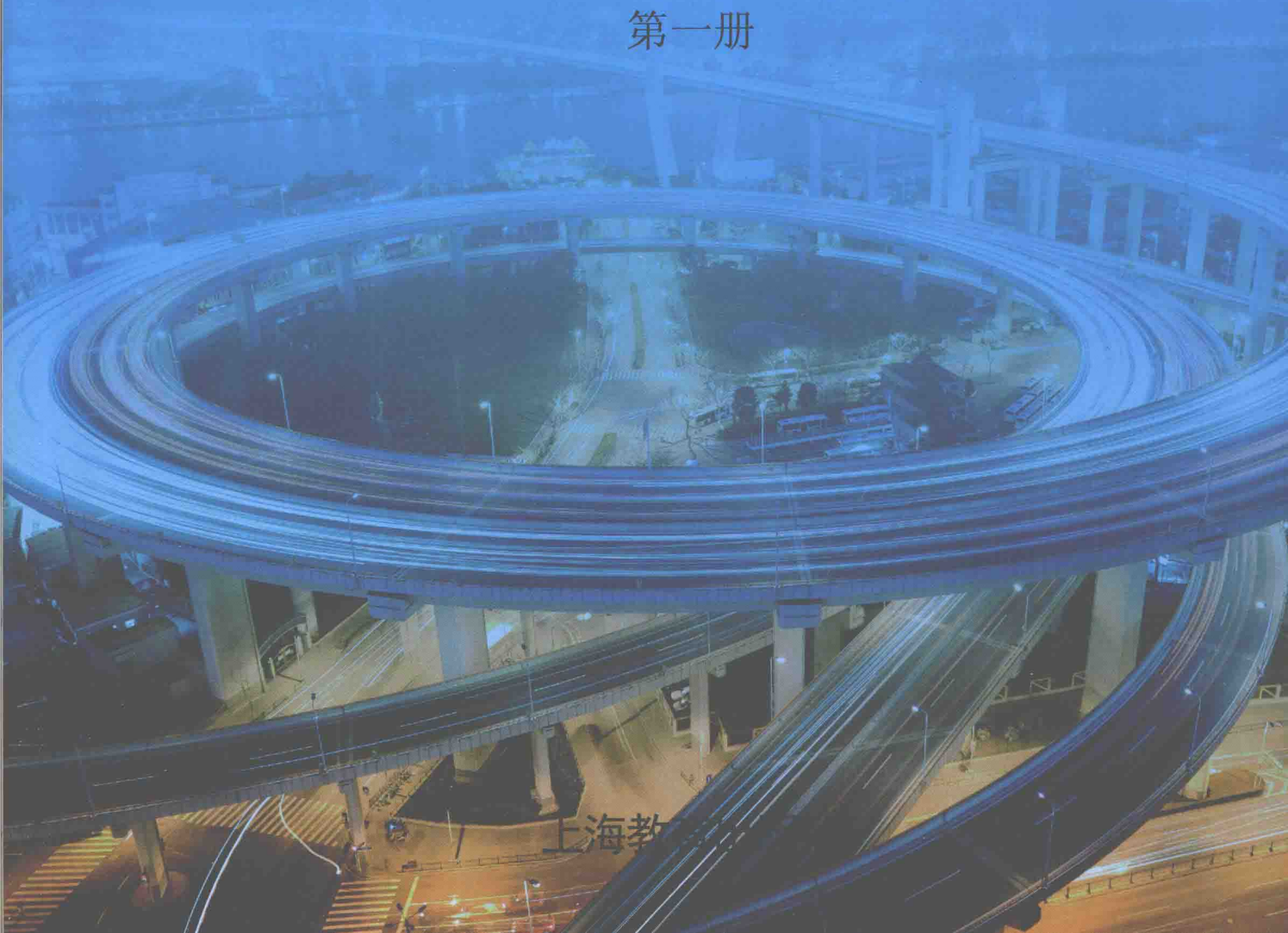
ZHONGDENG ZHIYE XUEXIAO JIAOCAI SHIYONGBEN

中等职业学校教材试用本

SHUXUE

数学

第一册



上海教

ZHONGDENG ZHIYE XUEXIAO JIAOCAI SHIYONGBEN

中等职业学校教材试用本

SHUXUE

数学

第一册

上海教育出版社

责任编辑　赵海燕 缴　麟 余海峰

中等职业学校教材试用本

数　学

第一册

黄汉禹　主编

出　　版　上海世纪出版股份有限公司
　　　　　上 海 教 育 出 版 社
　　　　　易文网 www.ewen.co
地　　址　上海市永福路 123 号
邮　　编　200031
发　　行　上海世纪出版股份有限公司发行中心
印　　刷　常熟市华顺印刷有限公司
开　　本　890×1240　1/16　印张 9
版　　次　2015 年 8 月第 1 版
印　　次　2015 年 8 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5444-6361-4/G·5217
定　　价　25.00 元

(如发现质量问题，读者可向工厂调换)

ISBN 978-7-5444-6361-4

9 787544 463614 >

易文网：www.ewen.co

定　价：　25.00 元

目录

新的数学旅程

同学们，你们已告别了初中的学习生活，开始了高中阶段新的数学旅程.在这里，你们将在感受欢乐的同时，体会到数学的乐趣，感悟到知识的力量，体验到中职生活的多姿多彩.

数学是一门有趣的学科，数学知识遍布于日常生活的各个领域，它无处不在，无时不有，人们每天都在不知不觉中运用数学知识.数学可以开拓人的思维，提高大脑思维的灵活性、深刻性和批判性，是开启人类智慧的钥匙.当你们拿到本书的时候，你们将会发现课本中有许多生动的实际情境，文具的分类、排骨汤的咸淡、饮用水的酸碱度、细胞的分裂、旋转门的转动……，所有这些，使我们身临其境，倍感亲切.然而就在这些平实的情境中，蕴含着丰富、有趣的数学模型；你们还将见到本书中的不少似曾相识的图片，感觉到数学就在你们的身边.除此以外，课本安排了运用技术手段解决一些计算、作图、求值等方面问题的实例，从中你们可以体验现代技术手段的高效和快捷，并加深对数学知识的理解和掌握.课本中还开辟了探究与实践栏目，供学有余力的同学开阔视野.

为了让同学们更好地学好数学知识，本书配有相应的课堂练习、习题和复习题.其中，课堂练习供课堂教学使用；习题和复习题供课外练习用.为了方便使用，习题和复习题汇编成课本的《练习部分》，另成一册.

同学们，初中数学给了你们知识的积淀，这是以后学习的基础.中职学习生活是你们新的起点，一定要坚信自己，驾驭好理想的航船，树立信心向着目标驶去.在日后的数学学习中也许会碰到一些问题和疑惑，只要我们不畏艰难、勇于攀登、奋力拼搏，就可以战胜一切艰难险阻.长风破浪会有时，直挂云帆济沧海.相信你们在新的数学旅程中一定会取得成功，收获丰硕果实.

第1章 集合

Sets

课本开篇说集合，
概念运算添新奇，
集合语言功效多，
学好集合奠好基.

1.1 集合与元素

1.2 集合之间的关系

1.3 集合的运算

集合

Sets

伴你入门

你知道什么是集合吗？集合的运算又是怎么一回事呢？让我们先看下面的实例.小明和小红从职业学校毕业后在一家公司做文员工作，经常要用到一些文具，其中小明常用的文具有：圆规、三角尺、剪刀、美工刀和水笔；小红常用的文具有水笔、圆规、订书机、长尾夹和美工刀，如图 1－1 所示.

图 1－1

小明和小红常用的文具有几种，能不能简单地回答有 10 种？显然这样的回答是错误的.因为他们两人有重复的文具：水笔、圆规和美工刀，实际上只有 7 种不同的文具.这个例子表明，不能仅用两人的文具种数相加来解这道题，而必须用另一种办法.

若用 A 表示小明常用的文具，B 表示小红常用的文具，将他们两人的文具合并起来，且把合并起来的文具记为 C，于是得到 C 就是 A 和 B 的合并，即：圆规、三角尺、剪刀、美工刀、水笔、订书机、长尾夹.

两人常用的文具共有 7 种.

这两人共同的常用的文具是什么？这要求这些文具既要

在 A 内，同时又要在 B 内，若把它记为 D，于是得到 D 就是 A 和 B 的共同品种，即：水笔、圆规、美工刀.

在小明和小红常用的文具中，用于裁剪的文具有哪几种？我们把它记为 E，则 E 就是：剪刀、美工刀.

例如，按用途来分类，可分为裁剪的工具，书写的工具，等等.

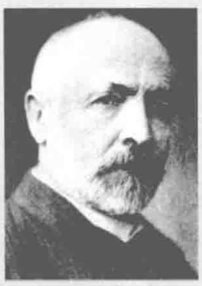
如果你对这些文具进行分类，那么你会按什么标准分类呢？

上述例子告诉你，你处理的对象已不再是数，而是像 A 和 B 中的由一些物件所组成的集合.在集合 A 和 B 中还会进行一些“运算”，而这些“运算”也不再是通常的加减乘除，而是“合并”和“共同”等等.

数学家菲利克斯(L.Felix)指出：“我们生活在伟大的数学思想更新时期，这是不可估量的好运气，……数学正在打扮得年轻而美貌，变得更加有用，更加丰满.”这一章，我们与你一起来学习集合的有关概念与运算，这是现代数学最基础的知识之一，只要你能联系实际，善于思考，相信你一定能学好.

阅读材料

集合与集合论



集合论的创始人是德国数学家康托尔(G.Cantor, 1845—1918).他的父母都是犹太人，父亲出生在丹麦哥本哈根，是个富裕的商人，年轻时移居彼得堡，康托尔就诞生在那里，12岁那年全家又搬迁到德国法兰克福，此后大部分时间都在德国，所以他也算德国人.他就学于苏黎世、哥廷根和柏林，颇受大数学家维尔斯特拉斯(K.Weierstrass)的影响，后来成为哈勒大学教授.康托尔在1875年写的一本书中开始发表集合论思想，1883年正式出版集合论著作，以后又发表文章多篇.集合论很快形成为数学的一个独立分支，并渗透到所有数学领域中去.

我们所学习的集合知识，只是学习用集合(及其运算)的语言表述数学对象，离集合论的研究还远着呢.

1.1

集合与元素
Sets and Elements

温故知新

◆ 奇数与偶数

奇数：…，-5，-3，-1，1，3，5，…；

偶数：…，-4，-2，0，2，4，….

◆ 因数与倍数

整数 a 能被整数 b 整除，a 就叫做 b 的倍数；b 叫做 a 的因数.

例如，12 能被 3 整除，12 是 3 的倍数，3 是 12 的因数.

不能被 2 整除的整数叫做奇数. 能被 2 整除的整数叫做偶数.

12 的正因数有哪几个？

一、集合的概念

通过“伴你入门”中的叙述，你对集合的概念已有了一定的认识.我们常把一些对象放在一起，作为一个整体来研究：“某班级的全体学生”“世纪公园里的桂花树”“所有的直角三角形”“正整数”等等，这些都是一个个集合.

把能够确切指定的一些对象组成的整体叫做集合，简称集.集合中的各个对象叫做这个集合的元素.

对于集合，有以下两个性质：

1. 集合元素的确定性.对于一个给定的集合，哪些对象是这个集合的元素，哪些对象不是这个集合的元素，应该是明确而可以鉴别的.例如，自行车不是汽车集合中的元素，正方形是矩形集合中的元素，等等.

2. 集合元素的互异性.对于一个给定的集合，其中的元素是各不相同的，这就是说集合中的元素不重复出现.例如，前面提到的小明和小红两人所用文具品种的集合，奇数的集合等，每一个集合中的元素都各不相同.

只要你留心一下，集合就在你身边，在生活中常常会出现，其表达的词汇是相当丰富的，如“组”“班”“群”“类”“族”等.

集合一般用大写字母 $A,B,C,\cdots$ 表示，集合的元素用小写字母 $a,b,c,\cdots$ 表示.

例如，10 以内的正奇数组成的集合，可记为 A，集合 A 中的元素为

$$1,3,5,7,9.$$

英语中元音字母组成的集合，可记为 B，集合 B 中的元素为

$$a,e,i,o,u.$$

在这两个例子中，1 是集合 A 的元素，记作 $1\in A$，读作“1 属于 A”；1 不是集合 B 的元素，记作 $1\notin B$，读作“1 不属于 B”.

a 不是 A 的元素，记作______，读作___________；a 是 B 的元素，记作______，读作___________.

以数为元素的集合，简称数集. 常用的数集用特定的字母表示，例如：

自然数集用 **N** 表示；不包括零的自然数组成的集合，用 $\mathbf{N}^*$ 表示.

整数集用 **Z** 表示.

全体有理数组成的集合，即有理数集，用 **Q** 表示.

全体实数组成的集合，即实数集，用 **R** 表示.

考察上述集合，你可以发现涉及集合中元素的个数问题，集合 A、B 中各有 5 个元素，我们把含有有限个元素的集合叫做有限集，而像自然数集 **N**，整数集 **Z** 等含有无限多个元素的集合叫做无限集. 规定空集为不含有元素的集合，空集记作 $\varnothing$. 例如使 $\frac{1}{x}=0$ 的 x 的集合是空集.

你还能举出几个空集的例子吗？

例 1　体育老师调查同学们各自喜爱哪些球类活动，同学们作了回答. 他们的回答如图 1-2 所示.

图 1-2

试写出：

(1) 喜爱足球的同学姓名组成的集合 A；

想一想：你还可以写出哪些不同的集合？

(2) 喜爱乒乓球的同学姓名组成的集合 B；

(3) 喜爱羽毛球的同学姓名组成的集合 C.

解 根据图 1 - 2 中同学们的回答，可以得到

(1) 陈峰、王瑛、周军组成集合 A.

(2) 王瑛、李芳组成集合 B.

(3) 陈峰、王瑛组成集合 C.

你在做这道题的时候，是不是想过：写出的集合，实际上是按照球的品种作为标准进行分类，将喜爱足球的同学分为一类；喜爱乒乓球的同学分为另一类；喜爱羽毛球的同学分为又一类等等.可见，集合就是事物分类的一种数学模型.

数学模型就是利用数学知识来模拟现实事物的模型.广义而言，一切数学知识都是数学模型.

例 2 下列对象的全体是否能表示一个集合，试说明理由.

(1) 截至 2015 年 6 月底上海高度超过 400 米的建筑；

(2) 某班比较活泼的女学生；

(3) 12 的正因数；

(4) 数轴上非常靠近原点的点.

解 第(1)题与第(3)题的对象都可以组成集合，因为这些对象都是“明确而可以鉴别”的.“截至 2015 年 6 月底，上海高度超过 400 米的建筑”是确定的，符合条件的建筑组成的集合的元素是上海中心大厦、上海环球金融中心、东方明珠、金茂大厦.12 的正因数组成的集合的元素是 1，2，3，4，6，12.

第(2)题与第(4)题的对象都不能构成集合，因为“比较活泼”是个模糊的概念，要逐一鉴别全班每个女生是否“比较活泼”那是困难的.从数学观点看，“非常靠近”这个概念也是不明确的，如与原点距离是 0.01 厘米，是否算“非常靠近”？0.000 1 厘米呢？显然难以鉴别，因此第(2)题和第(4)题都不能构成集合.

判断一组对象能否构成集合的关键是所有对象的共同特性是否明确.

例 3 用符号“$\in$”或“$\notin$”填空.

(1) $1\_\_\_\_\mathbf{N}$，$\frac{1}{2}\_\_\_\_\mathbf{Z}$，$-1\_\_\_\_\mathbf{Q}$，$2\_\_\_\_\mathbf{R}$；

(2) $0\_\_\_\_\mathbf{N}^*$，$1.5\_\_\_\_\mathbf{Z}$，$-2\_\_\_\_\mathbf{Q}$，$\sqrt{2}\_\_\_\_\mathbf{R}$；

(3) $0\_\_\_\_\mathbf{N}$，$0\_\_\_\_\varnothing$，$\sqrt{2}\_\_\_\_\mathbf{N}$，$\pi\_\_\_\_\mathbf{Q}$.

解 根据符号“$\in$”“$\notin$”及所给集合意义，易得出如下结论：

(1) $1\in\mathbf{N}$，$\frac{1}{2}\notin\mathbf{Z}$，$-1\in\mathbf{Q}$，$2\in\mathbf{R}$.

(2) $0\notin\mathbf{N}^*$，$1.5\notin\mathbf{Z}$，$-2\in\mathbf{Q}$，$\sqrt{2}\in\mathbf{R}$.

(3) $0\in\mathbf{N}$，$0\notin\varnothing$，$\sqrt{2}\notin\mathbf{N}$，$\pi\notin\mathbf{Q}$.

课堂练习 1.1 (1)

1. 下列对象的全体能否表示一个集合，试说明理由.

(1) 中国古代四大发明； (2) 比较难学的课程；

(3) 10 以内的正偶数； (4) 平方后得负数的实数；

(5) 近似于 1 的数； (6) 不等式 $2x+3>0$ 的解.

2. 用符号“$\in$”或“$\notin$”填空.

(1) 0____$\mathbf{N}^*$， 2____$\mathbf{N}$， -1____$\mathbf{Z}$， $\frac{1}{2}$____$\mathbf{Q}$；

(2) $\frac{1}{2}$____$\mathbf{N}$， $\frac{3}{2}$____$\mathbf{Z}$， 2.5____$\mathbf{Q}$， π____$\mathbf{R}$；

(3) -1____$\varnothing$，1____$\mathbf{N}^*$，$\frac{1}{2}$____$\mathbf{Z}$， 3____$\mathbf{Q}$.

3. 分别举出能构成集合的一组对象和不能构成集合的一组对象.

二、集合的表示法

某学校为了丰富学生的课余生活开设了 5 个兴趣小组：足球、摄影、围棋、民乐、书法.

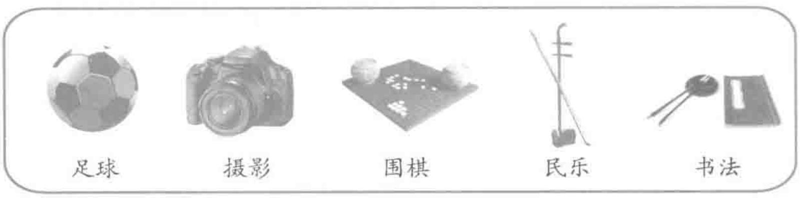


图 1－3

如果用 M 来表示这五个兴趣小组的集合，并将兴趣小组一一列出来，写在大括号内，如{足球，摄影，围棋，民乐，书法}，于是可记作 $M=${足球，摄影，围棋，民乐，书法}.

像这样将集合中的元素一一列出来，并且写在大括号内，这种表示集合的方法叫做列举法.例如，方程 $x^2-3x+2=0$ 的解集可表示为$\{1,2\}$，10 以内能被 3 整除的正整数的集合可表示为$\{3,6,9\}$等.

> 列举法表示的集合元素是无序的，如{足球，摄影，围棋，民乐，书法}与{围棋，书法，民乐，摄影，足球}都表示同一个集合 M.

在大括号内先写出这个集合的元素的一般形式，再划一条竖线，在竖线后面写出集合中元素所共同具有的特性，即 $A=\{x\mid x$ 满足的性质$\}$，这种表示集合的方法叫做描述法.例如，偶数集 $E=\{x\mid x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$.又如，不等式$2x-1>0$ 的解集 A，可表示为 $A=\left\{x\,\middle|\,x>\frac{1}{2},x\in\mathbf{R}\right\}$.

> 由方程(或不等式)的解组成的集合叫做方程(或不等式)的解集.

例 4　用适当的方法表示下列集合.

(1) 一年中有 31 天的月份构成的集合 A；

(2) 方程 $x^2-x=0$ 的解集 B；

(3) 使分式 $\frac{1}{3x+2}$ 有意义的 x 的集合 C；

(4) 被 3 除余 1 的自然数组成的集合 D.

解　(1) 一年中有 31 天的月份是一月、三月、五月、七月、八月、十月、十二月，满足条件的集合 A 用列举法表示为

$$A=\{一月,三月,五月,七月,八月,十月,十二月\}.$$

(2) 方程 $x^2-x=0$ 的解是 $x=0$ 或 $x=1$，满足条件的集合 B 用列举法表示为

$$B=\{0,1\}.$$

(3) 要使分式 $\frac{1}{3x+2}$ 有意义，即 $3x+2\neq0$，$x\neq-\frac{2}{3}$，满足条件的集合 C 用描述法表示为

$$C=\left\{x\,\middle|\,x\neq-\frac{2}{3},x\in\mathbf{R}\right\}.$$

(4) 被 3 除余 1 的自然数可表示为 $3k+1$，$k\in\mathbf{N}$，满足条件的集合 D 用描述法表示为

$$D=\{x\mid x=3k+1,k\in\mathbf{N}\}.$$

表示某个集合的方法不是唯一的，本例第(1)题也可以用描述法.$A=\{n\mid n$ 为一年中有 31 天的月份$\}$.第(2)题也可以用描述法 $B=\{x\mid x^2-x=0\}$.第(4)题也可以用列举法 $D=\{1,4,7,10,\cdots\}$.而第(3)题就无法用列举法表示.在实际问题中，究竟选用哪一种方法应根据实用方便的原则而定.

例 5　用列举法或描述法表示下列集合.

(1) -2 与 4 之间奇数的集合；

(2) 非负数的集合；

(3) 不大于 $\frac{1}{2}$ 且大于 -1 的实数集；

(4) 在平面直角坐标系内，坐标轴上到原点距离等于 1 的点的坐标组成的集合.

解　(1) -2 与 4 之间奇数的集合用列举法表示是 $\{-1,1,3\}$.

(2) 非负数的集合用描述法表示是 $\{x\mid x\geqslant0,x\in\mathbf{R}\}$.

(3) 将不大于 $\frac{1}{2}$ 且大于 -1 的实数集用描述法可以表示是 $\left\{x\,\middle|\,-1<x\leqslant\frac{1}{2},x\in\mathbf{R}\right\}$.

(4) 在平面直角坐标系内，坐标轴上到原点距离等于 1 的点的坐标组成的集合用列举法表示为 $\{(1,0),(0,1),(-1,0),(0,-1)\}$.如图 1-4 所示.

这里要理解："不大于""不小于""大于""小于""非负数""非正数"等概念的含义.

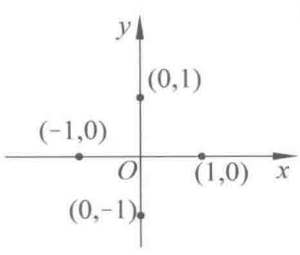


图 1-4

课堂练习 1.1(2)

1. 判断题:(正确的在括号内填"√",错误的在括号内填"×")

(1) 6 的正因数集合是$\{2,3\}$; ( )

(2) 方程 $x^2-2x-3=0$ 的解集是$\{-1,-3\}$; ( )

(3) 大于 1 的负数可以构成集合; ( )

(4) 矩形可以构成一个集合. ( )

2. 用适当的方法表示下列集合:

(1) 你这学期所学课程构成的集合;

(2) 12 和 18 的公因数的集合;

(3) 使分式$\dfrac{1}{2-x}$没有意义的实数的集合;

(4) 使$\sqrt{x-1}$有意义的实数的集合.

3. 用列举法或描述法表示下列集合.

(1) 小于 20 能被 4 整除的正整数的集合;

(2) 方程 $2x^2-x-1=0$ 的解构成的集合;

(3) 不大于 2 的非负实数集;

(4) 在平面直角坐标系内,y 轴上到原点距离为 2 的点的坐标组成的集合.

三、区间

数集可以揭示数的某种特性或阐明某个范围.当表示某个实数范围时,用"区间"来表示往往比较简洁.例如,集合$\{x \mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$可表示为$[1,2]$,集合$\{x \mid x\geqslant 0\}$可表示为$[0,+\infty)$,集合$\{x \mid x<3\}$可表示为$(-\infty,3)$等.这里"$+\infty$"称为正无穷大,"$-\infty$"称为负无穷大.这就是说,当数集对应数轴上的某一部分或全部时,就可用"区间"来简明地表示它.

区间符号中,中括号表示端点的数值属于这个数集,数轴上用实心点表示;小括号表示端点的数值不属于这个数集,数轴上用空心点表示.

一般地,设 a、$b\in \mathbf{R}$,且 $a<b$,有如下规定:

数集$\{x \mid a<x<b\}$记作:(a,b),称为开区间,在数轴上表示,如图 1 - 5;

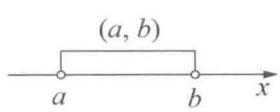


图 1 - 5

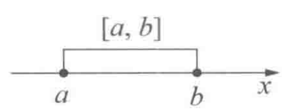


图 1 - 6

数集$\{x \mid a\leqslant x\leqslant b\}$记作:$[a,b]$,称为闭区间,在数轴上表示,如图 1 - 6;

数集$\{x \mid a \leqslant x < b\}$或$\{x \mid a < x \leqslant b\}$分别记作：$[a, b)$或$(a, b]$，都称为半开半闭区间，在数轴上表示，如图 1-7、1-8.

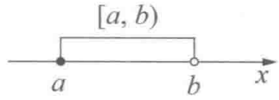


图 1-7

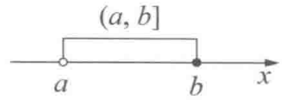


图 1-8

上述区间中的 a，b 分别称为区间的左端点和右端点.

此外，数集$\{x \mid x > a\}$，用区间表示为$(a, +\infty)$，在数轴上表示，如图 1-9；

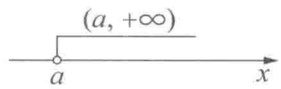


图 1-9

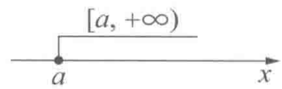


图 1-10

数集$\{x \mid x \geqslant a\}$，用区间表示为$[a, +\infty)$，在数轴上表示，如图 1-10；

数集$\{x \mid x < b\}$，用区间表示为$(-\infty, b)$，在数轴上表示，如图 1-11；

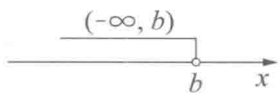


图 1-11

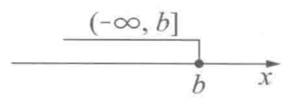


图 1-12

数集$\{x \mid x \leqslant b\}$，用区间表示为$(-\infty, b]$，在数轴上表示，如图 1-12.

实数集 **R** 用区间表示为$(-\infty, +\infty)$.

把这些区间在数轴上表示出来.

例 6 把下列数集用区间表示：

（1）数集$\{x \mid -2 \leqslant x \leqslant 2\}$和$\{x \mid 0 \leqslant x < 1\}$；

（2）数集$\{x \mid x > -1\}$和$\left\{x \,\middle|\, x \leqslant \dfrac{1}{2}\right\}$；

（3）正实数集和非负实数集.

解 （1）数集$\{x \mid -2 \leqslant x \leqslant 2\}$用区间表示为$[-2, 2]$；$\{x \mid 0 \leqslant x < 1\}$用区间表示是$[0, 1)$.

（2）数集$\{x \mid x > -1\}$用区间表示为$(-1, +\infty)$；$\left\{x \,\middle|\, x \leqslant \dfrac{1}{2}\right\}$用区间表示为$\left(-\infty, \dfrac{1}{2}\right]$.

（3）正实数集用区间表示为$(0, +\infty)$；非负实数集用区间表示为$[0, +\infty)$.

数集在用区间表示时，左端点的数总比右端点的数小，与数轴上数的大小方向一致.