发行: 安徽科学技术出版社(合肥市政务文化新区翡翠路 1118 号
出版传媒广场, 邮编: 230071)

电 话: (0551)3533330

网 址: www.ahstp.net

经 销: 新华书店

排 版: 安徽事达科技贸易有限公司

印 刷: 合肥杏花印务股份有限公司

开 本: 850×1168 1/32

印 张: 9

字 数: 230 千

版 次: 2011 年 4 月第 4 次印刷

定 价: 18.00 元

(本书如有印装质量问题, 影响阅读, 请向本社市场营销部调换)

前言

我国著名数学家王梓坤院士的科普名作《科学发现纵横谈》，是在20世纪70年代写的，30年后又出了新版增订本。今天是星期天，我准备将这本好书再读一读。忽然门铃响了。开门一看，原来是附中的王小明同学。他可是个聪明好学的好学生，今年以优异的成绩考上了高一理科实验班。这次他是来和我讨论学习方法的。以下就是我们谈论的要点。

胡：小明同学，我祝贺你考上了理科实验班！

王：感谢您的关心。今天我是向您请教来了。

胡：什么问题？你说说吧。

王：我们平时所说的“学问”，究竟是什么含义？为什么要把“学”与“问”联系在一起？

胡：我这里的王梓坤院士的大作《科学发现纵横谈（新编）》，有一篇文章正好讲到了这个问题。他在书中引用了清朝书画家、文学家郑板桥的话说：“学问二字，需要拆开来看，学是学，问是问……读书好问，一问不得，不妨再三问，问一人不得，不妨数十人，要使疑窦释然，精理迸露。”

就拿你来说吧，你的知识是怎么得来的？

王：是学习得来的。

胡：难道你在学习中没有向什么人问过问题吗？

王：当然问过。问过老师，也问过同学。

胡：是的。一般说来，一个人的知识，一半在学，一半在问。前人说得：好：“学贵知疑，小疑则小进，大疑则大进。疑者，觉悟之机也。一番觉悟，一番长进。”就是在一个人读书自学的时候，也是一边在读书，一边在发问。

王：一个人读书，那向谁发问呢？

胡：向自己发问呀！

王：我怎么没有感觉到呢？

胡：那是因为你自已尚未意识到的缘故。学习，必须与思考结合起来才有效果。孔老夫子说过：“学而不思则罔，思而不学则殆”，就是这个意思。但是，思考是在大脑中进行的，看不见，摸不着。

王：那我们的思考是怎样进行的呢？

胡：是用不断自我提问的方式进行的。这种自我提问，可以是不出声的，也可以是小声的自言自语。

王：自我提问，提问些什么问题呢？

胡：在读书的过程中，一般都可以提出以下三个问题：“为什么？”“可能吗？”“说得有道理吗？”而在读数学书的时候，还可以增加几个问题：“结论对吗？”“理由说得充分吗？”“可以进行引申和推广吗？”

王：一般的书，特别是数学书上的内容和结论，为什么要用怀疑的态度去看待呢？难道它还会有错误吗？

胡：我们应该这样来看，任何一本书，不过是作者有充分准备的、一次有系统的长篇发言。书中所说，只是作者一时认识所及。但是，由于人们认识的局限性，随着时间的推移，难免有不妥、不全面，甚至错误之处。由于数学的高度抽象和极其精微，数学书籍和刊物，包括你们用的教科书中，出现问题和错误，都是会经常发生的。

王：那么，我们用怀疑的态度去读书，就是为了发现书中的不妥和错误吗？

胡：那倒不是。我们提倡用怀疑的态度读书，主要还是为了促使我们进行反复思考。这样做，对书的内容可以起到消化、吸收，领会和发现问题的作用，从而达到跟踪、注意和研究的目的。

王：您的话对我很有启发。我们数学课本上，概率统计是新的内容。您能说说它的意义和学习的方法吗？

胡：概率统计，是数学中一门很有用的学问。有人这样说：除了四则运算以外，概率统计是现代应用最广泛的数学知识。但是，过去中学教材很少涉及，是个缺点。新教材改变了这种情况，增加了不少概率统计的内容。

王：学习概率统计，有什么需要特别注意之处吗？

胡:绝大多数事物的发展过程,都包含有决定性和偶然性两部分。我们以往在中学课本里所学的数学定理和公式,都是只能对事物发展的决定性部分进行描述。而概率统计知识,则是对事物的偶然性部分进行描述的数学工具。所以,概率统计,有其独特的思想方法。但是,只要我们多学,多思,多问,就一定能学好它。另外,日常生活中的许多实际问题,如彩票,股票,保险,人口调查,期望寿命,市场风险投资,等等,都与概率统计有关。学习概率统计,要特别注意与这些日常生活中的实际问题联系起来,做到学以致用。

王:那概率统计知识一定很难学吧?

胡:不然。概率统计不仅有用,而且很有趣。

王:您能讲一个有趣的故事吗?

胡:概率统计的发展史上,有趣的故事很多。但是今天不准备讲了。我们打算请在概率论发展历史上有建树的数学家,来和同学们进行科学对话,他们一定会满足大家的要求,使你们在听故事的同时,学习和领会概率统计的思想方法。

没有直接参加科学对话的同学们,请你来读一读这一本书,它是关于概率统计科学对话的实录。

胡炳生

目 录

引子 元旦晚会引出的话题 (1)

第一部分 概率的诞生、原理和计算 (6)

第 1 天对话 得分问题与概率论的诞生 (6)

第 2 天对话 概率——机会的大小 (22)

第 3 天对话 向克斯计算 π 的错误是怎样发现的? (34)

第 4 天对话 概率原理和计算方法(一) (43)

第 5 天对话 概率原理和计算方法(二) (57)

第 6 天对话 摸子、密码和报警器 (71)

第二部分 数学期望和几何概率 (85)

第 1 天对话 什么是数学期望? (85)

第 2 天对话 期望寿命和色盲遗传 (98)

第 3 天对话 彩票中的概率问题 (112)

第 4 天对话 布丰投针和贝特朗悖论 (126)

第三部分 对概率的进一步探讨 (142)

第 1 天对话 对概率定义的新思考 (142)

第 2 天对话 布朗运动和大数定律 (155)

第 3 天对话 二项分布和正态分布 (168)

第 4 天对话 投币正面出现的概率为什么恰好是
1/2? (182)

第四部分 统计——概率的实际应用.....(198)

第1天对话 数据的处理和分析.....(198)

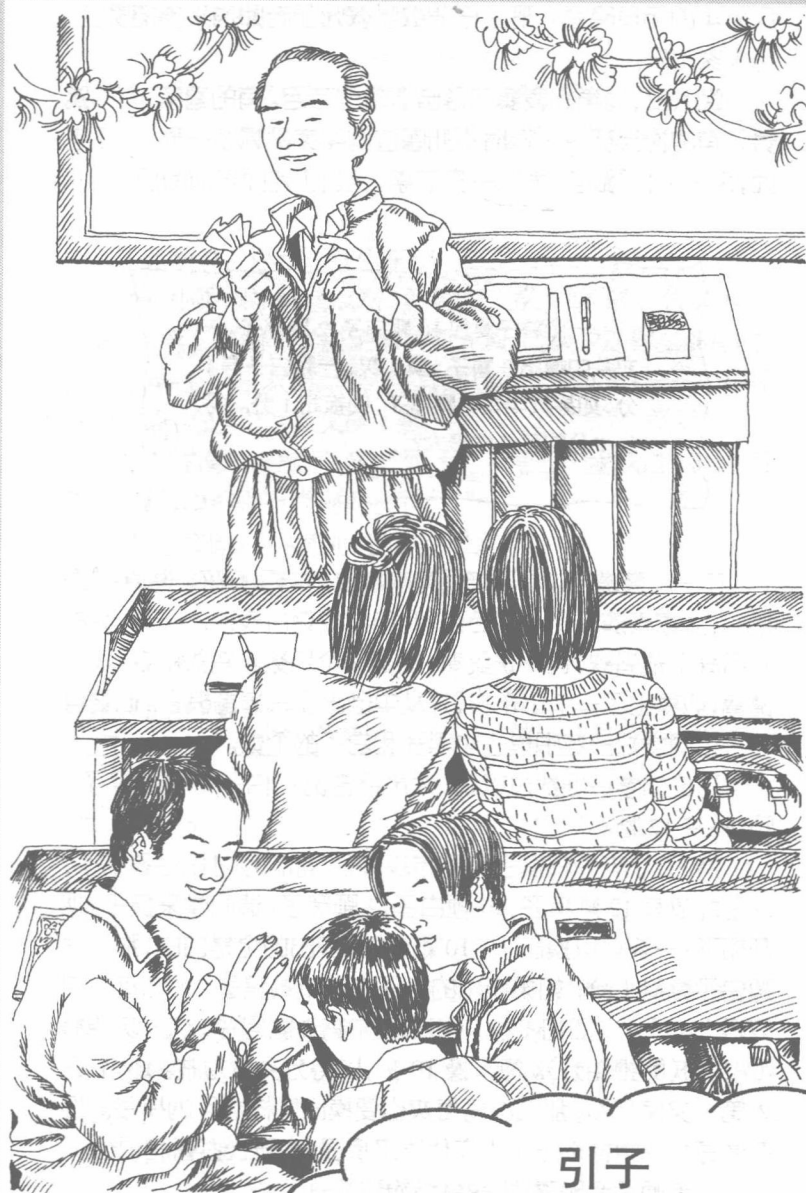
第2天对话 质量检查和一次抽样.....(216)

第3天对话 二次抽样和质量控制图.....(233)

第4天对话 使用寿命和风险决策.....(247)

尾声 小结和余味 (262)

附录 每天对话对应的中学课本内容.....(275)



引子
元旦晚会引出的话题

高一(3)班教室里张灯结彩,热闹非凡。同学们正在举行欢庆新年的元旦晚会。班主任兼数学教师丁老师也来参加晚会,与大家同乐。

晚会上,同学们表演了各自准备的节目。有的唱歌,有的跳舞,有的说笑话……这时不知哪位同学突然喊了一声:“丁老师,来一个!”跟着,大家一齐鼓掌,欢迎丁老师表演节目。

一个袋子里放 10 颗白子,2 颗黑子。一次从中摸出 3 颗子,摸 3 次,一颗白子得 1 分,如果其中有一颗黑子,则被扣 1 分。得多少分的可能性最大?

在一片鼓掌声中,丁老师胸有成竹地站了起来,说道:“同学们,大家表演了不少好节目,我自然要有所表现。不过,我的节目既不是唱歌,也不是跳舞,而是一个与数学有关的游戏。”说着,他拿出了一个小布袋,并从中倒出了一捧围棋子。他要身边一个同学数一数围棋子中黑子和白子的个数。

这位同学仔细数过以后,大声报告说:“白子 10 颗,黑子 2 颗,一共 12 颗。”

然后,丁老师将棋子放回布袋,说:“你们刚才已经看到了,这里面放有 12 颗棋子,10 颗白子,2 颗黑子。请同学来摸子。规则如下:一次可以摸出 1~10 颗,如果摸出的全是白的,那么一颗白子算得 1 分;如果摸出的棋子中有 1 颗黑子,那么这一次算得‘-1’分(即扣 1 分);如果其中有 2 颗黑子,这一次便得‘-2’分(即扣 2 分)。每人摸 10 次,以得分多者为胜。还有,每人第一次摸几颗,那么以后每次也要摸出同样数目的棋子。现在请每个小组推选出 1 人作代表来摸子,由班长监督和记分。”

丁老师话音刚落,大家就纷纷议论开了。

“一次摸几颗子才能得分最多呀？”

“我看一次摸一颗子最保险！”

“不见得吧？可能一次摸 5 颗得分最多。”

“一次棋子摸得多，得分机会就大，但要冒扣分的风险。”

“也可能所得的分数，与一次摸出的棋子数并无多大关系。”

.....

丁老师说：“还是让我们来试一试吧。”

第一小组同学商量以后，认为每次摸 2 颗子为好，这样比较保险。第二小组同学决定每次摸 5 颗子，认为这样虽然冒险，但若全摸白子，一次得分较多。其他几组的情况是：第三小组每次摸 3 颗，第四小组每次摸 4 颗。

在正式摸子之前，丁老师预计说：“第三小组获胜的可能性最大，第二小组则不大可能获胜。”

“是这样吗？”大家心里有些怀疑。

结果，各组摸子的情况和得分如下：

表 0-1

组序	每次摸子数目	摸子情况			得分
		全白次数	含 1 颗黑子次数	含 2 颗黑子次数	
一	2	7	3	0	11
二	5	3	6	1	7
三	3	6	3	1	13
四	4	4	5	1	9

结果与丁老师预先的估计完全一致！同学们感到很惊讶，不住地问丁老师：“老师您是怎样猜到的呀？”

丁老师笑着说：“这是一门叫做概率统计的数学知识告诉我的呀！”

“什么是概率统计呀？”

“我们数学课本上有没有这门知识呀？”

“什么时候才能学到它呀？”……

同学们七嘴八舌地问开了。

大到宇宙,小到粒子,以至社会生活的各个方面,如气象预报、人口控制、股市变化、市场分析、彩票发行、质量控制、产品检查,等等,都是概率统计的用武之地。

丁老师告诉大家:“简单地说,概率统计就是关于机会和决策的学问。在现代社会,对每个国家、每一个人来说,都是机会和挑战并存。有挑战,就有风险。我们要最大限度地把握机会,尽可能地减少风险,事情才能办得好。怎样才能做到这一点呢?这就需要用概率统计的知识、方法和技术,去分析、研究和计算,事前进行科学的预测和决策。

“就我所知,大到宇宙,小到粒子运动,以至于社会生活的各个方面,如气象预报、人口控制、人寿保险、股市变化、市场分析、投资决策、彩票发行、生产过程控制、产品质量检验,等等,都是概率统计的用武之地。

“有人这么说,对现代社会中的公民最有用、最常用的数学知识,仅次于算术四则运算的,就是概率统计。因此,人人都应该学习概率统计。

“正因为概率统计如此重要,所以在新编的中学数学教材里,增加了概率统计的内容。我们以后会学到的。”

“丁老师,概率统计这么重要,那一定很难吧?”睁大了眼睛的王小明同学忍不住问了一声。

“凡是你觉得有趣的东西,你学起来就觉得不难,是吧?”丁老师没有直接回答,而是反问了一句。

“那概率统计学起来一定很有趣味,对吧?”头脑灵活的张

聪插了一句。

“是的！”丁老师肯定地说。

“有什么有趣的故事，可以先说给我们听听吗？”特别好奇的李芳急切地说。她想听丁老师的故事哩！

“概率论大概和解析几何、微积分同时萌芽，而理论形成稍晚一些。但它从萌芽到理论成熟的 300 余年中，充满着许多有趣的故事。如果大家知道了这些趣事，不仅可以增加学习的兴趣，而且可以了解它的生动的发展过程，了解它与现实生活各方面的联系，从而加深对其理论和方法的理解。”

概率统计从萌芽到理论成熟的 300 余年中，充满着许多有趣的故事。你愿意听数学家讲述这些有趣的故事吗？

“但是，这些有趣的故事，不是今天由我来讲，而是准备利用双休日，请有关数学家和专家来为同学们举办讲座，与大家进行对话。我们希望数学小组的同学积极参加，也欢迎其他同学参加。”

接着，丁老师公布了这一活动的计划：讲座内容分为四个部分，每个部分安排若干次科学讲座；邀请一些著名的数学家和科学家来给大家作报告，并与同学们座谈讨论。

当即，数学兴趣小组的王小明、张聪、李芳和其他一些同学共 20 人，都报名参加。

第一部分 概率的诞生、原理和计算

第1天对话

得分问题与概率论的诞生



主讲人 费马 帕斯卡

丁老师:经过多方面的努力和学校的支持,我们的“机会和概率的科学发现”讲座活动,现在正式开始了。这个讲座活动的第一部分——概率及其计算共有六次,今天是第一次。我先来介绍一下两位主讲嘉宾,然后宣布讲座活动的规则。

今天请来的两位主讲人,都是17世纪著名的数学家。他们虽然生活在3个世纪之前,但是,他们的科学成就长存,他们的数学思想不朽。现在,我们在课本里、科学书刊上,还经常能见到他们的名字。他们仍然活在人民的心目中,仍然站在我们中间,就像我们的师长和朋友一样。经过特殊的时空转换设计,今天我们在这里不仅可以听到他们的讲话,而且还可以随时提问并和他们进行对话。

现在,我先来介绍第一位主讲嘉宾——费马(1601~1665)。他是法国人,终生以律师为职业,曾经长期担任图卢兹地方议会议员。但他爱好数学,业余从事数学研究,有“业余数学之王”的称号。他一生虽然没有发表多少数学论著,但他与当时欧洲一流数学家保持密切联系,在大量科学通信、读书札记中,反映和表达了深邃的数学思想和精辟的见解,并被公认为17世纪法国最伟大的数学家。他的数学成就和贡献是多方面的。他和笛卡儿



图1-1-1 业余数学之王——费马

(1596~1650)共同创立了解析几何。他是微积分的先驱者,近代数论的开创者。他的许多研究成果一直影响到今天。前几年才解决的著名的“费马大定理”,是他在1637年阅读古希腊数学家丢番图《算术》一书时,于眉批中提出来的。这个命题是:

“当正整数 $n > 2$ 时,不定方程 $x^n + y^n = z^n$ 不存在正整

数解。”

他在书的眉批中写道：“我确信已发现一种美妙的证法，可惜这里空白的地方太小，写不下。”

他的这些话，在此后 350 多年中，使多少数学家魂牵梦绕！直到 1994 年，英国数学家维尔斯才给出了严格的证明。

现在来介绍第二位嘉宾——帕斯卡(1623 ~ 1662)。他也是法国人，一个数学天才。他在 12 岁时就发现了不少几何定理，14 岁起就参加数学家的聚会，16 岁发现“神秘的三角形”定理。几年后，他设计并制造了第一台机械式计算器。21 岁以后的 10 多年中，他因疾病缠身，数学研究时断时续。但是他关于概率论问题的研究，“帕斯卡三角形”的发现等数学成就，都是在这段时期获得的。

以上只是简要介绍。以后在他们的讲课和对话中，我们还会知道其他一些有趣的事情。好了，下面我来说说讲座活动的规则。

我们每一回活动用一天时间，主要请数学家讲述有关数学发现的过程和故事，同学们在听讲过程中可以插话或提问，和主讲人进行对话。然后，我和大家讨论讲课中遗留的问题，谈谈各自的想法和认识。

我的讲话就到这里，下面先请费马先生给我们讲课。

(大家鼓掌欢迎)

费马：感谢主持人的精心安排，使我能够与大家见面。主持人要我说一说概率论诞生时的一些故事，我感到十分高兴和荣幸。我是这件事的当事人之一，可以把我知道的情况介绍一



图 1-1-2 天才数学家
——帕斯卡

下。不过,那只是最初概率论萌发时的事,稍后的情况就不清楚了。好在贝努利先生以后也可以请到这里,他知道得多。

有人说,概率论源于赌博,出身不好。但如你们所说的:出身不能选择,重在表现嘛。

一个赌徒向帕斯卡提出了一个奇怪的问题
——梅累的分钱问题。
于是产生了概率论。

概率论确实起源于赌博问题。我所碰到的第一个赌博问题,是帕斯卡先生写信告诉我的。还是请帕斯卡先生先来讲讲当时的情况吧。

帕斯卡:有人说我是“数学天才”,又说我是“神童”,其实,我就是爱动脑筋想问题而已。凡是我不懂的问题,都要想个明白。因此我常常陷于冥思苦想之中,从小就是这样。但是我从小身体瘦弱,父亲怕我爱想问题伤身体,决定在儿童教育时期不准我学习数学,只准学习语文等课程。因为他认为数学是最需要动脑筋的,尽管他自己热爱数学。

可能正因为父亲的禁止,使我对数学越发感到好奇。我不顾他的反对,从家庭教师那里弄来一本几何书,偷偷地自学起来。经过几个星期的阅读和思考,并动手画图,了解和发现了三角形等几何图形的一些性质。这使老师和我的父亲大为惊讶。从此,父亲解除了对我学习数学的禁令,并带我参加一些数学家每周一次的聚会。

哦,话说远了,还是拉回来吧。你们知道,没有问题就没有思维活动,就不能进行有价值的思考。没有深入的思考,就不可能获得新的知识。如果你遇到了一个前人从未解决的问题,那