

经典数学系列

洛书

河图

十一 × ÷ 没那么简单

齐浩然 编著

+

-

×

÷

金盾出版社

经典数学系列

十一 \times \div

没那么简单

齐浩然 编著

金盾出版社

内 容 提 要

本书以引人入胜的故事和有益的数学箴言，可以帮助读者在较短的时间内领悟和找到学习数学的方法，进而喜欢上数学、学好数学。本书趣味性、可读性较强，将会成为青少年朋友学好数学的良师益友。

图书在版编目(CIP)数据

+ - × ÷ 没那么简单 / 齐浩然编著. —北京: 金盾出版社, 2015. 5
(经典数学系列)

ISBN 978-7-5186-0052-6

I. ①没… II. ①齐… III. ①数学—青少年读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 021863 号

金盾出版社出版、总发行

北京市太平路 5 号 (地铁万寿路站往南)

邮政编码: 100036 电话: 68214039 83219215

传真: 68276683 网址: www.jdcbs.cn

北京市业和印务有限公司印刷、装订

各地新华书店经销

开本: 700 × 1000 1/16 印张: 12.25 字数: 211 千字

2015 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

印数: 1 ~ 10 000 册 定价: 30.80 元

(凡购买金盾出版社的图书, 如有缺页、
倒页、脱页者, 本社发行部负责调换)

目

录

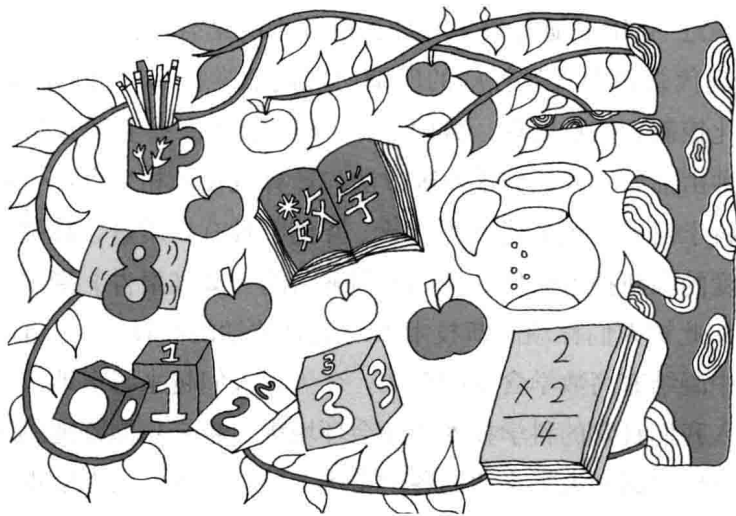
contents

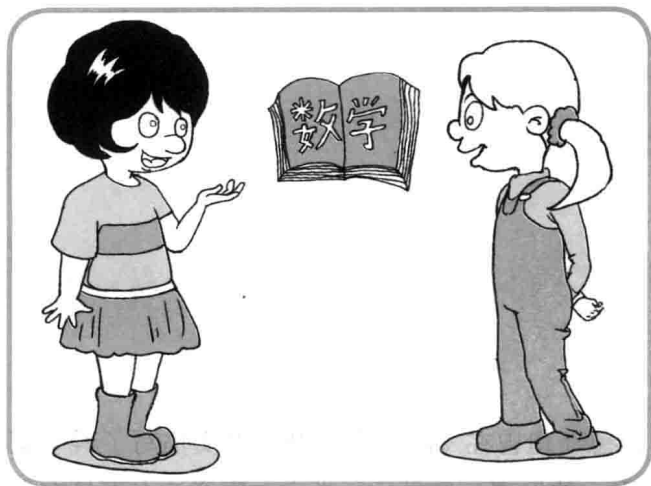
数学——看不见的巨大文化价值·····	1
数学的起源·····	5
什么是数学·····	7
数字符号的由来·····	13
加法的运算·····	17
减法的运算·····	25
乘法的运算·····	28
除法的运算·····	35
神奇的奇数·····	39
特别的偶数·····	41
什么是正数·····	43
负数又是什么·····	48
“0”的作用·····	54
让人吃惊的小数点·····	62
复杂的分数·····	65
运算符号的故事·····	82

被算计的小熊·····	85
老师的年龄·····	87
棋盘上的麦粒·····	89
墓碑上的数学题·····	92
维纳巧答年龄·····	94
数学教会了孩子什么·····	96
我们为什么要学习数学·····	100
西天取经中的数学·····	113
你身上的计算器·····	120
数的诞生·····	127
动物王国的数学·····	137
古老的智慧·····	149
你是怎么算的·····	159
数学家的智慧·····	172

数学——看不见的巨大文化价值

20世纪70年代，J. 伯恩斯坦曾在《纽约人》杂志撰文描写了科学家和普通大众之间的交流情形。他发现，如果让科学家向愿意读书而且有求知欲望的门外汉讲讲自己本行中最精彩动人的部分，无论是生物学家、天文学家，还是化学家和物理学家都能引人入胜，唯独数学家“排名倒数第一”！这多半是由于像“分子”“脱氧核糖核酸”，甚至“黑洞”这样的科学概念都是有物质意义能为大众所理解一二的，但是，即使运用类比和隐喻的说法，想让数学家把他们掌握的那些抽象生僻的词汇带进一般人的经验范围却是一件非常困难的事。新闻媒体上大量报道的是各国领导人和





有成就的科学家以及企业家的形象，有谁看到过数学家更多的镜头？显然，数学家是在一条看不见的战线上工作的。数学的思想和数学的行为是隐藏在大众视线以外的，人们对数学的了解极为有限。

迈入 20 世纪以来，数学不再是传统观念上归属于自然科学的一个分支了，而是与自然科学、人文社会科学并列的，领域越来越宽广，内容越来越丰富多彩的独立的数学科学了，它大致包括纯粹数学、应用数学、计算数学、统计学和运筹学几大部分。今天的数学已经不仅仅是普通人理解的简单计算和几何推理了。它被描述为“研究现实和一切可能的空间形式和量的关系科学”，正是由于数学所具有的高度抽象性、内在统一性以及应用的广泛性，使它有着特殊的实用功能和潜在的文化和社会价值。

特别是近 30 年来随着数学与计算机技术的结合，出现了在经济、工程技术和现代管理中大显神威的所谓“现代数学技术”，例如运筹优化、工程自动化控制、信息处理、数理统计、科学计算、计算机模拟、仿真实验等。这种由抽象的现代数学原理方法与计算机技术相结合产生的数学技术渗透到科学发展和经济建设各领域，开创了具有高质量、高效率、高精度、高速度的高新技术时代。正如美国著名的《戴维报告》指出“很少有人知道，如此被人们称颂的新技术本质上是数学的高技术”，道出了当代高新技术中凝结着高数学含量的事实。今天，人们越来越多地看到数学成就已经融入我们日常的科学技术和社会环境中，越来越深刻地感受到数学家的工作已经渗透到人类文明的各个角落，公众对数学的态度也正在由不解、冷淡、漠然的态度向着承认数学在当今社会中起着重要作用的转变。

如果说数学的强大威力使大众逐渐认识了它的实用价值，那么可以说，也正是由于更多看到的是数学的这种功利价值而使其重要的文化价值被人们所忽视。源于古希腊欧洲理性主义精神的数学曾被柏拉图视作人类文化的最高理想，数学作为一种重要的智力活动是必须传给后代的人类文化遗产最重要的部分。数学在人类文明中的地位绝不亚于语言、艺术和宗教，它是影响人类文明全局的一部分。数学除了原理和计算以外，还提供了别具特色的思考方式，包括建立模型、抽象化、最优化、逻辑分析、从数据进行推断以及运用符号的能力，这些都是普遍适用而且高效的思考方法，应用这些思考方式的经验构成了一种在当今这个技术时代日益重要的一种智力，它使人们能批判地阅读，能识别谬误，能探察偏见，能估计风险，能提出变通办法，学习数学能使我们获得一种不断更新知识的能力，能更好地了解我们生活在其中的这个充满信息的世界。

事实上，人们正越来越深刻地认识到，数学的观念正在众多不同的层次上影响着我们的生活方式和工作方式。数学对于人类思想观念的影响，对于人们创造性的培养所具有的文化价值应当并且已经逐渐引起社会各界和各国政府越来越强烈的重视。美国国家研究委员会从 80 年代末到 90 年



代初连续向国民发布了几份报告大声疾呼，要想维持美国的世界强国地位，必须首先维持其数学强国的地位。“数学的文盲不仅是个人的损失，而且是国家的债务”，呼吁国家从幼儿园到博士教育和各阶段加强数学教育，让公众更多更好地理解数学。1992年联合国教科文组织《里约热内卢宣言》正式宣布2000年为“世界数学年”，呼吁加强数学与社会的联系，加强公众对数学的理解。这些对于迈入21世纪，致力于全面实现现代化的中国不能不说是一种借鉴、一种警示。我们的国民对数学的认识有多少？各类学校的数学教育者对数学的认识有多深？在当今举国上下提倡素质教育，大力普及科学知识，弘扬科学精神的大潮流中，数学是否占据了一席之地？

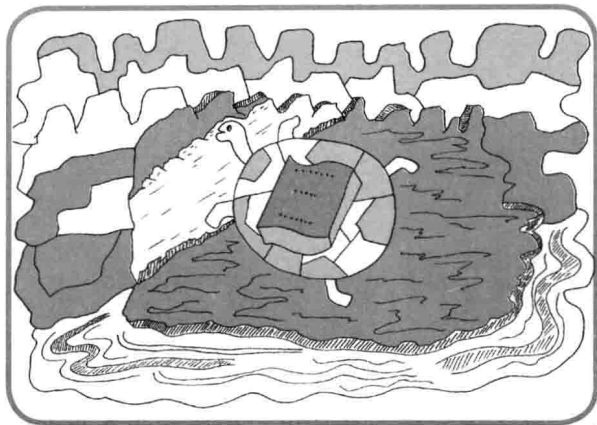
生活中，数学无处不在！那么，数学是怎样产生的？它起源于何时呢？这可是一些不易回答的问题，因为基本数学概念的原始积累过程，发生在人类创造出文字来记录自己的思想之前。

数学的起源

关于数学的起源，流传着一些古老而神奇的传说。相传在非常非常遥远的古代，有一天，从黄河的波涛中忽然跳出一匹“龙马”来，马背上驮着一幅图，图上画着许多神秘的数学符号，后来，从波澜不惊的洛水里，又爬出一只“神龟”来，龟背上也驮着一卷书，书中阐述了数的排列方法。马背上的图叫作“河图”，龟背上的书叫作“洛书”，当“河图洛书”出现之后，数学也就诞生了。

数学是一门最古老的学科，它的起源可以上溯到一万多年以前。但是，公元前 1000 年以前的资料留存下来的极少。迄今所知，只有在古代埃及

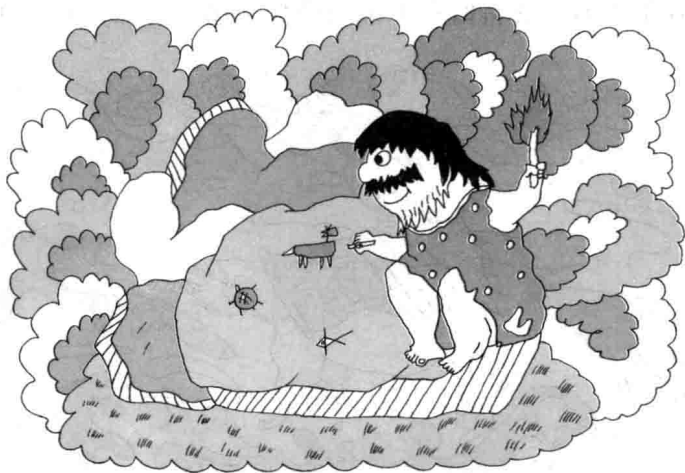




和巴比伦发现了比较系统的数学文献。

远在1万5千年前人类就已经能相当逼真地描绘出人和动物的形象。这是萌发图形意识的最早证据。后来就逐渐开始了对圆形和直线形的追求，因而成为数学图形的最早原

型。在日常生活和生产实践中又逐渐产生了计数意识和计数系统，人类摸索过多种计数方法，有开始的结绳计数，有石块计数，语言点数进一步用符号，逐步发展到今天我们所用的数字，图形意识和计数意识发展到一定程度，又产生了度量意识。这一系列的发展演变逐渐形成了今天我们所熟悉完整的数学这一门学科，它包括算术、几何、代数、三角、微积分、统计和概率等各个分支，而且现在还在不断地发展下去。



什么是数学

数学本身是一个历史的概念，数学的内涵随着时代的变化而变化，给数学下一个一劳永逸的定义是不可能的。我们在这里就从历史的角度来谈谈“什么是数学”这个问题。

公元前6世纪前，数学主要是关于“数”的研究。这一时期在古埃及、巴比伦、印度与中国等地区发展起来的数学，主要是计数、初等算术与算法，几何学则可以看作是应用算术。从公元前6世纪开始，希腊数学的兴起，突出对“形”的研究，数学于是成了关于数与形的研究。

公元前4世纪的希腊哲学家亚里士多德将数学定义为“数学是量的科学”。

直到16世纪，英国哲学家培根将数学分为“纯粹数学”与“混合数学”。在17世纪，笛卡儿认为：“凡是以研究顺序和度量为目的的科学都与数学有关。”在19世纪，根据恩格斯的论述，数学可以定义为：“数学是研究现实世界的空间形式与数量关系的科学。”





从 20 世纪 80 年代开始，学者们将数学简单地定义为关于“模式”的科学：“数学这个领域已被称为模式的科学，其目的是要揭示人们从自然界和数学本身的抽象世界中所观察到的结构和对称性。”

人类在蒙昧时代就已具有识别事物多寡的能力。原始人在采集、狩猎等生产活动中首先注意到一只羊与许多羊、一只狼与整群狼在数量上的差异。通过一只羊与许多羊、一只狼与整群狼的比较，就逐渐看到了一只羊、一只狼、一条鱼、一棵树等之间存在着某种共通的东西。当对数的认识变得越来越明确时，人们感到有必要以某种方式来表达事物的这一属性，于是产生了计数。

古代的计数方法：

1. 手指计数：利用两只手的十个手指。亚里士多德指出：十进制的广泛采用，只不过是绝大多数人生来具有 10 个手指这一事实的结果。
2. 石子计数：在地上摆小石子，但计数的石子堆很难长久保存。
3. 结绳计数：在一根绳子上打结来表示事物的多少。比如今天猎到五只羊，就在绳子上打五个结来表示；约定三天后再见面，就在绳子上打三个结，过一天解一个结等。

秘鲁的印加族人古时每收进一捆庄稼，就在绳上打个结，用来记录收获的多少。中国古代文献《周易系辞下》有“上古结绳而治”之说。“结绳而治”即结绳计数或结绳记事。结绳计数这种方法，不但在远古时候使用，而且一直在某些民族中沿用下来。宋朝人在一本书中说：“鞞鞞无文字，每调发军马，即结草为约，使人传达，急于星火”，这是用结草来调发军马，传达要调的人数。其他如藏族、彝族等，虽都有文字，但在一般不识字的

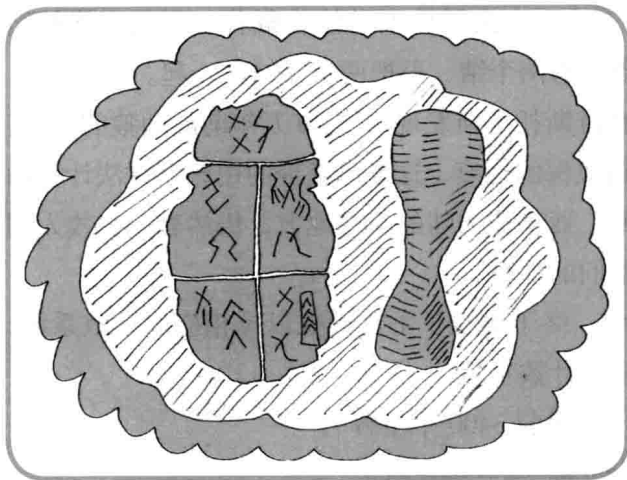
人中间都还长期使用这种方法。中央民族大学就收藏着一副高山族的结绳，由两条绳子组成，每条上有两个结，再把两条绳结在一起。

4. 刻痕计数：1937年在维斯托尼斯发现一根40万年前的幼狼前肢骨，17.78厘米长，上面有55道很深的刻痕，这是已发现的用刻痕方法计数的最早资料。直到今天，在欧、亚、非大陆的某些地方，仍然有一些牧人用在棒上刻痕的方法来计算他们的牲畜。

直到距今大约五千年前，终于出现了书写计数以及相应的计数系统，我们介绍几种古老文明的早期计数系统。

1. 古埃及的象形数字（公元前3400年左右）；
2. 巴比伦楔形文字（公元前2400年左右）；
3. 中国甲骨文数字（公元前1600年左右）；
4. 希腊阿提卡数字（公元前500年左右）；
5. 中国筹算数码（公元前500年左右）；
6. 印度婆罗门数字（公元前300年左右）。





我们现代广泛使用的是阿拉伯数字。其实，这些阿拉伯数字并不是阿拉伯人发明创造的，而是发源于古印度，后来被阿拉伯人掌握、改进，并传到了西方，西方人便将这些数字称为阿拉伯数字，以后以讹传讹，世界各地

都认同了这个说法。

与数的概念形成一样，人类最初的几何知识也是他们从对形的直觉中萌发出来的，例如，不同种族的人都注意到了圆月和挺拔的松树在形象上的区别。几何学便是建立在对这类从自然界提取出来的“形”的总结的基础之上。例如，一个平面只不过是一片平地的表面，而一条直线则是拉紧了一段绳子，来自希腊文的英文 Hypotenuse 原先的意思就是“拉紧”。同样，三角形、圆、正方形、长方形等一系列几何形式的概念也来自于人们的观察和实践。

在不同的地区，几何学的这种实践来源方向不尽相同。

1. 古埃及几何学：正如古罗马历史学家希罗多德所指出的，埃及的几何学是“尼罗河的馈赠”。一年一度的尼罗河洪水冲毁了某个人的土地，那么他就必须向法老报告所受的损失，法老会派专人来测量所失去的土地，再按相应的比例减税，这样一来，几何学就产生并发展起来了。这类专门负责测量事物的人有专门名称，叫作“司绳”。

2. 巴比伦人的几何学：也是源于实际的测量，它的重要特征是其算术性质，至少在公元前 1600 年，他们就已熟悉长方形、直角三角形、等腰三角形和某些梯形的面积计算。

3. 古印度几何学：起源与宗教实践密切相关，公元前 8 世纪至 5 世纪

形成的所谓“绳法经”，便是关于祭坛与寺庙建造中的几何问题及其求解法则的记载。

4. 古代中国几何学：起源更多地与天文观测相联系。中国最早的数学经典《周髀算经》事实上是一部讨论西周初年天文测量中所用数学方法的著作。

现在我们所使用的阿拉伯数字 1、2、3、4、5、6、7、8、9、0 是国际上通用的数码，这种数字的创制并非阿拉伯人，但也不能抹掉阿拉伯人的功劳。

阿拉伯数字最初出自印度人之手，也是他们的祖先在生产实践中逐步创造出来的。公元前 3000 年，印度河流域居民的数字就已经比较进步，并采用了十进位制的计算法。到吠陀时代，雅利安人已意识到数码在生产活动和日常生活中的作用，创造了一些简单的、不完全的数字。公元前 3 世纪，印度出现了整套的数字，但各地的写法不一，其中典型的是婆罗门式，它的独到之处就是从 1 ~ 9 每个数都有专用符号，现代数字就是从它们中脱胎而来的。当时，“0”还没有出现，到了笈多时代才有了“0”，叫“舜若”，表示方式是一个黑点“●”，后来衍变成“0”。这样，一套完整的数字便产生了，这就是古代印度人民对世界文化的巨大贡献。

印度数字首先传到斯里兰卡、缅甸、柬埔寨等国。7 ~ 8 世纪，随着地跨亚、非、欧三洲的阿拉伯帝国的崛起，阿拉伯人如饥似渴地吸取古希腊、罗马、印度等国的先进文化，大量翻译其科学著作。771 年，印度天文学家、旅行家毛卡访问阿拉伯帝国阿拔斯王朝的首都巴格达，将随身携带的一部印度天文学著作《西德罕塔》献给了当时的哈里发·曼苏尔，曼苏尔下令翻译成阿拉伯文，取名为《信德欣德》，此书中有大量的数字，因此称“印度数字”，原意即为“从印度来的”。

阿拉伯数学家花拉子密和海伯什等首先接受了印度数字，并在天文表中运用。他们放弃了自己的 28 个字母，在实践中加以修改完善，并毫无保留地把它介绍到西方。9 世纪初，花拉子密发表《印度计数算法》，阐述了印度数字及应用方法。

印度数字取代了冗长笨拙的罗马数字，在欧洲传播，遭到一些基督教徒的反对，但实践证明优于罗马数字。1202年意大利雷俄那多所发行的《计算之书》，标志着欧洲使用印度数字的开始，该书共15章，开章说：“印度九个数字是：‘9、8、7、6、5、4、3、2、1’，用这九个数字及阿拉伯人称作 sifr 的记号‘0’，任何数都可以表示出来。”

14世纪时，中国的印刷术传到欧洲，更加速了印度数字在欧洲的推广应用，逐渐为欧洲人所采用。西方人接受了经阿拉伯人传来的印度数字，但忘却了其原创始祖，称之为阿拉伯数字。