



当代浙江学术文库
DANGDAI ZHEJIANG XUESHU WENKU

数学

李国强 著

数学教师数学史素养 提升的理论与实践探索

SHUXUE JIAOSHI SHUXUESHI SUYANG
TISHENG DE LILUN YU SHIJIAN TANSUO

数学是抽象的，但枯燥不应是数学教学的代名词。
数学史可令数学课堂生动、精彩、深刻。
提升数学教师的数学史素养，是促进数学史走进课堂、
充分发挥数学史教育价值的一剂良方。



浙江工商大学出版社





当代浙江学术文库
DANGDAI ZHEJIANG XUESHU WENKU

浙江省社科联省级社会科学学术著作出版资金资助出版(编号:2014CBQ01)

数学教师数学史素养提升的 理论与实践探索

李国强 著



浙江大學出版社
ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

数学教师数学史素养提升的理论与实践探索 / 李国强著. —杭州: 浙江工商大学出版社, 2015. 6

ISBN 978-7-5178-1095-7

I. ①数… II. ①李… III. ①数学史—师资培训—研究 IV. ①O11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 111738 号

数学教师数学史素养提升的理论与实践探索

李国强 著

责任编辑 蒋红群 任晓燕

责任校对 傅 恒

封面设计 王妤驰

责任印制 包建辉

出版发行 浙江工商大学出版社

(杭州市教工路 198 号 邮政编码 310012)

(E-mail: zjgsupress@163.com)

(网址: <http://www.zjgsupress.com>)

电话: 0571-88904980, 88831806(传真)

排 版 杭州朝曦图文设计有限公司

印 刷 浙江云广印业有限公司

开 本 710mm×1000mm 1/16

印 张 16.25

字 数 283 千

版 印 次 2015 年 6 月第 1 版 2015 年 6 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5178-1095-7

定 价 43.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江工商大学出版社营销部邮购电话 0571-88904970

当代浙江学术文库

编委会

主任:郑新浦 蒋承勇

副主任:何一峰 邵清 周鹤鸣 谢利根

编委(以姓氏笔画排序)

王 河	王俊豪	毛剑波	卢福营	史习民	池仁勇
杨树荫	吴 笛	沈 坚	陈立旭	陈华文	陈寿灿
陈剩勇	范金涛	林 正	金彭年	周 青	周建松
宣 勇	费君清	徐 斌	凌 平	黄大同	黄建钢
潘捷军					

编委会办公室

主任:何一峰

副主任:俞晓光

成 员:黄 荻 周 全 杨希平

总 序

源远流长的浙江学术,蕴华含英,是今天浙江经济社会发展的“文化基因”;三十五年的浙江改革发展,鲜活典型,是浙江人民创业创新的生动实践。无论是对优秀传统文化的传承弘扬,还是就波澜壮阔实践的概括提升,都是理论研究和理论创新的“富矿”,我省社科工作者可以而且应该在这里努力开凿挖掘,精心洗矿提炼,创造学术精品。

繁荣发展浙江学术,当代浙江学人使命光荣、责无旁贷。我们既要深入研究、深度开掘浙江学术思想的优良传统,肩负起继承、弘扬、发展的伟大使命;更要面向今天浙江经济社会的发展趋势和人文社会科学建设的迫切需要,担当起促进学术繁荣的重大责任,创造具有时代特征和地方特色的当代浙江学术,打造当代浙江学术品牌,全力服务“两富”现代化浙江建设。

繁荣发展浙江学术,良好工作机制殊为重要。我们要着力创新机制,树立品牌意识,构建良好载体,鼓励浙江学人,扶持优秀成果。“浙江省社科联省级社会科学学术著作出版资金资助项目”,就是一个坚持多年、富有成效、受学人欢迎的优质品牌和载体。2006年开始,我们对年度全额资助书稿以“当代浙江学术论丛”(“光明文库”)系列丛书资助出版;2011年,我们将当年获得全额重点资助和全额资助的书稿改为“当代浙江学术文库”系列加以出版。多年来,我们已资助出版共553部著作,对于扶持学术精品,推进学术创新,阐释浙江改革开放轨迹,提炼浙江经验,弘扬浙江精神,创新浙江模式,探索浙江发展路径,产生了良好的社会影响和积极的促进作用。

2013年入选资助出版的27部书稿,内容丰富,选题新颖,学术功底较深,创新视野广阔。有的集中关注现实社会问题,追踪热点,详论对策破解之道;有的深究传统历史文化,精心梳理,力呈推陈出新之意;有的收集整理民俗习尚,寻觅探究,深追民间社会记忆之迹;有的倾注研究人类共同面对的难题,潜心思考,苦求解决和谐发展之法。尤为可喜的是,资助成果的作者大部分是我省的中青年学者,我们的资助扶持,不仅解决了他们优秀

成果的出版之困,更具有促进社科新才成长的奖掖之功。

我相信,“浙江省社科联省级社会科学学术著作出版资金资助项目”的继续实施,特别是“当代浙江学术文库”品牌的持续、系列化出版,必将推出更多的优秀浙江学人,涌现更丰的精品佳作,从而繁荣发展我省哲学社会科学,充分发挥“思想库”和“智囊团”的作用,有效助推物质富裕精神富有现代化浙江的加快发展。

浙江省社会科学界联合会党组书记 郑新浦

2013年12月

序

欣闻李国强在博士论文基础上完成的书稿《数学教师数学史素养提升的理论与实践探索》获得2014年浙江省社科联省级社会科学学术著作出版资金全额资助,且将收入“当代浙江学术文库”,喜悦的心情激起了我的回忆。2010年,他的博士论文在评审、答辩中获得专家的一致好评,顺利通过答辩。现又在经济、文化与教育发达的浙江省获得社会科学学术著作出版资金全额资助,这表明他的研究成果在视角、内容、方法上的求新得到了学术界更广泛的认可,表明他的研究具有重要的现实意义、实践价值和理论价值。国强博士的研究不仅丰富了数学教师专业发展的理论,还了解当前数学教师数学史素养状况、提升数学教师数学史素养及在数学教学中有效利用数学史提供了积极的借鉴和参考。国强博士的《数学教师数学史素养提升的理论与实践探索》一书从理论到实践系统地探索了数学教师的数学史素养,令人耳目一新,让我见证了一位教育实践者到教育研究者的发展,也见证了他从撰写科研短文到著书立说的历程。国强博士邀我作序,我就把对数学史和数学教育融合发展的认识,特别是我经历的国强撰写博士论文的过程略谈一点想法,权当作序。

数学史与数学教育研究是近年来国内外数学教育界的热点话题之一。自2005年由李文林教授在西北大学发起第一届全国数学史与数学教育会议以来,我国已相继举办了5届,研究成果大力推动了数学史与数学教育研究的整合与深化。数学史与数学教育的融合对于数学教师的教与学生的学都有重要的影响,它有助于师生理解数学的本质特征,形成正确的数学观,有助于提高学生学习数学的积极性,有助于促进学生理解数学知识与发展能力,有助于培养学生的创新意识和理性精神。不少专家学者对此卓有见地。张奠宙先生多次呼吁:“让数学史和数学史家走到数学教育的前台,数学史要支持数学教育的发展,数学教育要拓展并深化数学史的价值。”李文林先生在第一届全国数学史与数学教育会议上提出:“数学史除了为历史、为数学而历史外,还应为教

育而历史。”我也呼吁：“要把数学的史学形态变为教育形态”，“要在科研及实践中加强数学史与数学教育的融合”。这些观点对数学史研究和数学教育都产生了积极的影响。

从2001年颁布的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》到最新的《义务教育数学课程标准(2011年版)》都强调在数学教材与教学中要包含一定的数学史资料,让学生通过对数学知识发展脉络的了解,激发学习数学的兴趣,体会数学在人类发展历史中的作用和价值,感受数学家治学的严谨,欣赏数学的优美。《普通高中数学课程标准(实验)》更是凸显了数学史的教学内容与教育价值,在强调数学课程要适当反映数学的历史、应用和发展趋势,数学家的创新精神,数学文化价值的基础上,设立了11个数学史选讲专题和19个数学文化专题。可见数学史融入数学教育已经成为当前国内数学教育发展的趋势。

国强在我这里攻读博士之前,曾在中学从事数学教学十余年。最初他打算以“数学史与数学教学”作为博士论文研究方向,应该说,当时他对研究主题的认识还不太清晰,我让他认真思考这几个问题:研究什么?怎样研究?想得到什么结果?有何创新?在审视教学实践、查阅历史文献及慎思问题之后,国强认为当前的教学实践中对数学史存在严重的“高评价、低运用”现象,关键因素是数学教师数学史素养偏低。经过多次交流与讨论,特别是我请了李文林、代钦、邓明立、曲安京等一批研究数学史的知名专家来校指导或通信评议后,最终我们将博士学位论文的选题确定为“高中数学教师数学史素养及其提升的个案研究”。确定这个选题后,我还是有些顾虑,因为国强并未系统地学习过数学史,这必然给研究带来困难。但后来他的研究进展让我放心了,他除了沉浸于书籍的海洋,还主动向李文林、代钦、邓明立、曲安京等数学史专家请教,对数学史的认识不断加深。

在我的印象中,包括国强博士在内,我的多位博士生,如李铁安、陈婷、于波、魏佳、朱哲等的博士论文分别从数学教师、数学思想、几何课程、课堂教学、教材编写、勾股定理等方面对“数学史与数学教育”开展研究,现已基本形成一个数学史与数学教育融合的系列研究。他的另外一些师兄姐妹的博士论文也已经或正在获得各种资助,相继出版,相信这些研究成果能为发挥数学史的教育价值、增进数学教学效果、提升数学教师素养等起到重要作用。当然金无足赤,人无完人,国强的博士论文中也存在着有待商榷的问题,但这毕竟是枝节。我更加期盼国强博士在杭州师范大学这样一所新型的、快速发展的师范大学,充分利用学校的平台、浙江省的平台,

潜心研究,不断攀升,展现更多、更好的研究成果!

西南大学 宋乃庆

2014年10月5日

注:宋乃庆为西南大学二级教授,博士生导师,教育部西南基础教育课程研究中心主任,教育部基础教育专家工作委员会委员副主任,全国数学教育研究委员会副理事长,国家级教学名师,原西南师范大学校长,西南大学原常务副校长。

目 录

绪 论	001
第一节 数学教师数学史素养研究之原动力	001
第二节 研究思路与方法	010
第三节 本书的结构及内容简介	011
第一章 数学教师数学史素养研究概述	013
第一节 数学史与数学教育关系的研究	013
第二节 国内外关于数学教师数学史素养的研究	016
第三节 数学教师专业发展研究	021
第二章 数学教师数学史素养及其提升的理论基础	025
第一节 个体素质结构论	025
第二节 逻辑与历史的辩证统一关系	026
第三节 数学教学中的历史发生原理	028
第四节 教师信念与教学行为的关系	031
第五节 教师专业发展与 SECI 模型	033
第三章 数学教师数学史素养内涵探析	037
第一节 素养概述	037
第二节 数学教师数学史素养的概念界定	039
第三节 数学教师数学史素养的结构模型和评价初探	046
第四节 数学教师数学史素养的水平划分	048
第五节 数学教师数学史素养与数学教师素养的关系	056

第四章 数学教师数学史素养提升的必要性分析	059
第一节 数学教师的数学史素养在教学中的重要作用	059
第二节 数学教师数学史素养的现状调查与结果分析	091
第五章 数学教师数学史素养提升实验研究(一):实验前期准备	109
第一节 制订实验研究计划	109
第二节 设计个案教师数学史素养提升策略假设	112
第三节 确定实验研究方法	115
第四节 确定实验学校和个案教师	121
第六章 数学教师数学史素养提升实验研究(二):实验过程	124
第一节 实验初个案教师数学史素养状况及对提升策略假设的调整	124
第二节 个案教师数学史素养的提升过程	134
第七章 数学教师数学史素养提升实验研究(三):实验结果分析	173
第一节 实验过程中个案教师数学史素养的变化	173
第二节 实验过程中个案教师在一般专业素养上的变化	179
第三节 实验研究对学生数学学习的影响	183
第四节 数学教师数学史素养提升策略探讨	189
第八章 数学教师数学史素养研究结论、建议与反思	194
第一节 数学教师数学史素养研究结论	194
第二节 数学教师数学史素养研究建议	200
第三节 总结与展望	203
参考文献	206
附 录	211
附录一 高中数学教师数学史素养现状调查问卷	211

附录二	学生数学学习态度调查问卷	218
附录三	《对数》教学的课后访谈与调查	220
附录四	《球的体积公式》教学的课后访谈提纲	222
附录五	《两角和与差的正弦、余弦、正切》教学的课后访谈提纲	224
附录六	《弧度制》教学设计	226
附录七	《研究性学习课题:杨辉三角之美探微》教学设计	231
附录八	《两角和与差的正弦、余弦、正切》教学设计	239
后 记		243

绪 论

本章是本书的前奏,也是整个研究的总揽。绪论将对研究缘起、研究内容、研究意义、研究过程做出宏观描述,同时介绍本书撰写思路及框架结构等。

第一节 数学教师数学史素养研究之原动力

一、研究缘起

(一)数学史与数学教育的关系研究成为近年来数学教育界的热点话题之一

近年来,数学史与数学教育的关系研究已成为数学教育界的热点之一。成立于1972年的数学史与数学教育(History and Pedagogy of Mathematics, HPM)研究小组,每四年要召开一次HPM国际会议,研讨数学史与数学教育的关系,汇报世界各地在数学史与数学教育研究方面的新进展。特别是最近几年,HPM研究更是日益繁荣:HPM方面的学术论文层出不穷;相关的硕士和博士学位论文不断增加;英国的《学校数学》于1998年和2003年、美国《数学教师》于2000年分别出版数学史专刊;2000年,《数学教育中的数学史》一书出版,此书是第一本论述数学史融入数学教育的国际性著作;此后,由日本东洋书店出版的原久美子专著《如何教数学史——数学教学中灵活运用数学史的目的、方法和实践》一书,在数学史与数学教育的关系、数学教学中融入数学史的现状及基本理念、中学和大学数学教学中运用数学史的案例等方面做了较详细的分析;2003年卡茨(Victor J. Katz)和斯怀兹(Frank J. Swetz)在美国国家科学基金资助下,

创办了数学史与数学教育在线杂志 *Convergence: Where Mathematics, History and Teaching Interact* (<http://convergence.mathdl.org>)。

在国际 HPM 研究氛围的影响下,进入 21 世纪以来,我国逐步注重 HPM 研究。2005 年 5 月,由全国数学史学会、西北大学主办的“第一届全国数学史与数学教育会议”在西北大学召开,来自全国近 30 个省市以及部分国外代表共约 150 余人参加了会议。会议探讨了如何将数学史与数学教育相结合,如何在数学教学中运用数学史等议题,并组建我国数学史与数学教育学术团队。随后,2007 年 4 月在河北师范大学、2009 年 5 月在北京师范大学、2011 年 4 月在华东师范大学、2013 年 4 月在海南师范大学相继召开了第二、第三、第四、第五届数学史与数学教育会议,会议规模逐渐扩大,研究的问题逐步加深,与会代表有国内外高等院校、研究机构的专家、教师,也有中小学的一线数学教师,既有德高望重的数学家、数学史家、数学教育家,也有初窥门庭的相关专业研究生。我国部分大学或研究机构也举办了多届汉字文化圈及近邻地区数学史与数学教育国际学术研讨会,一些专家学者在会议上多次呼吁,数学教学应重视并充分发挥数学史的教育价值。同时,国内数学史与数学教育方面的专著也不断增加,如汪晓勤等著的《中学数学中的数学史》、张维忠等著的《文化传统与数学教育现代化》、林永伟等著的《数学史与数学教育》等。总之,数学史与数学教育关系研究已成为一道亮丽的风景线,成为数学教育中富有生机、充满活力的研究领域。

(二) 数学课程标准凸显数学史的教育价值

进入 21 世纪以来,我国进行了规模宏大、轰轰烈烈的第八次课程改革。这次课程改革的核心目标就是改变课程过于重视知识传授的倾向,强调形成积极的学习态度,使获得基础知识与基本技能的过程同时成为学会学习和形成正确价值观的过程。^① 为实现课程改革目标,各学科重新制定了与新课改配套的课程标准。数学课程标准凸显了数学史教育价值,并就数学史方面对教材编写提出了具体要求。

《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》要求不同学段的教材要介绍有关的数学背景知识。例如:

第一学段,教材可以在适当的地方介绍一些有关数学家的故事、数学趣闻与数学史料,使学生了解数学知识的产生与发展首先源于人类生活的需要,体会数学在人类发展历史中的作用,激发学生学习数学的兴趣。建

^① 教育部基础教育司:《走进新课程》,北京师范大学出版社 2002 年版,第 13 页。

议教材中可以呈现如下的数学史料:介绍数的概念的起源;介绍数的原始表示法;通过历史资料使学生体会“0”的双重含义——作为位值制记数法中的空位记号与作为一个独立的数;通过原始社会石器与陶器的几何形状和图案介绍原始人对简单形状与图案的认识,使学生感受到现实生活中充满了图形。^①

第二学段,教材要注重体现数学的文化价值,在适当的地方插入一些有关数学发现与数学史的知识,丰富学生对数学发展的整体认识,对后续学习起到一定的激励作用;介绍历史上各种记数法,使学生体会十进制制记数法的优越性;通过对古埃及、古希腊及中国古代大数目表示法的介绍与比较,使学生体会现代大数表示法的优越性;介绍历史上各种计算工具,使得学生认识不同的计算工具对数学及对人类日常生活的影响;介绍七巧板的有关史料,特别是古人给出的七巧板构图,使学生感受几何构图的优美和我们祖先的智慧;介绍有关规、矩的历史资料,使学生体会它们在中国古代几何作图及测量中的作用;介绍古代埃及、巴比伦、印度、中国对各种简单几何图形面积和体积的计算结果及其现实背景,使学生进一步体会几何与人类生活经验和实际需要的密切关系;介绍与天气预测和保险业有关的资料,使学生了解概率问题的现实来源和历史上的统计工作,体会统计思想和方法的现实背景。^②

第三学段,教材应当包含一些史料,使学生体会数学在人类发展历史中的作用和价值。可以穿插介绍代数及代数语言的历史,并将促成代数兴起与发展的重要人物和有关事迹的图片呈现在学生的面前,也可以介绍一些有关正负数和无理数的历史,一些重要符号的起源与演变,与方程及其解法有关材料,函数概念的起源、发展与演变等内容;介绍欧几里得《原本》,使学生初步感受几何演绎体系对数学发展和人类文明的价值;介绍勾股定理的几个著名证法及其有关的一些著名问题,使学生感受数学证明的灵活、优美与精巧,感受勾股定理的丰富文化内涵;介绍机器证明的有关内容及我国数学家的突出贡献;简要介绍圆周率 π 的历史,使学生领略与 π 有关的方法、数值、公式、性质的历史内涵和现代价值;结合有关教学内容介绍古希腊及中国古代的割圆术,使学生初步感受数学的逼近思想以及数学在不同文化背景下的内涵;作为数学欣赏,介绍尺规作图与几何三大难

① 中华人民共和国教育部:《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》,北京师范大学出版社2001年版,第63页。

② 同上,第78—79页。

题、黄金分割、哥尼斯堡七桥问题等专题,使学生感受其中的数学思想方法,领略数学命题和数学方法的美学价值;介绍一些有关概率论的起源、掷硬币试验、布丰(D. Buffon)投针问题与几何概率等历史事实,统计与概率在密码学等方面的应用,使学生对人类把握随机现象的历程有一个了解,对于学生进一步学习与发展有一定的激励作用。^①

《义务教育数学课程标准(2011年版)》指出:数学文化作为教材的组成部分,应渗透在整套教材中。为此,教材可以适时地介绍有关背景知识,包括数学在自然与社会中的应用,以及数学发展史的有关材料,帮助学生了解人类发展中数学的作用,激发学习数学的兴趣,感受数学家治学的严谨,欣赏数学的优美。^②

《普通高中数学课程标准(实验)》把数学史提到了更为重要的位置。它不仅要求教材适当介绍数学的历史、应用和发展趋势,数学科学的思想体系,数学家的创新精神等,还要求单独设立“数学史选讲”等专题选修课程。^③ 建议教学中,尽可能结合高中数学课程的内容,介绍一些对数学发展起重大作用的历史事件和人物,反映数学在人类社会进步、人类文明建设中的作用,以及社会发展对数学发展的促进作用。例如,在几何教学中,教师可以向学生介绍欧几里得建立公理体系的思想方法对人类理性思维、数学发展、科学发展、社会进步的重大影响;在解析几何、微积分教学中,可以向学生介绍笛卡儿(Rene Descartes)创立的解析几何,牛顿(Isaac Newton)、莱布尼茨(G. W. Leibniz)创立的微积分,以及它们在文艺复兴后对科学、社会、人类思想进步的推动作用等。

课程标准是教材编写的依据。在数学课程标准的指导下,各版本数学教材增加了数学史的分量。通过对人教版《义务教育课程标准实验教材数学》(七年级上册—九年级下册)、《普通高中课程标准实验教科书数学》(必修)A版中数学史的调查分析发现,教材中的数学史在数量上有所增加,选材的视角也有所拓展。^④ 有人曾对浙教版数学教科书内容分析表明:数

① 中华人民共和国教育部:《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》,北京师范大学出版社2001年版,第98—99页。

② 中华人民共和国教育部:《义务教育数学课程标准(2011年版)》,北京师范大学出版社2012年版,第63页。

③ 中华人民共和国教育部:《普通高中数学课程标准(实验)》,人民教育出版社2003年版,第4页。

④ 刘超:《人教版初中、高中数学教材中数学史的调查分析》,《基础教育》2011年第2期,第99—105页。

学史在新教材中的比重明显变大。^①由此可见,无论课程标准的要求,还是教科书编写的现状,相对于以前,数学史的教育价值都得到了明显体现。

(三) 数学史在当前数学教学中普遍存在“低运用”现象

从上述两点可以看出,许多专家学者对数学史的教育价值倍加赏识,数学课程标准重视数学史的教育价值。但反观中小学数学教学实践,却发现一线数学教师对数学史的“冷淡”与专家学者对数学史的“倾心”形成很大反差。许多教师对教材中的数学史料常常是一提带过,甚至打入“冷宫”。数学史,对广大数学教师来说,往往是“听起来重要,用起来次要,忙起来不要”。

有人通过调查发现,数学史尚未引起中小学数学教师的足够重视。教学中,只有 40% 左右的教师主动将教材中的数学史料穿插在课堂上讲解,有 40% 的教师要求学生课外阅读,而至少有 20% 的教师从未对学生进行这方面的指导。^②也有人采访一些高中教师发现,随着课程改革的不断深入,这些教师对数学史走进新课程的认识和主动应用意识增强了,但谈到数学史在高中数学教学中的应用情况,却很难回忆起有关的案例。他们除了引发兴趣或德育的需要,对数学史进入数学课程的意义缺乏深刻的理解,对如何使用数学史普遍感到困惑。调查中发现,38% 的教师从未自觉地在教学中运用数学史,对教材中涉及的阅读材料或不予理睬或安排学生自己阅读。^③包吉日本图对呼和浩特市 9 所学校的 90 名中学数学教师的调查结果是,多数教师认为数学教学中有必要融入数学史,但是,他们在课堂教学中数学史的应用却不尽如人意,除 6.1% 的教师经常应用数学史外,高达 93.9% 的教师偶尔应用或不用。也就是说,多数中学数学教师虽然认可数学史的重要性,但在教学实践中却很少应用。^④

由此可见,当前中学数学教材虽已加大数学史的渗透,高中教材也增设了“数学史选讲”,但数学史在中学教学中并没有得到应有的重视,多数一线数学教师在教学中总是以各种理由拒绝或尽量少用数学史。因高中

① 仓万林:《新课程中数学史教学初探》,《中学数学教与学》2007 年第 12 期,第 6—7 页。

② 李群英:《高中数学教师和高一新生数学史素养调查与分析》,http://e.jkmschool.net/maths/Article/showArticle.asp?ArticleID=1。

③ 李红婷:《课改新视域:数学史走进新课程》,《课程·教材·教法》2005 年第 9 期,第 51—54 页。

④ 包吉日本图:《中学数学教学中融入数学史的调查研究》,内蒙古师范大学 2007 年硕士学位论文,第 15 页。