

配 管 力 学

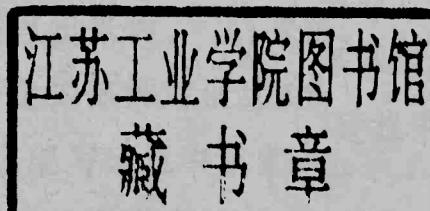
陈之扬 主编

中国武汉化工工程公司

1985年8月

配管力学

陈之扬 主编



中国武汉化工工程公司

1985年8月

内 容 简 介

本书详细地论述了管道应力分类、管道强度计算的基础理论以及实用计算方法；阐明了管系作用力的计算，管道应力分析与计算的具体概念和常用的计算方法，即表算法、弹性中心法、电算法，其中表算法在国内尚属首次介绍；并深入浅出，理论结合实际地介绍了管件强度计算，管架设计方法，管架与管道应力的关系，管端推力和力矩的处理方法；还讨论了管道振动的基本概念及设计计算方法、现场管道振动的处理措施等。

本书可作为大专院校管道专业的试用教材，也可供石油、化工等部门管道专业的工程技术人员参考和应用。

配 管 力 学

陈之扬 主编

中国武汉化工工程公司教育科出版

(原化工部第四设计院内)

武汉市武昌区吴家湾

铁道部大桥工程局印刷厂印刷

(内部发行)

字数：450000

定价：3.50元

前　　言

一九七八年我国与荷兰凯洛格大陆工程公司（简称KC公司）签定了引自日产1740吨CO₂气提法尿素装置的工程设计技术咨询合同，工程设计由化工部第四设计院承担。

按照KC公司的设计程序，在管道设计中有一个配管力学专业，此专业主要任务是：管道强度计算，管系柔性计算及管道振动计算。通过计算保证管道以及与管端相连接的化工设备的安全操作。通过与KC公司联合进行的工程设计，我们体会到配管力学在工程设计中占有相当重要的地位。

配管力学专业是个新专业，其发展速度很快，化工系统的很多高等院校及职工大学都在准备开辟这个专业，《配管力学》这本教材就是在这种形势下编写出来的。

本教材由化工部第四设计院陈之扬同志主编，配管力学组的同志作了部分工作。在编写过程中承蒙化工部第四设计院陈以檉、王清基、梅安华等领导关怀，并得到院教育科和职工大学领导以及铁道部大桥工程局印刷厂全体职工的大力支持，最后由《氮肥设计》编辑部王正喜等同志负责编辑出版，在此一并致谢。

由于编写者水平所限，缺点和错误在所难免，恳请读者批评指正。

编　写　者

一九八五年三月

目 录

第一章 绪论	(1)
第二章 管道应力分类	(4)
第一节 概述	(4)
第二节 应力分类及许用应力的选取	(5)
第三节 极限设计法	(8)
第四节 安定分析	(11)
第五节 小结	(13)
第三章 管道壁厚计算	(14)
第一节 基础知识	(14)
第二节 承受内压的管道壁厚计算公式	(18)
第三节 管壁应力分析	(21)
第四节 壁厚计算公式的推导	(23)
第五节 壁厚计算公式的使用情况	(27)
第六节 承受外压的管道壁厚	(29)
第四章 管系柔性分析与应力计算	(38)
第一节 概述	(38)
第二节 弯曲应力和扭转应力	(43)
第三节 柔性系数和应力加强系数	(47)
第四节 表算法	(58)
第五节 弹性中心法	(115)
第六节 等值刚度法	(146)
第七节 管道应力设计依据	(151)
第八节 管道对设备的推力和力矩计算	(160)
第五章 管件的强度计算	(162)
第一节 夹套管端板的强度计算	(162)
第二节 开孔补强	(167)
第三节 受内压弯管的应力分析	(184)
第四节 管件强度计算	(189)
第六章 管架	(193)
第一节 概述	(193)
第二节 管道跨距	(194)
第三节 管系受力状态与管架的关系	(210)

第四节	设置管架的注意事项	(213)
第七章	管端推力和力矩	(216)
第一节	作用在法兰上的管端推力和力矩	(216)
第二节	管端荷载在设备上产生的局部应力	(217)
第三节	作用于透平和透平压缩机上的管端负荷	(217)
第四节	管端负荷对泵的影响	(221)
第五节	管端载荷对换热器的影响	(226)
第八章	管道振动	(227)
第一节	概述	(227)
第二节	管道振动的基本概念	(227)
第三节	构件自然频率的计算	(230)
第四节	构件共振和共振所产生的力	(238)
第五节	结构振动阻尼	(242)
第六节	气柱和液柱振动的自然频率	(245)
第七节	气柱液柱共振和放大系数	(251)
第八节	流体脉动值的减缓	(252)
第九节	简单管系的振动分析	(258)
第十节	工程中的管道振动问题	(266)

第一章 绪 论

一、概 述

随着工业的发展，管道的地位显得越来越重要，对热力管道计算也逐渐发展成为独立的学科。早在三十年代和四十年代，人们就已应用结构力学超静定结构的方法，求解管系的内力。国外有关的高等院校，科研设计单位都设有配管力学专业。近年来美国从事配管力学专业的研究人员越来越多，很多从事航空机械的科研设计人员改行从事于管道静力计算和管道振动计算的研究，管道振动的基本理论与航空机械有比较密切的联系。

在设计化工容器和化工设备时，通常以一定的标准和规范作为依据，对于各种荷载要进行严格的计算。例如，在设计氨合成塔时，其内件在高温情况下的热膨胀量必须计算得很准确，所有尺寸要与外筒配合得当，这样才能保证正常操作和安全生产。

热力管道的强度问题、柔度问题与化工设备、化工容器同等重要，如果设计不好就会引起事故。对于高温、高压、大尺寸管道更要予以高度重视。

有经验的工程技术人员往往你会发现这样一个事实：生产厂中所出的事故很大部分是属于管道问题，其原因在于对热管道缺乏严格的力学计算。

由于工业的发展，很多化工装置已趋于定型化，工艺流程是成熟的，设备已定型，而配管设计却有很多变化。装置设计的优劣很大程度取决于配管设计水平。

整个化工装置是一个整体，设备和管道都有一定的内在联系，设备的安全问题不是孤立的，与设备相连的管端载荷同样威胁着设备的安全。因此管道的安全问题除了管道本身以外，它还影响与其相连的容器、设备、机、泵等的安全。

同样的化工装置，有些厂可以长期连续生产，而有些厂除了跑、冒、滴、漏以外，还要经常小修、大修，这一事实充分说明配管设计有优劣之分。

二、管系计算中常用的基本理论

管道应力分析与计算方法，是随着科学技术的发展和高温高压管道的应用发展起来的，是根据管道的工作条件、荷载种类和管材的特性，应用材料力学、结构力学的弹性理论和高温非弹性理论进行分析和计算的。

管道应力分析与计算，包括对管系进行柔性计算和应力验算两部分。

由于管系处于在多向应力作用下的复杂应力状态，它的失效和破坏，需要借助一定的强度理论来判别。目前在管道应力计算中采用较多的是最大剪应力强度理论。

管道应力验算的失效准则，最早采用的是弹性失效准则。它是以荷载引起的应力和应变在线性弹性范围内，管系不发生屈服作为限定值，仅计算综合应力对管系的影响，这显然是比较保守的。随着实践经验的积累和理论的发展，进一步采用了极限分析，以充分利用弹性

材料的性能。极限分析认为，管壁上局部区域屈服，并不意味着管系就会失效或破坏，少量屈服的部分被周围的弹性材料所包围，还可以继续加载，直至一个或几个区域充分屈服，致使结构处在不变荷载下发生塑性流动的荷载，才是极限荷载。在近代，随着应力分析理论和实验技术的发展，将管道应力分为一次应力、二次应力和峰值应力等，并采用相应分析验算方法。

管道由内压和持续外载产生的应力属于一次应力，它始终随所施加的外部荷载而变，没有自限性的特征。对于一次应力验算采用极限分析。

管道由于热胀、冷缩等变形而产生的应力属于二次应力，它具有自限性的特征，当它超过材料的屈服极限时，由于局部屈服和产生小量的塑性变形，会使二次应力降低下来，管系上的应力重新分布，冷状态和工作状态的应变自行调整到一定的均衡。因此，在有一定残余应力的情况下，仅仅应用极限分析还不能说明管道的失效，而需要安定分析的理论，以作为非蠕变温度下的管道在承受冷、热交变荷载下的设计基础。安定性是指管系结构不发生塑性变形的连续循环，如果在少数反复加载之后，变形稳定下来，随后结构除了蠕变效应以外，表现是弹性的。安定分析允许的最大弹性应力范围是屈服极限的两倍。

峰值应力是指管系结构不连续处由于局部应力集中发生的一次应力和二次的增量，对于它的限定应当采用疲劳分析。

三、配管力学专业和其它专业的关系

与配管力学专业有联系的如：管道设计，系统，材料，容器和设备，机、泵，土建等专业。

在工程设计过程中，有些问题需要各个专业互相协商，密切配合才能妥善解决。例如，在设计过程中曾碰到这样的问题：由管道设计专业送来的管系空视图，经过配管力学专业的计算，管道应力在许用范围之内。将管端荷载提给容器专业后，容器专业根据此管端荷载校核局部应力，发现局部应力太大而超出许用应力范围。

解决这个问题有两个方案：一是增加壁厚，提高设备强度，以便承受管端荷载。二是改变管线走向，使管系有比较好的柔度，以减少管端推力和力矩。必须通过计算比较这两个方案，并应从经济性角度衡量，然后作出决定。因此，在解决这一问题时，配管力学专业，管道设计专业，容器专业应互相配合。

对于一个需要设计的热力管道，该管系的管架位置的确定以及管架约束型式的确定需要由管道设计、土建、配管力学专业密切配合才行。配管力学专业在考虑管架位置和约束型式时，系从受力角度出发的，该专业设置管架的原则是能使管系有比较好的柔性和比较小的应力。管道设计专业和土建专业则要考虑其它因素，例如，制造是否方便，管架的生根问题是否容易解决，与其它构件是否会发生矛盾等等。为了解决这一类问题，这几个专业必须互相协商，根据实际情况解决问题。

此外，配管力学专业还与其它专业有联系。

管道材料专业提供的管道材料分类表中，有很多数据是配管力学专业在设计中要用到的。配管力学专业在计算管道壁厚时，必须由系统专业提供管道的温度、压力等数据。

机、泵专业必须向配管力学提供有关数据，供其校核管端荷载用。有关机、泵的管端负荷的校核，在某些情况下还需有这两个专业的人员与制造厂方协商来解决。

以上只是通过几个事例来说明配管力学与其它专业的关系。

四、关于管系计算方法的几点说明

文中介绍了管系计算的表算法和弹性中心法这两种手算法，并简略介绍了电算程序等值刚度法，在此说明一下选用这些方法的出发点。

1. 表算法

表算法的原理实质是管系的一般分析方法。这种方法的特点是将计算管系的一般分析方法设计成各种计算表格，使计算规律化系统化，而且容易掌握。表算法的功能很齐全，可以计算多分支管系和带支架约束反力的管系，而且对支架所提供的六个约束可以灵活处理。表算法是一种比较理想的手算法，因为这种方法在国内介绍还是首次，因此大家对这种方法还不够了解，只有熟悉了这种方法，就会体会到它的优点。美国凯洛格公司将此法列为培养配管力学专业人员的教材。在工程设计中，在管系电算程序问世以前，此法是计算管系的主要方法。即使现在，它仍然是一种重要的管系计算方法。

本书所介绍的手算法主要参照美国凯洛格公司出版的“DESIGN OF PIPING SYSTEMS”（管系设计）中有关章节编写而成，在编写过程中把原来的英制全部改为公制，因此所有例题都是重新计算和重新选用的。

2. 弹性中心法

弹性中心法是一种简化计算方法，它使用较早，也比较成熟。弹性中心法将管系当作一根无重量的弹性线，并将管系的变形数和需求解的复原力（即作用力）都转移到管系的弹性中心。根据组成管系各元件（直元件或弧元件）的重心座标，计算管系在各投影面的静力矩，找出管系的弹性中心，然后再计算出通过弹性中心座标轴的线惯性矩和线惯性积，最后由变形协调方程和力平衡方程求出作用于管系端点或管系上任一点的力和力矩。应用这个方法，对于具有两个固定的平面管系，可以从三元联立方程组简化成为二元联立方程组求解，对于立体管系，可以从六元联立方程组简化成为三元联立方程组求解，因而计算简便，具有一定的实用价值。但是，这种方法由于简化的假定，使它的应用范围受到一定的限制。例如，当考虑有外力荷载（包括均布荷载和集中荷载）的管系，或多分支管系，或计算端点有角位移的管系，或具有中间约束（例如装有刚性支、吊架或其它限位支架等）的管系，要找出弹性中心就很复杂。从计算精度上讲，对于斜管或带有弧元件的立体管系，应用弹性中心法也会产生一定的误差。因为，在计算中忽略了各投影面力矩之间相互关系的二次项，即在力的计算过程中忽略了不同投影面中力矩之间引起的变形能的关系项，这对于管系中带有斜管或较多弧元件时，误差就较大。

3. 等值刚度法

工程上所使用的管系计算程序应该是简单可靠、使用方便。等值刚度法就具备了这些特点，本书简单介绍了它的使用方法。

第二章 管道应力分类

第一节 概 述

管道应力分析，管道、管件的强度计算，其基本概念和计算方法与压力容器，化工设备是一致的。众所周知，压力容器和管道应力的分析与计算总是遵循一定的规范进行的。而这些规范又是根据一定的理论准则来制定的。到目前为止，制定压力容器和管道规范用得最广泛最普遍的准则是弹性失效准则。它的设计思想可以用一个简单过程来描述。在进行设计计算时，使用的计算公式是从弹性理论推导出来的。根据压力容器、管道、管件的受力状况选用适当的公式把实际应力计算出来，并将此应力限制在某一范围以内，这个范围就是制造这些压力容器、管道、管件的材料的许用应力。如果计算出来的应力小于材料的许用应力，就认为是安全的。目前，世界上大多数国家的压力容器规范推荐的方法基本上如此，即通常所谓常规的设计方法。这种方法的特点是简单易行，但不够精确。例如，以薄壳圆筒或大直径薄壁管道为例，设计时只考虑薄膜应力，对于局部区域，例如筒体与封头的连接部分，设备及管道的支承部位的局部应力，温差引起的热应力，温度或压力波动引起的交变应力，材料中因存在裂纹引起的断裂应力等都不予以考虑。为了保证容器的安全运转，一般都采用较高的安全系数。另一方面，这种常规设计方法有时除了计算薄膜应力以外，也对温差应力、局部应力和其它应力作了计算，但对这些应力的性质并不加以区分，而把这些应力笼统地加在一起，使其限制在材料的许用应力范围之内。实践证明，这种做法过去还是可行的，也具有足够的可靠性。但是随着科学技术的进步，石油、化学工业的发展与原子能工业的兴起，压力容器、管道尺寸越来越大，操作条件愈益苛刻，这些容器和管道不仅承受高压，还要承受高温或低温，而这些压力和温度还会产生波动。如果仍然按照常规办法，在设计中提高安全系数或加大壁厚，显然这既不经济又不合理。有时壁厚的增加会带来相反的效果，甚至掩盖了真正的要害之处，而隐藏着灾难性的后果。

其实，压力容器和管道的薄膜应力、局部应力、温度应力等这些应力的性质是不同的，这些应力对容器和管道所起的破坏作用也是不同的，准确的做法应该把这些不同的应力进行合理的分类，并按照破坏作用的大小选取不同的许用应力，这样才能做到保障安全节省材料。对于管道来说，这种计算方法尤为必要。根据浙江镇海工程的计算经验看来，温差应力在管道应力中所占的比重相当大，它所占的成分远远超过压力所引起的薄膜应力。温差应力与压力所引起的应力性质大不相同，管道的温差应力引起的破坏作用比压力小得多，按理论推导温差应力的许用应力为压力应力的三倍。如果对这两种应力的性质不加以区分而选用同一的许用应力显然是不合适的。

据上所述，以弹性失效准则为基础的设计方法有一定的优点，也存在某些不足之处，因此，有必要在这一基础上进行不断地研究，改进，不能停留在原有的水平上。

随着科学技术的不断发展，近年来弹塑性理论已引起人们的重视。现代的实验技术也在不断提高，采用电测，光弹测量可以帮助人们解决很多难题。此外，由于电子计算机技术的

进步，使人们有可能进行大量而复杂的计算。在上述基础上，就有可能对压力容器、管道、管件的各部分的应力分布作出详尽的计算与测量。这样就解决了问题的一个方面，即根据各种荷载准确地计算容器，管道的应力问题。还有另外一个问题需要解决，即对这些计算出来的应力进行评价，也就是准确地判断这些性质不同的应力对容器和管道所起的破坏作用的大小，从而将这些应力限制在不同的许用范围以内。实际上，后一个问题更为重要，因为许用应力范围不能确定下来，测量或计算出来的管道应力也就没有多大意义了。

第二节 应力分类及许用应力的选取

石油化工管路必须承受各种负荷，介质所产生的内压或外压，温度所产生的热负荷。介质、管道金属、保温材料等重量负荷，阀门、三通、法兰等管件的重量以及其它各种集中荷载、风载、雪载、地震载荷，支架反力，水锤作用引起的冲击载荷，机、泵引起的振动载荷等等。这些载荷使整个管路或某些局部区域产生各种性质不同的应力，可将这些应力区分如下。

一、总体一次薄膜应力 P_m

总体薄膜应力是遍于整个管路上或整个容器上的基本应力，它属于一次应力，也就是常规设计方法所采用的应力。它是为了维持结构在荷载作用下各部分的平衡所直接需要的应力，一般是由内压或机械载荷直接引起的。例如，由于内压引起的沿管道壁厚均匀分布的周向薄膜应力或轴向薄膜应力，杆件拉伸所产生的应力。这些应力的特点是可以按静力平衡条件来确定。它的分布区域很广，和壳体或管道的基本尺寸同一个数量级，这种应力材料的破坏性很强。例如，对于薄壳圆筒，当压力逐渐增大，使周向应力达到材料屈服限时，圆筒体在很大区域上产生过大的变形，可以看到整个筒体的鼓胀现象，壁厚减薄，最后导致破坏。因此，这种应力的性质是非自限性的。这种应力应控制在屈服限以内，以保障安全。

二、一次弯曲应力 P_b

产生一次弯曲应力的原因和总体一次薄膜应力相同，也是由内压或机械载荷引起的。梁受弯曲时的应力就是典型的一次弯曲应力。受内压的容器的平板顶盖的中心部分的弯曲应力也属一次弯曲应力。这种应力的特点不象总体一次薄膜应力那样沿壁厚均匀分布，而是沿壁厚直线分布，因此当材料进入屈服时，它不是整个材料截面屈服，而是上下表面屈服，中心仍处于弹性状态。如果继续增加荷载，应力沿板厚的分布将重新调整，却还有潜力可挖。所以对于一次弯曲应力可以运用极限设计的概念进行分析，具体分析方法在下面介绍。一次弯曲应力比总体薄膜应力具有较高的许用应力。

三、局部一次薄膜应力 P_L

在局部范围内，由于压力或机械荷载引起的薄膜应力统称为局部薄膜应力。例如，在管道上开一小孔，小孔周围有应力集中，这种应力集中只在小孔边缘一圈附近的局部地区，它被周围的广大弹性区域所包围，它对材料的破坏性能比总体一次薄膜应力要小。在容器支座或管道支架处由于力和力矩会产生薄膜应力，这种应力也是局部性的，也属于局部一次薄膜应力。由于这种应力的局部性，允许它比总体薄膜应力有较高的许用应力。这种应力有一

定的自限性，它具有二次应力的特征，将它划为一次应力是偏于保守的。

四、二次应力Q

二次应力指的是由于容器部件的自身约束或相邻部件的约束而产生的正应力或剪应力。它是为了满足结构各部分之间的变形协调的需要而产生的应力。在总体结构不连续处，例如，封头与筒体的连接处，在这些连接处，将产生剪力和弯矩，使基本应力增加，这些连接处所增加的应力，属于二次应力。为了阐明这种应力的性质，我们来分析一下受内压作用的圆筒薄壳和球形封头的连接处的应力。

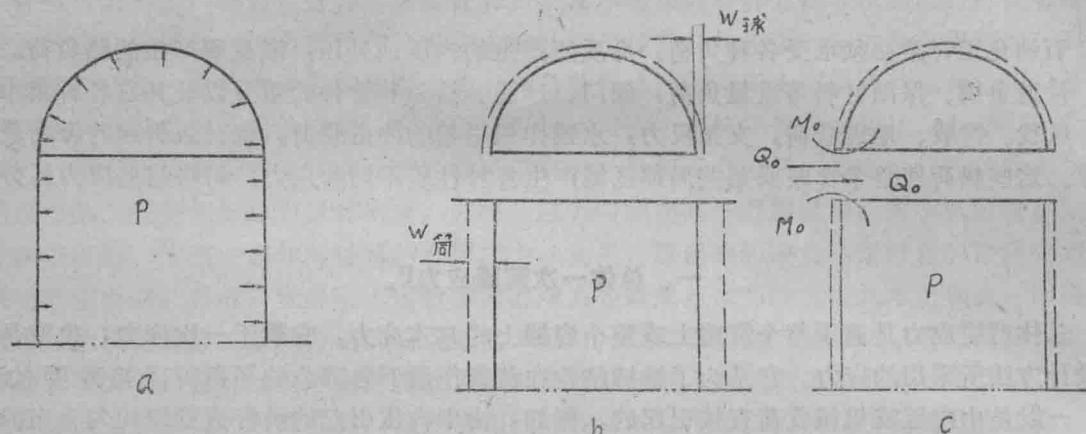


图2-1 圆筒薄壳和球形封头

图2-1a为一受压的壳体。在内压P的作用下，圆筒薄壳和球形封头产生了变形。现假设封头和筒体互不相干，它们各自自由变形。筒体的变形量为：

$$W_{\text{筒}} = \frac{PR^2}{2ES} (2 - \mu)$$

球形封头的变形量为：

$$W_{\text{球}} = \frac{PR^2}{2ES} (1 - \mu)$$

显然， $W_{\text{筒}}$ 和 $W_{\text{球}}$ 是不相等的，这就引起变形不协调。但实际上容器在内压作用下封头和筒体的变形相等。此时因变形协调的需要就产生弯矩 M_o 和剪力 Q_o 。如图2-1c所示。由弯矩 M_o 和剪力 Q_o 所产生的应力是二次应力。这种应力的最大特点是具有自限性，因为当 M_o 和 Q_o 所产生的应力满足了变形协调的需要后，这种变形就不再继续下去。因此，这种应力即使使材料进入塑性状态，也不会导致容器的破坏，当然，这种应力必须限制在一定的范围之内。二次应力与一次应力的最大区别在于前者具有自限性。正因为如此，它对材料起的破坏作用比一次应力要小。二次应力的分布区域小，其尺寸和 \sqrt{RS} 同一数量级。这里的R指壳体半径，S为壳体厚度。

由温差引起的应力属于二次应力。当构件各处的温度均匀上升或降低时，如果材料的热胀系数 α 相同，变形也不受约束，只能使构件产生均匀的膨胀和收缩，并不产生热应力。但如果温度变化不均匀，或者各部件膨胀系数不一样，或者变形受到限制，这种情况将和筒体、封头连接处在内压作用下的情况类似，要求变形协调，同时在结构内部产生热应力。例如，

固定管板热交换器的管子、管板、壳体中都有二次应力的成分。

五、峰值应力F

由于载荷，结构形状的局部突变而引起的局部应力集中的最高应力值称为峰值应力。例如，在主管和支管连接处的开孔部分外角和内角附近，这个区域的应力数值很大，但作用区域很小，它的作用区域和容器壁厚同一数量级。峰值应力对于总体结构的应力与应变类型不会产生多大影响，峰值应力不会使整体结构产生任何显著的变形，它仅是疲劳破坏和脆性断裂的可能根源。峰值应力对脆性材料和低温尤其可怕。局部小范围的热应力也属于峰值应力的范畴。

峰值应力已经超出壳体理论研究的范围了，对于峰值应力，可以根据一定的循环次数限制在按疲劳曲线求得的许用应力幅 S_s 的范围内。

要做到准确地区分各种性质不同的应力，必须经过不断地实践，以下我们分析几个具体实例，可阐明应力分类的具体考虑方法。

在压力容器或管道上开孔通常被认为是局部薄膜应力，在某些情况下也可能表现出二次应力的特征来。但如果在窄板上开大孔，就得按总体一次薄膜应力来考虑，因为孔很大，板很窄，应力集中到板边来不及衰减完，这种情况就相当于总体应力。

压力容器衬里，一般认为具有二次应力的特征，美国规范将它列为峰值应力，实际上是二次应力问题按峰值应力处理。

图2—2中薄膜壳园筒整体受弯曲，粗略一看似乎属于弯曲应力，但实际上它属于总体一次薄膜应力。

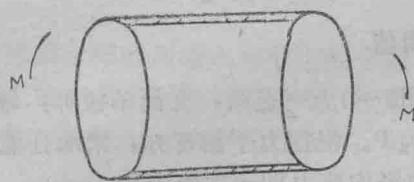


图2—2 薄壳圆筒整体受弯曲

系数 $n_s = 1.5$ ，则基本许用应力为：

$$[\sigma] = \frac{\sigma_s}{1.5}$$

对于上述五种类型的应力，其许用应力值 $[\sigma]_m$ 分别为：

总体一次薄膜应力 P_{mt} ：

$$[\sigma]_m = [\sigma] = \frac{\sigma_s}{1.5}$$

一次弯曲应力 P_b ：

$$[\sigma]_m = 1.5[\sigma] = \sigma_s$$

局部一次薄膜应力 P_{lt} ：

$$[\sigma]_m = 1.5[\sigma] = \sigma_s$$

二次应力 Q ：

$$[\sigma]_m = 3[\sigma] = 2\sigma_s$$

前面讨论了应力分类的问题，把各种类型的问题划为五大类型，这五种应力的性质不同，它们对材料的破坏性也各不相同，因此对这些应力所规定的许用应力范围也不相同，以下介绍这五种应力的许用应力值的选用方法。

为了便于讨论问题，规定屈服，限安全

峰值应力已经超出壳体理论的讨论范围，它可以根据疲劳破坏的计算方法来解决。对低温状态和高强度钢应特别注意由于峰值应力引起的脆性破坏的可能性。

在实际问题中，多数情况是以综合应力的形式出现，即构件中同时存在几种应力状态，对于这种情况，必须按下述步骤逐步校核：

第一步， P_m : $[\sigma]_m \leq [\sigma]$

第二步， $P_m + P_b$: $[\sigma]_m \leq 1.5[\sigma]$

第三步， $P_m + P_b + P_L$: $[\sigma] \leq 1.5[\sigma]$

第四步， $P_m + P_b + P_L + Q$: $[\sigma]_m \leq 3[\sigma]$

第三节 极限设计法

前面曾经规定过一次弯曲应力的许用应力 $[\sigma]_m$ 为 $1.5[\sigma]$ ，这是从极限设计法的概念推导出来的结果。

极限设计法也称极限载荷法。它与弹性计算方法的不同之处，在于它认为结构的某一点进入屈服并不等于结构就一定会破坏，只有当结构整体屈服了才最终达到破坏状态，也就是极限状态。在极限状态下，结构所承受的外载荷称之为极限载荷。

为了分析问题的方便，按照惯例将塑性材料看成理想塑性体。所谓理想塑性体是指材料达到屈服极限之前应力和应变关系符合虎克定律，在达到屈服之后，应变增加而应力不再改变，即不存在硬化阶段。这种简化是允许的，与实际的塑性材料相接近，而且偏于安全。下面将以梁为例分别说明拉伸应力，弯曲应力，拉、弯联合作用的应力这三种应力的许用应力的规定方法。

一、拉伸应力的许用值

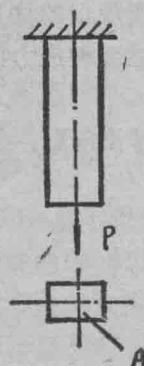


图2—3 受拉伸载荷的直梁

图2—3为一直梁，受简单拉伸，轴向外载荷为P。根据力平衡可知，梁的任意截面A上的平均应力即一次应力为：

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

当截面全部进入屈服时，梁遭受破坏，其极限载荷为：

$$P_s = \sigma_s A$$

式中， σ_s 为材料的屈服限。

故一次应力的破坏界限为 σ_s ，如果 n_s 为以屈服限为基础的安全系数，则许用应力为：

$$[\sigma] = \frac{\sigma_s}{n_s}$$

因此，拉伸应力或一次应力的许用值为：

$$[\sigma]_m = [\sigma]$$

二、弯曲应力的许用值

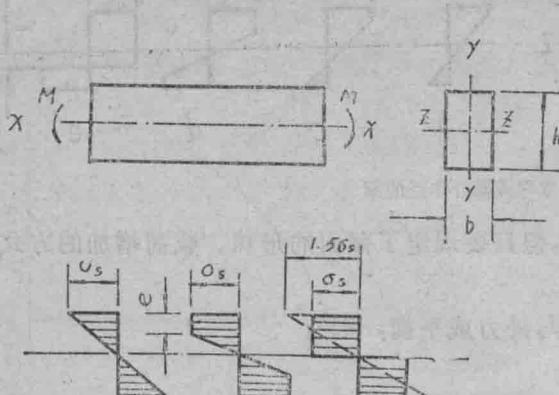


图 2-4 受纯弯矩作用的梁

图2-4为受纯弯矩M作用的梁。梁的截面为矩形，宽为b，高为h，根据平衡条件，即可求出任意截面上的弯曲应力即一次弯曲应力的数值。截面的上下表面处弯曲应力最大，其值为：

$$\sigma_{\max} = \frac{6M}{bh^2}$$

当 $\sigma_{\max} = \sigma_s$ 时，上下面进入塑性状态，如图2-4b所示，该处的弯矩为：

$$M_1 = \sigma_s \frac{bh^2}{6}$$

这时，梁并不会破坏。若弯矩继续增大，按弹性理论计算，梁上下表面的最大应力将会超过 σ_s ，这种按弹性理论计算出来的应力称为“名义应力”。其实，这种名义应力是不存在的，按照塑性理论，当梁上下表面的应力达到 σ_s 时，如果再加大弯矩，最大应力值仍然为 σ_s ，但此时弹性区缩小，塑性区增大，即最大应力 σ_s 区域由上下表面向内部扩张。因为材料的内部有潜力可挖。假设扩大到e，如图2-4所示，相应的弯矩可由图中的阴影面积求出：

$$M = \sigma_s b e (h - e) + \sigma_s \frac{b(h - 2e)^2}{2}$$

当塑性区扩大到 $e = h/2$ 时，如图2-4所示，得极限弯矩为：

$$M_s = \sigma_s \frac{bh^2}{4}$$

此时梁因全部截面进入屈服而处于破坏状态。为便于作出比较，假设在弯矩 M_s 的作用下梁截面上的应力呈弹性状态分布，按照弹性公式可算出最大的弯曲应力 $\sigma_{\text{弯}}$ （各点弯曲应力的分布情况如图2-4的虚线所示），可得：

$$\sigma_{\text{弯}} = \frac{6M}{bh^2} = \frac{3}{2} \sigma_s$$

这个应力实际上并不存在，是名义应力。

材料的许用应力仍按基本应力确定，则梁中的弯曲应力为：

$$\sigma_{\text{弯}} = \frac{3}{2} \sigma_s = 1.5[\sigma]$$

可知，一次弯曲应力的许用值为基本许用应力值的1.5倍，即为拉伸应力的许用值的1.5倍。上述推导过程阐明了极限设计法的基本概念。

三、拉弯应力联合作用时的许用应力值

按照同样的极限分析方法也可确定矩形截面梁在受拉伸与弯曲联合作用时的破坏应力的限制值。

当梁在轴向拉伸与弯矩作用下，如图2-5a所示，任意截面内的弹性应力分布如图2-5b所示。当载荷增大时，上表面的应力将达到屈服限 σ_{ss} 。载荷更大时，将形成一个塑性区，如图2-5c所示。如果载荷继续增大，则在另一表面处将形成第二个塑性区，如图2-5d所示。最后，全部截面进入屈服，如图2-5e所示。

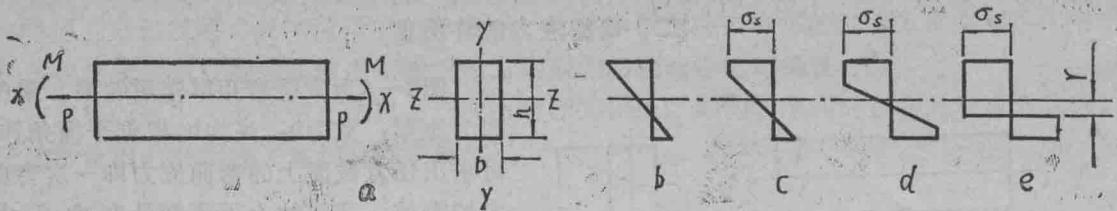


图 2-5 受拉伸与弯矩联合作用的梁

在加载过程中，中性层y的位置可能移动，但只要规定了截面的形状、载荷增加的方式，它便是一个确定的数值。

在极限状态下，任意截面上沿x方向内力与外力成平衡，则有

$$b\left(\frac{h}{2} + y\right)\sigma_s - b\left(\frac{h}{2} - y\right)\sigma_s = p$$

由此可得出中性层的位置：

$$y = -\frac{p}{2b\sigma_s}$$

再利用力矩的平衡关系，可知

$$b\left(\frac{h}{2} + y\right)\sigma_s \cdot \frac{\frac{h}{2} + y}{2} + b\left(\frac{h}{2} - y\right)\sigma_s \cdot \left(\frac{\frac{h}{2} - y}{2}\right) = M + py$$

或：

$$\frac{1}{4}bh^2\sigma_s + by^2\sigma_s = M + Py$$

将以上公式的y值代入，得：

$$\frac{1}{4}bh^2\sigma_s + \frac{P^2}{4b\sigma_s} = M + \frac{P^2}{2b\sigma_s}$$

在等号两侧各乘以 $\frac{6}{bh^2\sigma_s}$ ，则上式变为：

$$\frac{1}{4}bh^2\sigma_s \cdot \frac{6}{bh^2\sigma_s} = M \cdot \frac{6}{bh^2\sigma_s} + \frac{P^2}{4b\sigma_s} \times \frac{6}{bh^2\sigma_s}$$

在弹性计算公式中有着以下关系：

$$\sigma_t = \frac{P}{bh}$$

$$\sigma_{\text{弯}} = \frac{6M}{bh^2}$$

式中 σ_t ——梁截面中的拉应力；

$\sigma_{\text{弯}}$ ——梁截面中的弯应力（名义应力）。

代入前式并经适当组合后得：

$$\frac{\sigma_{\text{弯}}}{\sigma_t} = \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_s} \right)^2 \right]$$

如果以 $\frac{\sigma_t}{\sigma_s}$ 为横坐标, 以 $\frac{\sigma_t + \sigma_{\text{弯}}}{\sigma_s}$ 为纵坐标, 则可以作出矩形截面梁处于完全塑性状态时

的破坏应力曲线AB, 如图2-6所示。显然, 曲线决定于拉弯应力的比值。

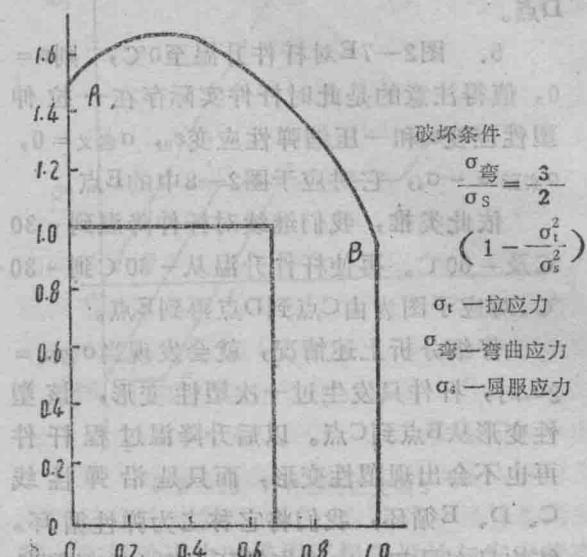


图2-6 拉伸与弯曲联合作用时的破
坏应力与许用值

由图2-6可以看到:

当 $\sigma_t = 0$ 时, 则 $\sigma_{\text{弯}} = 1.5\sigma_s$ (图上的A点), 此即为架受纯弯曲的情况。

当 $\sigma_{\text{弯}} = 0$ 时, 则 $\sigma_t = \sigma_s$ (图上的B点), 此即为梁受简单拉伸的情况。

图中阴影框出的范围是用来选定许用应力的。如在纯拉伸时, σ_t 的许用值为 $1.5[\sigma]$ 即 $1.0\sigma_s$ 。在组合应力 ($\sigma_t + \sigma_{\text{弯}}$) 作用时, 破坏应力是变化的, 故许用值也应随着变化, 为避免繁琐起见, 可将许用值粗略地都规定为 $1.0\sigma_s$ 。故在图上反应为一条水平线。

第四节 安定分析

前面曾经规定过二次应力的许用应力范
围可为一般许用应力的三倍, 这可以通过安
定分析推导出来。以下可以通过二端固定的杆子或杆子的升温和降温的过程来阐述。

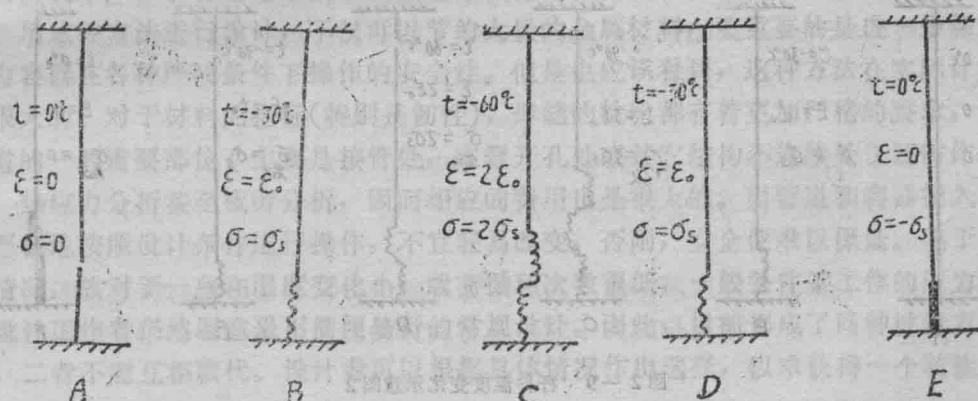


图2-7 杆件温度变化示意图

1. 图2-7A为两端固定的杆件, 令杆件的起始温度为 0°C , 杆件不受任何力的作用, 变形 $\epsilon = 0$, 应力 $\sigma = 0$, 它对应于图2-8的A点。

2. 图2-7B对杆件降温至 -30°C , 因杆件两端固定, 故在降温时由于冷缩而受拉伸。设应变为 $\epsilon = \epsilon_0$, ϵ_0 为弹性应变量。杆件受拉伸应力的 $\sigma = \sigma_s$ 。这是由约束引起的温度应力, 属于二次应力。此时杆件处于弹性范围以内, 它对应于图2-8的B点。

3. 图2-7C对杆件降温至 -60°C , 杆件应变量为 $\epsilon = 2\epsilon_0$, 此时杆件名义应力 $\sigma_{\text{名义}} = 2\sigma_s$, 实际应力 $\sigma_{\text{实际}} = \sigma_s$, 它对于图2-8的C点。