考试用书

2015 执业资格考试丛书

勘察设计注册工程师公共基础考试应试指南（含2010～2014年真题）

按新《勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试大纲》编写

2015

兰定筠　杨利容　主编

中国建筑工业出版社

执业资格考试丛书

勘察设计注册工程师
公共基础考试应试指南

（含2010～2014年真题）

按新《勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试大纲》编写

兰定筠　杨利容　主编

中国建筑工业出版社

图书在版编目（CIP）数据

勘察设计注册工程师公共基础考试应试指南：含 2010～2014 年真题/兰定筠，杨利容主编. —北京：中国建筑工业出版社，2015.4

（执业资格考试丛书）

ISBN 978-7-112-18015-8

Ⅰ.①勘… Ⅱ.①兰…②杨… Ⅲ.①建筑工程-地质勘探-工程师-资格考试-自学参考资料 Ⅳ.①TU19

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 065423 号

本书是依据 2009 年新《勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试大纲》的规定和新规范编写而成的，本书全面系统、简明扼要地复习了公共基础考试大纲要求的考试科目的重点内容，讲述了如何复习、理解各考试科目的基础理论，并准确地应用于考试题目的解答，阐述了考试题目的详细解答过程、解题规律和计算技巧。全书共十二章，第一章至第十章包括数学、物理学、化学、理论力学、材料力学、流体力学、信号与信息和计算机基础、电工电子技术、工程经济、法律法规，每章均按考试大纲规定、重点内容、解题指导、应试题解进行编写；第十一章和第十二章为模拟试题和真题、答案与详细解答过程。

本书可供参加勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试的考生考前复习使用，也可供高校相关专业大学生学习、参考。

责任编辑：刘瑞霞

执业资格考试丛书

勘察设计注册工程师公共基础考试应试指南（含 2010～2014 年真题）

兰定筠 杨利容 主编

*

中国建筑工业出版社出版、发行（北京西郊百万庄）

各地新华书店、建筑书店经销

北京红光制版公司制版

北京市密东印刷有限公司印刷

*

开本：787×1092 毫米 1/16 印张：60½ 字数：1468 千字

2015 年 4 月第一版 2015 年 4 月第一次印刷

定价：**130.00** 元

ISBN 978-7-112-18015-8

（27192）

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题，可寄本社退换

（邮政编码 100037）

前　言

本书的编写依据是2009年新《勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试大纲》的规定和新规范，本书全面系统、简明扼要地复习了勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试大纲要求的考试科目的主要内容和重点内容。全书讲述了如何复习、理解和掌握各考试科目的基础理论和新规范，并准确地应用于考试题目的解答，阐述了考试题目的详细解答过程、解题规律和解题技巧。本书第一章至第十章的每章内容按新“考试大纲”的规定、重点内容、解题指导、应试题解进行编写。本书编写特色如下：

1. 各章的重点内容，是根据新“考试大纲”的规定，对各考试科目的内容进行简明扼要的重点复习，对各考试科目的基本概念、基础理论、计算公式等进行了分析、归纳和总结。同时，在讲述基本概念与理论时，针对每一个知识点及其难点，结合典型例题进行阐述该知识点的具体应用，以加深读者对该知识点的理解、掌握和应用，特别地讲述了应用该知识点解题时应注意事项。

2. 各章的解题指导，是结合历年考试真题，分析复习与解题之间的相互关系，讲述如何准确地应用各科知识点进行解题，对解题规律和解题技巧进行归纳、总结和整理，以提高读者解题能力。

3. 各章的应试题解，是结合历年考试真题而编写的复习题目，对涉及计算求解的复习题目，如数学、物理学、化学、理论力学、材料力学、流体力学、电工电子技术、工程经济，详细地讲述了具体的解答过程（包括解答依据、解答步骤和解答结果），以全面提高应用各科知识点的解题能力。

4. 各章的例题和复习题目，具有典型性、代表性、全面性，题目的数量和类型较多，并且给出了详细的解答过程，以提高读者应试能力。

5. 第十一章和第十二章为模拟试题和真题、答案与详细解答过程，通过模拟考试现场，认真评估自我的复习水平和应试能力，从而取得考试成功。

罗刚、黄音、徐波、杨莉琼、刘福聪、黄小莉、吴学伟、王德兵、梁怀庆、王龙、谢伟、谢应坤参与了本书的编写。

本书编写中参阅了全国勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试历年考试真题和有关文献资料，在此一并致谢。

由于本书编者水平有限，难免存在不妥或错误之处，恳请广大读者及专家批评指正。

读者在阅读过程中，如果遇到什么疑难问题或对本书有任何意见、建议的，可直接与作者联系，联系方式：LanDJ321@163.com，我们将及时回答您的问题。

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章　数　　学

第一节　空 间 解 析 几 何

一、《考试大纲》的规定

向量的线性运算；向量的数量积、向量积及混合积；两向量垂直、平行的条件；直线方程；平面方程；平面与平面、直线与直线、平面与直线之间的位置关系；点到平面、直线的距离；球面、母线平行于坐标轴的柱面、旋转轴为坐标轴的旋转曲面的方程；常用的二次曲面方程；空间曲线在坐标面上的投影曲线方程。

二、重点内容

1. 向量代数

掌握向量的概念、向量的加减法、向量与数量的乘积、向量的坐标、向量的数量积与向量积。

（1）向量的加减法运算规律

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}；(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})；$$
$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$$

（2）向量与数量的乘积运算规律

$$\lambda(\mu\boldsymbol{a})=\mu(\lambda\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}；(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}；$$
$$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$$

（3）向量的坐标

向量 $\boldsymbol{a}=\overrightarrow{M_1M_2}$是以 $M_1(x_1, y_1, z_1)$为起点，$M_2(x_2, y_2, z_2)$为终点的向量，则向量 $\boldsymbol{a}$ 用坐标表达式为：

$$\boldsymbol{a}=\overrightarrow{M_1M_2}=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}+(z_2-z_1)\boldsymbol{k}$$

或
$$\boldsymbol{a}=(x_2-x_1, y_2-y_1, z_2-z_1)$$

向量的模。设非零向量 $\boldsymbol{a}=(a_x, a_y, a_z)$，$a$ 与三条坐标轴正向的夹角分别为 α、β、γ，即方向角，则有：

$$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$
$$\cos\alpha=\frac{a_x}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}=\frac{a_x}{|\boldsymbol{a}|}；\cos\beta=\frac{a_y}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}=\frac{a_y}{|\boldsymbol{a}|}$$
$$\cos\gamma=\frac{a_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}=\frac{a_z}{|\boldsymbol{a}|}$$
$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$$

向量在轴上的投影，向量 $\boldsymbol{a}$ 在轴 u 上的投影（记作 $prj_u\boldsymbol{a}$）等于向量 $\boldsymbol{a}$ 的模乘以轴与向量 $\boldsymbol{a}$ 的夹角 $\boldsymbol{\varphi}$ 的余弦，即：

$$prj_u\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|\cos\varphi$$

有限个向量的和在轴上的投影等于各个向量在该轴上的投影的和，即：

$$prj_u(\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\cdots+\boldsymbol{a}_n)=prj_u\boldsymbol{a}_1+prj_u\boldsymbol{a}_2+\cdots+prj_u\boldsymbol{a}_n$$

(4) 向量的数量积与向量积

设向量 $\boldsymbol{a}=(a_x, a_y, a_z)$，$\boldsymbol{b}=(b_x, b_y, b_z)$，向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\theta(0\leqslant\theta\leqslant\pi)$，则有：

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta=|\boldsymbol{a}|prj_a\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{b}|prj_b\boldsymbol{a}$$

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$$

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=(a_yb_z-a_zb_y, a_zb_x-a_xb_z, a_xb_y-a_yb_x)$$

或

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$$

$$|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\sin\theta$$

向量的数量积可应用于：求向量的模；判定两向量是否垂直，即：$a\perp b$，其充要条件是 $a\cdot b=0$。

向量的向量积可应用于：求面积；判定两向量是否平行，即：$a/\!/b$，其充要条件是 $a\times b=0$，或存在常数 λ，使得 $a=\lambda b$。

【例 1-1-1】 已知两点 $A(4, 0, 5)$ 和 $B(7, 1, 3)$，则与 $\overrightarrow{AB}$ 一致的单位向量为(　　)。

A. $\left(\frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}, -\frac{2}{\sqrt{14}}\right)$　　B. $\left(\frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}\right)$

C. $\left(-\frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}, -\frac{2}{\sqrt{14}}\right)$　　D. $\left(-\frac{3}{\sqrt{12}}, \frac{1}{\sqrt{12}}, -\frac{2}{\sqrt{12}}\right)$

【解】 因为 $\overrightarrow{AB}=(7-4, 1-0, 3-5)=(3, 1, -2)$

则：$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{3^2+1^2+(-2)^2}=\sqrt{14}$

设 $\boldsymbol{a}^\circ$ 为与 $\overrightarrow{AB}$ 方向一致的单位向量，则有：

$$\boldsymbol{a}^\circ=\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}=\left(\frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}, -\frac{2}{\sqrt{14}}\right)$$

所以应选 A 项。

【例 1-1-2】 已知三点 $M_1(1, 1, 1)$、$M_2(2, 2, 1)$ 和 $M_3(2, 1, 2)$，则向量 $\overrightarrow{M_1M_2}$ 与 $\overrightarrow{M_1M_3}$ 的夹角 θ 为(　　)。

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{6}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

【解】 由条件可得：$\overrightarrow{M_1M_2}=\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$，$\overrightarrow{M_1M_3}=\boldsymbol{i}+\boldsymbol{k}$

则有：$\overrightarrow{M_1M_2}\cdot\overrightarrow{M_1M_3}=1\times1+1\times0+0\times1=1$

$$|\overrightarrow{M_1M_2}|=\sqrt{1^2+1^2+0^2}=\sqrt{2},\qquad|\overrightarrow{M_1M_3}|=\sqrt{1^2+0^2+1^2}=\sqrt{2}$$

由向量的数量积的定义，则：

$$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{M_1M_2}\cdot\overrightarrow{M_1M_3}}{|\overrightarrow{M_1M_2}||\overrightarrow{M_1M_3}|}=\frac{1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$$

则$\overrightarrow{M_1M_2}$与$\overrightarrow{M_1M_3}$的夹角为：$\theta=\frac{\pi}{3}$，所以应选 B 项。

【例 1-1-3】 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,1,2)$，$\boldsymbol{b}=(4-2\lambda,-1-\lambda,10-2\lambda)$，且向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 垂直，则 λ 为(　　)。

A. -3　　B. 3　　C. -2　　D. 2

【解】 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 垂直的充要条件是：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$

由向量的数量积的定义及其应用可知：

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=8-4\lambda+(-1-\lambda)+20-4\lambda=0$$

解之得：$\lambda=3$，所以应选 B 项。

【例 1-1-4】 已知三角形 ABC 的顶点是 $A(1,2,3)$、$B(3,4,5)$和 $C(2,4,7)$，则角 A 的正弦值为(　　)。

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

【解】 由条件可得：$\overrightarrow{AB}=(2,2,2)$，$\overrightarrow{AC}=(1,2,4)$

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\2&2&2\\1&2&4\end{vmatrix}=4\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j}+2\boldsymbol{k}$$

由向量的向量积的定义，则：

$$\sin\angle A=\frac{|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}|\ |\overrightarrow{AC}|}=\frac{\sqrt{4^2+(-6)^2+2^2}}{\sqrt{2^2+2^2+2^2}\sqrt{1^2+2^2+4^2}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$$

所以应选 C 项。

【例 1-1-5】 已知三角形 ABC 的顶点是 $A(3,4,5)$、$8(6,7,8)$和 $C(4,6,8)$，则三角形 ABC 的面积为(　　)。

A. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$　　B. $\frac{3\sqrt{6}}{4}$　　C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

【解】 由条件可得：$\overrightarrow{AB}=(3,3,3)$，$\overrightarrow{AC}=(1,2,3)$

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\3&3&3\\1&2&3\end{vmatrix}=3\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$$

由向量积的定义，可知：

$$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|\overrightarrow{AC}|\sin\angle A=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|$$

$$S_{\triangle ABC}==\frac{1}{2}|3\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}|=\frac{1}{2}\sqrt{3^2+(-6)^2+3^2}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$$

所以应选 A 项。

2. 平面

掌握平面的点法式方程、平面的一般方程、平面的截距式方程、两平面的夹角、空间一点到某平面的距离。

(1) 平面的点法式方程

设 $M_0(x_0,y_0,z_0)$是平面 π 上的任一点，平面 π 的法向量 $\boldsymbol{n}=(A,B,C)$，则平面 π

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

的方程为：

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

（2）平面的一般方程

设平面 π 的法向量 $\boldsymbol{n}=(A, B, C)$，则平面 π 的一般方程为：

$$Ax+By+Cz+D=0$$

（3）平面的截距式方程

设平面 π 与 x，y，z 轴分别交于 $P(a, 0, 0)$、$Q(0, b, 0)$ 和 $R(0, 0, c)$ 三点（其中 $a\neq0$，$b\neq0$，$c\neq0$），则平面 π 的截距式方程为：

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

（4）两平面的夹角

平面 π_1：$A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ 和平面 π_2：$A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$，则平面 π_1 和 π_2 的夹角 θ（通常指锐角）为：

$$\cos\theta=\frac{|\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2|}{|\boldsymbol{n}_1|\,|\boldsymbol{n}_2|}=\frac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$$

π_1 与 π_2 互相垂直相当于 $A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$

π_1 与 π_2 互相平行相当于 $\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}$

（5）点到平面的距离

空间一点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ 到平面 $Ax+By+Cz+D=0$ 的距离 d 为：

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

【例 1-1-6】 经过三点 $M_1(2, -1, 4)$、$M_2(-1, 3, -2)$ 和 $M_3(0, 1, 2)$ 的平面方程是（　　）。

A. $2x-3y-z-5=0$　　　　B. $2x-3y-z+11=0$

C. $2x+3y+z-5=0$　　　　D. $2x-3y+z+11=0$

【解】 先求出该平面的法线向量 $\boldsymbol{n}$，由 $\overrightarrow{M_1M_2}=(-3, 4, -6)$，$\overrightarrow{M_1M_3}=(-2, 2, -2)$，其向量积为 $\boldsymbol{n}$，即：

$$\boldsymbol{n}=\overrightarrow{M_1M_2}\times\overrightarrow{M_1M_3}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ -3 & 4 & -6\\ -2 & 2 & -2\end{vmatrix}=4\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j}+2\boldsymbol{k}$$

由平面的点法式方程，可得平面的方程为：

$$4(x-2)+6(y+1)+2(z-4)=0$$

即：

$$2x+3y+z-5=0$$

所以应选 C 项。

应注意的是，该题也可采用“检验法”，即将 M_1、M_2、M_3 分别代入 A、B、C、D 选项中，只有 C 项正确。

【例 1-1-7】 一平面通过两点 $M_1(1, 1, 1)$ 和 $M_2(0, 1, -1)$ 且垂直于平面 $x+y+z=0$，该平面的方程是（　　）。

A. $x-y-z+1=0$　　　　B. $x-y+z-1=0$

C. $2x-y-z=0$　　　　D. $2x-y+z=0$

【解】 设所求平面的一个法线向量为：$\boldsymbol{n}=(A, B, C)$

$\overrightarrow{M_1M_2}=(-1, 0, -2)$在所求平面上，故它必与 $\boldsymbol{n}$ 垂直，即有：

$$-A-2C=0$$

又所求平面垂直于已知平面 $x+y+z=0$，则有：

$$A+B+C=0$$

由上述两式可得到：$A=-2C$，$B=C$

由平面的点法式方程可知所求平面的方程为：

$$A(x-1)+B(y-1)+C(z-1)=0$$

将 $A=-2C$、$B=C$ 代入上式，并约去 $C(C\neq0)$：

$$-2(x-1)+(y-1)+(z-1)=0$$

即：$2x-y-z=0$，所以应选 C 项。

应注意的是，该题也可采用“检验法”。

3. 直线

掌握空间直线的一般方程、空间直线的对称式方程与参数方程、两直线的夹角、直线与平面的夹角。

（1）空间直线的一般方程

设空间直线 L 是平面 π_1：$A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ 和平面 π_2：$A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ 的交线，则 L 的一般方程为：

$$\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\\A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases}$$

（2）空间直线的对称式方程与参数方程

设空间直线 L 过点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$，它的一方向向量 $\boldsymbol{s}=(m, n, p)$，则直线 L 的对称式方程为：

$$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$$

直线 L 上点的坐标 x，y，z 用另一变量 t（称为参数）的函数来表达，如设：

$$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}=t$$

则 $$\begin{cases}x=x_0+mt\\y=y_0+nt\\z=z_0+pt\end{cases}$$

上述方程组称为直线 L 的参数方程。

（3）两直线的夹角

设有直线 L_1：$\dfrac{x-x_1}{m_1}=\dfrac{y-y_1}{n_1}=\dfrac{z-z_1}{p_1}$ 和直线 L_2：$\dfrac{x-x_2}{m_2}=\dfrac{y-y_2}{n_2}=\dfrac{z-z_2}{p_2}$，则直线 L_1 和 L_2 的夹角 φ（通常指锐角）为：

$$\cos\varphi=\frac{|\boldsymbol{s}_1\cdot\boldsymbol{s}_2|}{|\boldsymbol{s}_1||\boldsymbol{s}_2|}=\frac{|m_1m_2+n_1n_2+p_1p_2|}{\sqrt{m_1^2+n_1^2+p_1^2}\cdot\sqrt{m_2^2+n_2^2+p_2^2}}$$

直线 L_1 和 L_2 互相垂直相当于 $m_1m_2+n_1n_2+p_1p_2=0$

直线 L_1 和 L_2 互相平行相当于$\frac{m_1}{m_2}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{p_1}{p_2}$

(4) 直线与平面的夹角

设有直线 L：$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$和平面 π：$Ax+By+Cz+D=0$，则直线 L 与平面 π 的夹角 φ(通常指锐角)为：

$$\sin\varphi=\frac{|Am+Bn+Cp|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\sqrt{m^2+n^2+p^2}}$$

直线与平面垂直相当于$\frac{A}{m}=\frac{B}{n}=\frac{C}{p}$

直线与平面平行或直线在平面上相当于 $Am+Bn+Cp=0$

【例 1-1-8】 过点 $A(1,-2,4)$且与平面 $2x-3y+z-4=0$ 垂直的直线的方程是(　　)。

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{3}=z-4$　　B. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=z-4$

C. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{-3}=z-4$　　D. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=z-4$

【解】 由条件可知，所求直线的方向向量与已知平面的法线向量$(2,-3,1)$一致，则可得所求直线的方程为：

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-4}{1}$$

所以应选 D 项。

【例 1-1-9】 过直线$\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{2}$和直线$\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-1}{2}$的平面方程为(　　)。

A. $2y-3z+5=0$　　B. $x+2y+z=0$

C. $2y+3z-5=0$　　D. $2x+2y+z=0$

【解】 由条件可知，已知两条直线平行，其方向向量均为 $\boldsymbol{n}'=(2,3,2)$，且分别过点 $A(-1,2,3)$和 $B(3,-1,1)$，则所求平面的法线向量 $\boldsymbol{n}$ 同时垂直于 $\boldsymbol{n}'$和$\overrightarrow{AB}$，即：

$$\boldsymbol{n}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ 2 & 3 & 2\\ 4 & -3 & -2\end{vmatrix}=12\boldsymbol{j}-18\boldsymbol{k}$$

所求平面的方程为：

$$12(y-2)-18(z-3)=0$$

即：$2y-3z+5=0$，所以应选 A 项。

【例 1-1-10】 过点 $A(2,1,3)$且与直线$\frac{x+1}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-1}$垂直相交的直线方程是(　　)。

A. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-3}{-4}$　　B. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{-4}$

C. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-3}{4}$　　D. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{4}$

【解】 已知直线的参数方程为：$x=-1+3t$，$y=1+2t$，$z=-t$，先作一平面过点 $A(2,1,3)$且垂直于已知直线，则该平面的方程为：

$$3(x-2)+2(y-1)-(z-3)=0$$

求直线与该平面的交点，将直线的参数方程代入上式，求解得：$t=\frac{3}{7}$，故交点 O 为$\left(\frac{2}{7},\ \frac{13}{7},\ -\frac{3}{7}\right)$。

以点 $A(2,1,3)$为始点、点 $O\left(\frac{2}{7},\ \frac{13}{7},\ -\frac{3}{7}\right)$为终点的向量为：

$$\overrightarrow{AO}=\left(\frac{2}{7}-2,\ \frac{13}{7}-1,\ -\frac{3}{7}-3\right)$$

该向量为所求直线的一个方向向量，则所求直线的方程为：

$$\frac{x-2}{\frac{2}{7}-2}=\frac{y-1}{\frac{13}{7}-1}=\frac{z-3}{-\frac{3}{7}-3}$$

即：$\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-3}{4}$

所以应选 C 项。

4. 旋转曲面

一般地，一条平面曲线绕其平面上的一条定直线旋转一周所成的曲面称为旋转曲面，旋转曲线和定直线分别称为旋转曲面的母线和轴。

掌握圆锥面方程。顶点在坐标原点 O，旋转轴为 z 轴，半顶角为 α 的圆锥面方程：

$$z^2=a^2(x^2+y^2) \quad (a=\cot\alpha)$$

或
$$z=\pm\sqrt{x^2+y^2}\cdot\cot\alpha$$

掌握旋转双曲面方程。将双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ 绕 x 轴旋转所成的旋转双曲面方程为：

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2+z^2}{c^2}=1$$

一般地，若已知旋转曲面的母线 C 的方程：$\begin{cases} f(y,\ z)=0 \\ x=0 \end{cases}$

将该母线绕 z 轴旋转，只要将母线的方程 $f(y,\ z)=0$ 中的 y 换成$\pm\sqrt{x^2+y^2}$，即得该曲线 C 绕 z 轴旋转所成的旋转曲面的方程，即：

$$f(\pm\sqrt{x^2+y^2},\ z)=0$$

同理，该曲线 C 绕 y 轴旋转所成的旋转曲面的方程为：

$$f(y,\ \pm\sqrt{x^2+z^2})=0$$

5. 柱面

一般地，平行于定直线并沿定曲线 C 移动的直线 L 形成的轨迹称为柱面，定曲线 C 称为柱面的准线，动直线 L 称为柱面的母线。掌握圆柱面方程。以 xoy 平面上的圆 $x^2+y^2=R^2$ 为准线，平行于 z 轴的直线为母线的圆柱面方程为：

$$x^2+y^2=R^2$$

掌握抛物柱面方程。以 xoy 平面上的抛物线 $y^2=4x$ 为准线，平行于 z 轴的直线为母

线的抛物柱面方程为：

$$y^2=4x$$

一般地，如果曲线方程 $F(x, y, z)=0$ 中，缺少某个变量，那么该方程一般表示一个柱面。如方程 $F(x, y)=0$ 一般表示一个母线平行于 z 轴的柱面。同样，如方程 $x-z=0$ 表示过 y 轴的柱面。

6. 二次曲面

三元二次方程所表示的曲面称为二次曲面。常见的标准二次曲面方程如下：

(1) 椭球面：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

(2) 旋转椭球面：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

(3) 球面：$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$

(4) 椭圆抛物面：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=z$

(5) 双曲抛物面：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=z$

(6) 单叶双曲面：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$

(7) 双叶双曲面：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$

7. 空间曲线

空间曲线可以视为两个曲面的交线。设曲面 $F(x, y, z)=0$ 和 $G(x, y, z)=0$ 的交线为 C，则曲线 C 的一般方程为：

$$\begin{cases}F(x, y, z)=0\\G(x, y, z)=0\end{cases}$$

若空间曲线 C 上动点的坐标 x，y，z 表示为参数 t 的函数：

$$\begin{cases}x=x(t)\\y=y(t)\\z=z(t)\end{cases}$$

该方程组称为空间曲线 C 的参数方程。

【例 1-1-11】 将双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$，绕 x 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程是(　　)。

A. $-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2+z^2}{c^2}=1$　　B. $\frac{x^2+y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$

C. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2+z^2}{c^2}=1$　　D. $-\frac{x^2+y^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

【解】 曲线 C 绕 x 轴旋转，只需将 C 的方程中的 z 换成 $\pm\sqrt{y^2+z^2}$，即：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2+z^2}{c^2}=1$，所以应选 C 项。

【例 1-1-12】 方程 $2x^2-y^2-4z^2-1=0$ 所表示的曲面是(　　)。

A. 单叶双曲面　　B. 双叶双曲面

C. 旋转双曲面　　　　　　　　　　D. 圆锥面

【解】 将原方程整理为：

$$\frac{x^2}{\frac{1}{2}}-\frac{y^2}{1}-\frac{z^2}{\frac{1}{4}}=1$$

其曲面为双叶双曲面，所以应选 B 项。

【例 1-1-13】 已知两球面的方程为：$x^2+y^2+z^2=1$ 和 $x^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$，则它们的交线在 xoy 平面上的投影方程是(　　)。

A. $\begin{cases}x^2+2y^2-2y=0\\z=0\end{cases}$　　　　B. $\begin{cases}x^2-2y^2-2y=0\\z=0\end{cases}$

C. $\begin{cases}x^2+2y^2+2y=0\\z=0\end{cases}$　　　　D. $\begin{cases}x^2-2y^2+2y=0\\z=0\end{cases}$

【解】 先求包含两球面的交线而母线平行 z 轴的柱面方程，故要从已知方程中消去 z，即两方程相减并化简可得：

$$x^2-x^2+y^2-(y-1)^2+z^2-(z-1)^2=1-1$$

即：$y+z=1$，故将 $z=1-y$ 代入方程 $x^2+y^2+z^2=1$ 即为所求的柱面方程为：

$$x^2+y^2+(1-y)^2=1$$

即：$x^2+2y^2-2y=0$，两球面的交线在 xoy 面上的投影方程为：

$$\begin{cases}x^2+2y^2-2y=0\\z=0\end{cases}$$

所以应选 A 项。

三、解题指导

历年注册工程师公共基础考试的数学部分试题有 24 道，计算型选择题较多，计算量较大，而基本概念、分析型题目偏少，所以，应熟练掌握数学中的基本计算方法和技巧。同时，注意解答单项选择题的解题技巧的训练。

【排除法】 求解单项选择题时，由于只有一个正确答案，故可以采用排除法，去掉三个错误答案，便可得正确答案。

【例 1-1-14】 下列结论中，正确的是(　　)。

A. 方程 $2x^2-3y^2-z^2=1$　表示单叶双曲面

B. 方程 $2x^2+3y^2-z^2=1$　表示双叶双曲面

C. 方程 $2x^2+3y^2-z=1$　表示椭圆抛物面

D. 方程 $2x^2+2y^2-z^2=1$　表示圆锥面

【解】 因为 A 项表示双叶双曲面，故 A 项不对，排除；

B 项表示单叶双曲面，故 B 项不对，排除；

D 项不是表示圆锥面，故 D 项不对，排除；

所以，正确答案只能是 C 项。

【检验法】 求解单项选择题时，四个选择项中有一个是正确答案，当直接求解结果较困难时，可将四个选择项分别代入题目条件中进行一一验证，若不满足题目条件，便排除它；反之，满足题目条件，便为正确答案。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com