数学奥林匹克入门

（修订本）

广州市小学数学奥林匹克业余学校编

广东教育出版社

数学奥林匹克入门

（修订本）

广州市小学数学奥林匹克业余学校编

广 东 教 育 出 版 社

数学奥林匹克入门
（修订本）
广州市小学数学奥林匹克业余学校编
*
广东教育出版社出版发行
广 东 省 新 华 书 店 经 销
广东肇庆新华印刷厂印刷
（肇庆市郊狮岗）
787×1092 毫米 32 开本　6.125 印张　130,000 字
1994 年 3 月第 1 版　　1995 年 12 月第 2 版
1997 年 3 月第 3 版　　1997 年 3 月第 3 次印刷
印数 16801—31800 册
ISBN 7—5406—2088—9/G·2064
定价 6.35 元

前　言

数学是一门具有高度的抽象性、严密的科学性和广泛的应用性的科学. 数学是思维的体操. “数学奥林匹克”也逐渐为广大的小学数学爱好者所熟悉.

1959 年至今，已举办了 35 届国际数学奥林匹克. 我国是从 1972 年开始参加这一竞赛的，并连续取得优异成绩. 小学数学奥林匹克是国际数学奥林匹克不断发展的必然产物.

近年来，小学数学竞赛方兴未艾. “华罗庚金杯”少年数学邀请赛、全国小学奥林匹克、“从小爱数学”邀请赛等，吸引了全国千百万小学生. 从小爱数学，从小赛数学已在全国蔚然成风.

世界著名数学家陈省身教授曾预言：“21 世纪中国将成为数学大国.”为提高全民族的数学思维水平，为培养 21 世纪杰出的中国数学家和科学人才，小学数学奥林匹克教育正在全国蓬勃发展.

广州市小学数学奥林匹克业余学校自 1988 年开办以来，培训了数千名小学数学爱好者. 这些小学数学爱好者立下了到数学王国驰骋的雄心壮志，迈出了走向国际数学奥林匹克的第一步. 第三届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛中，广州队荣获团体第五名，其中两位小学生的平均分名列全国之冠. 这两位小学生都是“奥校”的学员.

在小学数学奥林匹克业余学校的办学实践中，我们积累

了一些资料，总结了一些经验．同时，我们也感到目前所见到的数学竞赛辅导书籍，多为面向六年级学生，面向全国性较高层次的竞赛，而适合作为地区性四、五年级数学竞赛辅导用的书则很少见．我们感到应当为小学四、五年级数学爱好者，编写一本为参加数学竞赛作准备的参考书．经过努力，现终于编写出来了．希望这本书能使小学数学爱好者对数学奥林匹克有个初步认识，同时也希望这本书能帮助他们在地区性数学竞赛（如"育苗杯"小学数学竞赛、广州市小学五年级数学竞赛）中取得优异的成绩．

本书的每讲中都精选了典型的例题，并作了分析与讲解．在每讲后面附有练习题，并附有答案与提示，以便读者判别正误．本书还汇集了近年来广州市小学数学奥林匹克学校入学考试试题，并对试题作了解答与说明（1995 年因故未进行统一入学考试）．为了训练思维，提高参赛能力，还设计了"综合练习"．

本书由黄敬恩主编，张广荣、袁沛辉、何家仁、麦学诚、陈炫芝等人编写．全书由黄敬恩统审．编写过程中，我们参阅了许多小学数学竞赛辅导方面的书籍，选用了一些竞赛题作为例题与习题，我们对这些书籍的作者和编辑表示谢意．

我们尽了很大努力来编写这本书，希望这本书能成为小学数学爱好者的好朋友，成为老师和家长的好参谋．我们的水平有限，书中疏漏与不足之处，请读者批评指正．

编　者

1996 年 12 月

目 录

一、速算与估算

（麦学诚）

速算又叫做简便运算．根据已学过的法则、运算定律和运算性质，通过合理地改变原来的运算顺序或运算种类，充分运用数据的某些特性，达到计算迅速而又正确的目的．下面介绍一些竞赛中常用的速算方法．掌握了这些方法，并能灵活运用，就可以算得快，算得巧．

例 1 计算下面各题．

（1） $38+476+4284+524+62+5716$

（2） $1992+1991-1990+1989-1988+1987-1986+1985-1984+1983-1982$

（3） $125\times5\times8\times25\times2\times4$

分析：计算这三题时，如果按照算式的顺序逐步计算是比较麻烦的，若根据运算规律对式中的数及运算作适当的分组，是可以达到简便运算的目的的．

解：（1）原式$=(38+62)+(476+524)+(4284+5716)$

$=100+1000+10000$

$=11100$

（2）原式$=1992+(1991-1990)+(1989-1988)+(1987-1986)+(1985-1984)+(1983-1982)$

$=1992+5$

$=1997$

(3)原式$=(125\times8)\times(5\times2)\times(25\times4)$

$=1000\times10\times100$

$=1000000$

例 2 计算下面各题.

(1) $978\times99+978$

(2) $1992+999+1992\times999$

(3) $999\times999+1999$

分析：978×99 表示 99 个 978，(1) 式表示 99 个 978 加上 1 个 978，得 100 个 978，这里用的规律是乘法分配律. 其余两题都可以灵活运用乘法分配律进行速算.

解：(1) 原式$=978\times99+978\times1$

$=978\times(99+1)$

$=97800$

(2) 原式$=1992\times1+1992\times999+999$

$=1992\times(1+999)+999$

$=1992999$

(3) 原式$=999\times999+999+1000$

$=999\times(999+1)+1000$

$=999\times1000+1000\times1$

$=(999+1)\times1000$

$=1000000$

有些特殊的数组合成一个算式，可以得到有利于速算的结果，如果记住一些这一类特殊组合的算式，在计算时灵活地运用，也可以帮助我们速算. 例如 $34\times3=102$，在计算 34×87 时，因为 $87=29\times3$，$34\times87=(34\times3)\times29=2958$，

（304×3 是 102，102×29＝100×29＋2×29＝2900＋58＝2958，这个数的前两位数字是 29，后两位数字 58 是 29 的 2 倍），又如 67×3＝201，67×87＝5829（前两位数字 58 是 29 的 2 倍，后两位数字是 29），等等．这一类特殊的算式还有：

7×11×13＝1001；

37×3＝111；

12345679×9＝111111111；

123456789×9＝1111111101；等等．

例 3　计算下面各题．

（1）　22×24×26×28

（2）　7777777707÷63

（3）　44444444×66666666÷88888888

分析：（1）和（2）两式中的数适当地分解再重新组合计算，可以利用上述的特殊组合进行速算．

解：（1）原式＝（11×2）×24×（13×2）×（7×4）

＝（11×13×7）×（2×24×2×4）

＝1001×384

＝384384

（2）原式＝（1111111101×7）÷（9×7）

＝1111111101÷9

＝123456789

（3）原式＝44444444×2×33333333÷88888888

＝33333333

例 4　计算下面各题．

（1）　96＋997＋9998＋99999

（2）0.9999＋0.999＋0.99＋0.9

分析：在计算时，“凑整”也能加快计算的速度．(1)的四个数，分别增加4、3、2、1，就成为100+1000+10000+100000，从这个计算的结果减去4+3+2+1的和，就得到所求的答案．(2)的四个数可以都凑成1，但加的结果要减去0.0001+0.001+0.01+0.1的和.

解：(1) 原式$=100+1000+10000+100000-(4+3+2+1)$

$=111100-10$

$=111090$

(2) 原式$=1+1+1+1-(0.0001+0.001+0.01+0.1)$

$=4-0.1111$

$=3.8889$

在解决某些实际问题的过程中，有时只要求估计答案是属于什么范围内的数，不需要完整地计算出准确的结果．另外，正确地进行估算在数学竞赛中也是必须具备的技能.

例5 计算12345678910111213÷31211101987654321，它的小数点后前三位数字是多少？(1991年小学数学奥林匹克初赛试题)

分析：被除数和除数都是17位数，要完整地进行计算十分繁琐，题中只要求小数点后的前三位数字，由于除数首位比被除数大，可以断定商的整数部分是0. 在试商中，除数位数愈高，对商的大小影响愈大，而除数从第四位往后几个数字是1和0，因此，按除数前四位取不足近似值和过剩近似值分别求商，可能得到符合要求的数.

解：把原式被除数和除数的小数点都往左边移动13位

(即缩小同数倍)，商不变. 原式可变成1234.567…÷3121.11…这个式子除数取不足近似值3121除被除数，商比原式稍大，除数取过剩近似值3122除被除数，商比原式稍大.

1234.567…÷3121=0.3955…

1234.567…÷3122=0.3954…

原式的商在0.3954…和0.3955…之间，可以断定，小数点后前三位数字是395.

例6 有三十个数：1.95，1.95+0.01，1.95+0.02，1.95+0.03…1.95+0.29. 把这三十个数的整数部分相加，和是多少?

分析：这三十个数的后29个，都是两个数的和，因此，整数部分的和，除了已看到的每个数都有个整数部分1以外，还要考虑小数部分相加的和达到1以上的情况.

解：每个数的1.95的整数部分1的和为30，小数部分0.95加0.05也得1，从第6个数到第30个数，每个数的小数部分的和都大于1，小于2，所以三十个数的整数部分相加，和是30+25=55.

在一些数学竞赛题中，除了已有的运算(即四则运算)外，另外再用一些新的符号表示规定的新的运算法则，我们把这种问题称为定义新运算问题.

解定义新运算问题的关键，在于紧紧抓住新的运算法则，通常先把新运算转化为通常的四则运算. 如果所定义的新运算比较复杂，则应首先从中找出规律，再按规律进行计算.

例7 P、Q表示两个数，P * Q=(P+Q)÷2，求3 * (6 * 8).

分析：按照已有的运算顺序，当然应先算小括号里的6 * 8，按规定的法则转化为（6+8）÷2，然后用同样的方法算括号外的.

解：　3 * （6 * 8）

=3 * 〔（6+8）÷2〕

=3 * 7

=（3+7）÷2

=5

例8　如果2▽3=2+3+4，5▽4=5+6+7+8. 按此规则计算　7▽4.

解：由题目给出的两个式子，可知▽的运算规则是求n个连续自然数的和. 在▽左边的数是几个连续自然数中的第一个数，右边是连续自然数的个数. 所以：

7▽4=7+8+9+10=34.

例9　如果1！=1，2！=1×2，3！=1×2×3，4！=1×2×3×4…求（12!）÷（10!）

解：　（12!）÷（10!）

=（1×2×3×…×10×11×12）÷（1×2×3×…×10）

=11×12

=132

练　习

1. 计算.

(1) $460+847+1259+153+4741+540$

(2) $2000-125-125-125-125-25-25-25-25$

(3) $4.98\times5.34+4.98\times3.66+4.98$

(4) $47+99\times96+49$

(5) $1992+199.2+19.92+1.992$

2. 计算.

(1) 48×34

(2) 67×69

(3) $10\times11\times12\times13\times14$

(4) $39\times49\times99$

(5) $128+64+32+16+8+4+2+1$

3. 计算式子.

$$(\underbrace{99\cdots9}_{1992\text{个}9}\times\underbrace{99\cdots9}_{1992\text{个}9}+\underbrace{99\cdots9}_{1992\text{个}9})\times[(\underbrace{99\cdots9}_{1992\text{个}9}+1)\div1\underbrace{00\cdots0}_{1992\text{个}0}]$$

所得结果的末尾共有几个0?

4. 设 $a*b$ 表示a的3倍减去b的2倍，即 $a*b=3a-2b$，例如当 $a=6$，$b=5$ 时 $6*5=3\times6-2\times5=8$，计算

(8＊5) ＊6.

5. 如果$\boxed{2}$＝5＋5，　$\boxed{3}$＝5＋5＋5，

$\boxed{4}$＝5＋5＋5＋5…试求（$\boxed{13}$＋$\boxed{9}$）÷5.

二、数 字 谜

（何家仁）

我们常常会遇到猜谜游戏似的数学问题：题目给出某个算术运算式子，可是式中缺少某些数字，要求我们确定出这些缺少的数字，把整个运算式子补充完整，因而人们称这类问题为数字谜．通过观察、分析、判断、推理等途径和手段，这些谜是可以解开的．分析问题时，往往要把推理、“拼凑”和“尝试”等方法灵活结合起来，从而加快解题的速度．

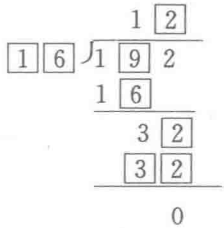
例 1 在下式的每一“□”内填入一个数字，使算式成立．

$$\begin{array}{r} 1\square \\ \square\square\overline{)1\square 2} \\ 1\square \\ \hline 3\square \\ \square\square \\ \hline 0 \end{array}$$

分析：解决这类问题，要善于找到解题的突破口．先考虑除数的十位方框中的数字，以它为解题的突破口．

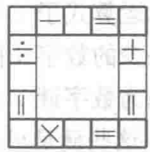
由除式中得“□□×1＝1□”，因此，除数的十位方框应填入 1．又由除式下半部的数的关系得，下半部的数应为“32－32＝0”，且从算式中关系“32÷1□＝□”得这算式的第 1 个方框应填入 6，第 2 个方框应填入 2．

这样，便得除数的个位方框应填入 6，商的个位方框应填入 2. 其它方框中的数字便不难填入了.



解：先找突破口，除数十位上的数字是 1. 然后逐个方框确定填入数字，如右式.

例 2 将 1 、2 、3 、4 、5、6 、7 、8 八个数，分别填入图中八个空格中，使图中四边正好组成加、减、乘、除四个算式.



分析：处于特殊地位的数，常常是问题的突破口. 由乘法算式、除法算式、乘除间的关系得“积＝因数×因数”，“被除数＝商×除数”，因此乘法算式中的积和除法算式中的被除数一定要能分解成两个不同的因数（不能是 1）. 而在这 8 个数中，符合这要求的只有 6、8（$6=2\times3$，$8=2\times4$），这可作为问题的突破口.

如果 6 为被除数，则将 8 作为积作为一种情况分析、讨论下去；如果 8 为被除数，6 为积又作为一种情况分析、讨论下去. 这样，问题便可获得解决.

解：被除数先填入 6，积填入 8 得解答（1）；被除数先填入 8，积填入 6 得解答（2）.

善于找准突破口是解题的关键. 如果第一个数填错了，就会被引入歧途，到头来还得回头重新考虑. 从不同的角度可找到不同突破口. 如例 2，我们可以先考虑 5、7，它们不能出现在乘、除算式中，那只能在加、减算式中，只能在减数和加数两个位置上分别占其一个，那么，接下来其它空格填