



一线名师精心打造 适用于各种版本

新思维

培优训练

培养理性思维，提高解题能力，
告别题海战术，
懂一道题，会一类题。

丛书主编◎陈荣华

本册主编◎严兴泉

数学 八年级

南京大学出版社



一线名师精心打造 适用于各种版本

新思维



丛书主编◎陈荣华

本册主编◎严兴泉

副主编◎杨利根

编者◎严兴泉 杨利根 徐建荣

王东 何俊 周吉吉

数学 八年级

南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新思维培优训练. 八年级数学 / 严兴泉主编. —南京: 南京大学出版社, 2014. 5
ISBN 978 - 7 - 305 - 12969 - 8

I. ①新… II. ①严… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV. ①G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 053646 号

出版发行 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093
网 址 [http://www. NjupCo. com](http://www.NjupCo.com)
出 版 人 左 健

书 名 新思维培优训练·八年级数学
本册主编 严兴泉
责任编辑 王新燕 顾 越 编辑热线 025 - 83686596

照 排 江苏南大印刷厂
印 刷 南京京新印刷厂
开 本 787×1092 1/16 印张 10.5 字数 240 千
版 次 2014 年 5 月第 1 版 2014 年 5 月第 1 次印刷
ISBN 978 - 7 - 305 - 12969 - 8
定 价 24.00 元

发行热线 025 - 83594756
电子邮箱 [Press@NjupCo. com](mailto:Press@NjupCo.com)
[Sales@NjupCo. com](mailto:Sales@NjupCo.com)(市场部)

* 版权所有, 侵权必究

* 凡购买南大版图书, 如有印装质量问题, 请与所购
图书销售部门联系调换

前言

Preface

初中数理化《新思维》丛书由江苏省中学数学特级教师陈荣华主持,并会同具有丰富的教学实践经验和教辅用书编写经验的一线高级教师、骨干教师一起编写而成。它适合于所有具有中等以上学习能力的初中学生同步训练或复习迎考使用,也可供教师和家长辅导参考。

本书的编写宗旨是努力体现新课程标准的理念,突出科学性、指导性、实用性、有效性和趣味性。

大家知道,学生学习活动是思维活动的过程。因此,学生学习尤其是理科学习,最有效的途径是通过解题训练,获取思维方法,提高思维能力。

本书的主要特点是“源于教材”“高于教材”“注重训练”“直面考试”,以初中数理化中各个知识模块为专题,精选近年来全国各地的中考试题,设置“课标导航”“经典例题”“基础训练”“提升训练”“拓展训练”等栏目,通过自我尝试、方法点拨,逐层训练,以开启思维、引导思维、发展思维,从而切实且有效地提高学生的思维能力、解题能力和应试能力。

本书每个专题还设“我爱数学(物理、化学)”栏目,介绍科学家、科学小故事、科学趣闻、科学游戏等,以激发学生的学习兴趣,启迪学

生的学习思维;另外还有“例题详解”栏目,对每个例题详细解答。对于专题的三种训练题,在书后一并附上详细解答,以便检查、校对和掌握解法。

本书的出版受到了南京大学出版社金春红编辑的大力支持和精心指导。由于水平有限,恳请各位专家、同行和读者不吝赐教。

编 者

目录

contents

第一讲	全等三角形	1
第二讲	轴对称与轴对称图形	9
第三讲	平方根与立方根	18
第四讲	实数	26
第五讲	分式	33
第六讲	二次根式	40
第七讲	分式方程	47
第八讲	勾股定理	54
第九讲	平面直角坐标系、函数	63
第十讲	一次函数	71
第十一讲	一次函数的应用	82
第十二讲	反比例函数	95
第十三讲	反比例函数的应用	103
第十四讲	相似三角形	114
第十五讲	相似三角形的应用	124
参考答案		133

— ■ ■ 第一讲 全等三角形 ■ ■ —



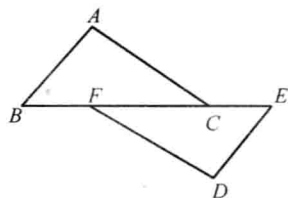
课标导航

证明三角形全等共有五种方法：边角边(SAS)、角边角(ASA)、角角边(AAS)、边边边(SSS)及斜边直角边(HL)(只针对直角三角形). 解题时, 先弄清题意, 观察待证线段或角在哪两个可能全等的三角形中; 再挖掘隐含条件(公共边、公共角、对顶角等), 寻找恰当方法, 证明全等. 若是直角三角形, 先考虑 HL, 再考虑一般方法.



经典例题

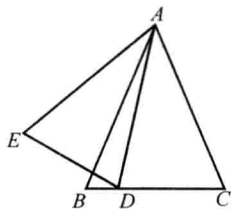
例 1 (广东湛江中考题) 如图, 点 B, F, C, E 在一条直线上, $FB = CE, AB \parallel ED, AC \parallel FD$. 求证: $AC = DF$.



自我尝试

美妙思维 对于仅由三角形组成的简单的几何图形, 要证两条线段相等, 通常可以思考以下几种模式: 1. 证两条线段所在的三角形全等; 2. 证这两条线段都等于第三条线段; 3. 利用等角对等边来证. 本题要证的 AC 和 DF 分别在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, 用角边角来证这两个三角形全等即可.

例 2 (江苏镇江中考题) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 上的一点, AD 平分 $\angle EDC$, 且 $\angle E = \angle B, ED = DC$. 求证: $AB = AC$.



自我尝试



美妙思维

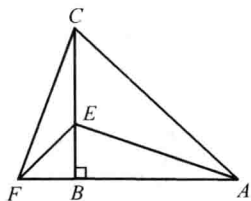
先证明 $\angle B = \angle C$, 通过等角对等边来证得结论. 已知 $\angle E = \angle B$, 利用 $\angle E$ 这个中间量, 转化到先求证 $\angle E = \angle C$, 通过已知条件可证这两角所在 $\triangle AED$ 与 $\triangle ACD$ 全等.

例 3 (重庆江津中考题) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = CB$, $\angle ABC = 90^\circ$, F

为 AB 延长线上一点, 点 E 在 BC 上, 且 $AE = CF$.

(1) 求证: $\text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle CBF$;

(2) 若 $\angle CAE = 30^\circ$, 求 $\angle ACF$ 的度数.



自我尝试

美妙思维

(1) 要证两个直角三角形全等, 首先考虑 HL 法, 发现即可得证. (2) 通过 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 得到 $\angle BAC = \angle ACB = 45^\circ$, 已知 $\angle CAE = 30^\circ$, 得到 $\angle BAE = 15^\circ$, 由(1)中结论可得: $\angle BAE = \angle BCF = 15^\circ$, 即可求得 $\angle ACF$ 的度数.



基础训练

一、选择题

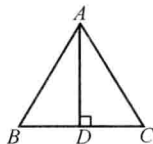
1. (四川巴中中考题) 如图, 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高, 下列能使 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 的条件是 ()

A. $AB = AC$

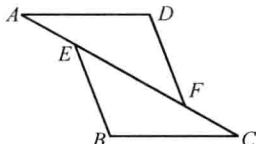
B. $\angle BAC = 90^\circ$

C. $BD = AC$

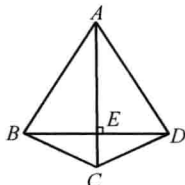
D. $\angle B = 45^\circ$



(第1题)



(第2题)



(第3题)

2. (贵州安顺中考题) 如图, 已知 $AE = CF$, $\angle AFD = \angle CEB$, 那么添加一个条件后, 仍无法判定 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ 的是 ()

A. $\angle A = \angle C$

B. $AD = CB$

C. $BE = DF$

D. $AD \parallel BC$

3. (山东临沂中考题) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, AC 垂直平分 BD , 垂足为 E , 下列结论不一定成立的是 ()

A. $AB = AD$

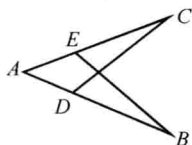
B. AC 平分 $\angle BCD$

C. $AB = BD$

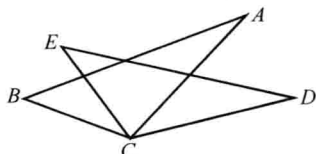
D. $\triangle BEC \cong \triangle DEC$

二、填空题

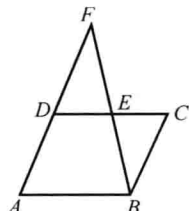
1. (湖南娄底中考题) 如图, $AB = AC$, 要使 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, 应添加的条件是_____.
(添加一个条件即可)



(第1题)



(第2题)

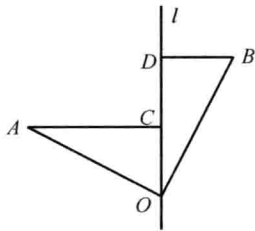


(第3题)

2. (甘肃白银中考题) 如图, 已知 $BC = EC$, $\angle BCE = \angle ACD$, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$, 则应添加的一个条件为_____. (答案不唯一, 只需填一个)
3. (四川乐山中考题) 如图, 点 E 是 $\square ABCD$ 的边 CD 的中点, AD 、 BE 的延长线相交于点 F , $DF = 3$, $DE = 2$, 则 $\square ABCD$ 的周长为_____.

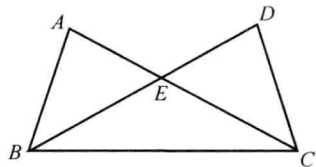
三、解答题

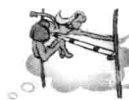
1. (陕西中考题) 如图, $\angle AOB = 90^\circ$, $OA = OB$, 直线 l 经过点 O , 分别过 A 、 B 两点作 $AC \perp l$ 交于点 C , $BD \perp l$ 交于点 D .
求证: $AC = OD$.



2. (浙江嘉兴中考题) 如图, 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DCB$ 中, AC 与 BD 交于点 E , 且 $\angle A = \angle D$, $AB = DC$.

- (1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle DCE$;
(2) 当 $\angle AEB = 50^\circ$, 求 $\angle EBC$ 的度数.

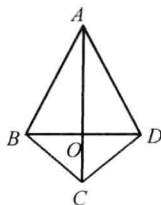




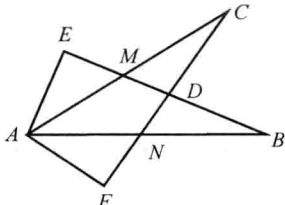
提升训练

一、选择题

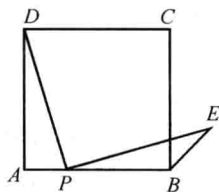
- (陕西中考题)如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD$, $CB = CD$, 若连接 AC 、 BD 相交于点 O , 则图中全等三角形共有 ()
A. 1 对 B. 2 对 C. 3 对 D. 4 对
- (四川凉山中考题)如图所示, $\angle E = \angle F = 90^\circ$, $\angle B = \angle C$, $AE = AF$, 有下列结论:
① $EM = FN$; ② $CD = DN$; ③ $\angle FAN = \angle EAM$; ④ $\triangle ACN \cong \triangle ABM$. 其中正确的有 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



(第1题)



(第2题)

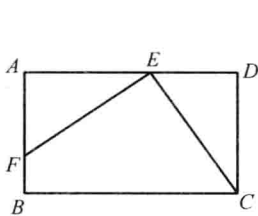


(第3题)

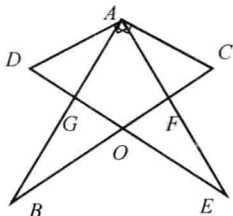
- (贵州黔东南中考题)如图,点 P 是正方形 $ABCD$ 边 AB 上一点(不与 A 、 B 重合),连接 PD 并将线段 PD 绕点 P 顺时针旋转 90° , 得线段 PE , 连接 BE , 则 $\angle CBE$ 等于 ()
A. 75° B. 60° C. 45° D. 30°

二、填空题

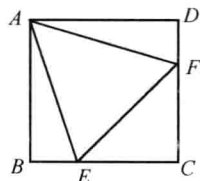
- (辽宁丹东中考题)如图,已知矩形 $ABCD$ 中, E 是 AD 上的一点, F 是 AB 上的一点, $EF \perp EC$, 且 $EF = EC$, $DE = 4$ cm, 矩形 $ABCD$ 的周长为 32 cm, 则 $AE =$ _____ cm.
- (江西中考题)如图所示,两块完全相同的含 30° 角的直角三角形叠放在一起,且 $\angle DAB = 30^\circ$. 有以下四个结论: ① $AF \perp BC$; ② $\triangle ADG \cong \triangle ACF$; ③ O 为 BC 的中点; ④ $AG : DE = \sqrt{3} : 4$, 其中正确结论的序号是 _____.



(第1题)



(第2题)



(第3题)

- (山东德州中考题)如图,在正方形 $ABCD$ 中,边长为 2 的等边三角形 AEF 的顶点 E 、 F 分别在 BC 和 CD 上,下列结论: ① $CE = CF$; ② $\angle AEB = 75^\circ$; ③ $BE + DF = EF$; ④ $S_{\text{正方形}ABCD} = 2 + \sqrt{3}$, 其中正确结论的序号是 _____.



三、解答题

1. (湖北荆门中考题)如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 是 BC 的中点, 点 E 在 AD 上.

(1) 求证: $BE = CE$;

(2) 若 BE 的延长线交 AC 于点 F , 且 $BF \perp AC$, 垂足为 F , 如图 2, $\angle BAC = 45^\circ$, 原题设其他条件不变.

求证: $\triangle AEF \cong \triangle BCF$.

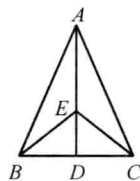


图 1

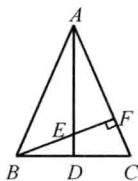
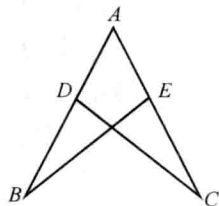


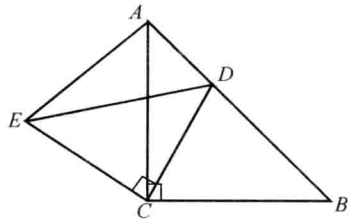
图 2

2. (浙江中考题)如图, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, $BD = CE$, $CD = BE$, 求证: $AB = AC$.



拓展训练

1. (四川内江中考题)已知: 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ECD$ 都是等腰直角三角形, $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$, D 为边 AB 上一点. 求证: $BD = AE$.



2. (广西桂林中考题)如图1,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 6$, D 为 BC 的中点.

(1) 若 E 、 F 分别是 AB 、 AC 上的点,且 $AE = CF$,求证: $\triangle AED \cong \triangle CFD$;

(2) 点 F 、 E 分别在 CA 、 AB 的延长线上(如图2),且 $AE = CF$,上述结论仍成立吗? 请说明理由.

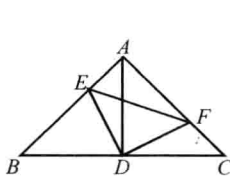


图1

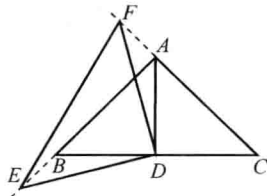


图2

3. (山东东营中考题)仔细阅读题目,完成下题:

(1) 如图1,在正方形 $ABCD$ 中, E 是 AB 上一点, F 是 AD 延长线上一点,且 $DF = BE$. 求证: $CE = CF$;

(2) 如图2,在正方形 $ABCD$ 中, E 是 AB 上一点, G 是 AD 上一点,如果 $\angle GCE = 45^\circ$,请你利用(1)的结论证明: $GE = BE + GD$;

(3) 运用(1)(2)解答中所积累的经验和知识,完成下题:

如图3,在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$ ($BC > AD$), $\angle B = 90^\circ$, $AB = BC$, E 是 AB 上一点,且 $\angle DCE = 45^\circ$, $BE = 4$, $DE = 10$,求直角梯形 $ABCD$ 的面积.

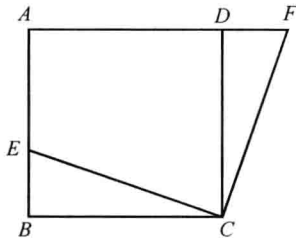


图1

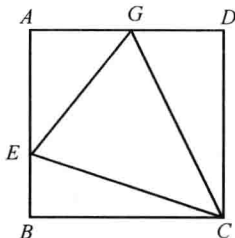


图2

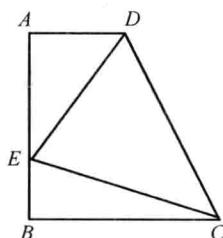


图3

4. (山东东营中考题)仔细阅读题目,完成下题:

(1) 如图1,已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 直线 m 经过点 A , $BD \perp$ 直线 m , $CE \perp$ 直线 m , 垂足分别为点 D 、 E . 证明: $DE = BD + CE$;

- (2) 如图 2, 将(1)中的条件改为: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 、 A 、 E 三点都在直线 m 上, 并且有 $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC = \alpha$, 其中 α 为任意锐角或钝角. 请问结论 $DE = BD + CE$ 是否成立? 若成立, 请你给出证明; 若不成立, 请说明理由;
- (3) 拓展与应用: 如图 3, D 、 E 是 D 、 A 、 E 三点所在直线 m 上的两动点(D 、 A 、 E 三点互不重合), 点 F 为 $\angle BAC$ 平分线上的一点, 且 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACF$ 均为等边三角形, 连接 BD 、 CE , 若 $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC$, 试判断 $\triangle DEF$ 的形状.

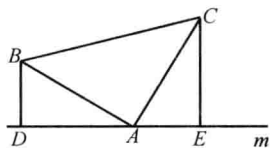


图 1

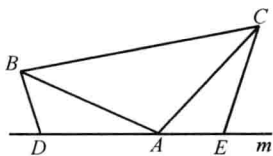


图 2

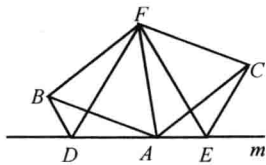


图 3



我爱数学

数学除了记数以外, 还需要一套数学符号来表示数和数、数和形的相互关系.

数学符号的发明和使用比数字晚, 现在常用的有 200 多个, 初中数学涉及的有 20 多个, 它们都有一段有趣的经历.

十六世纪法国数学家维叶特用“=”表示两量的差别. 可是英国牛津大学数学、修辞学教授列考尔德觉得, 用两条平行而又相等的直线来表示两数相等是最合适不过的了, 于是等于符号“=”就从 1540 年开始使用起来.

1591 年, 法国数学家韦达在书中大量使用这个符号, 才逐渐被人们接受. 十七世纪德国莱布尼广泛使用了“=”号, 他还在几何学中用“ $\sim$ ”表示相似[北京人教版九年级学到], 用“ $\cong$ ”表示全等. 这就是全等符号“ $\cong$ ”的起源.



例题详解

例 1 证明: $\because FB = CE$,

$$\therefore BC = EF.$$

$$\because AB \parallel ED, \therefore \angle B = \angle E.$$

$$\because AC \parallel DF, \therefore \angle ACB = \angle DFE.$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (ASA).$$

$\therefore AC = DF$.

例 2 证明: $\because AD$ 平分 $\angle EDC, \therefore \angle ADE = \angle ADC$.

又 $DE = DC, AD = AD$,

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ADC (SAS). \therefore \angle E = \angle C$.

又 $\angle E = \angle B, \therefore \angle B = \angle C. \therefore AB = AC$.

例 3 (1) 证明: $\because \angle ABC = 90^\circ, \therefore \angle CBF = \angle ABE = 90^\circ$.

在 $Rt\triangle ABE$ 和 $Rt\triangle CBF$ 中,

$\because AE = CF, AB = CB$,

$\therefore Rt\triangle ABE \cong Rt\triangle CBF (HL)$.

(2) 解: $\because AB = BC, \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAB = \angle ACB = 45^\circ$.

$\because \angle BAE = \angle CAB - \angle CAE = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$,

由(1)知 $Rt\triangle ABE \cong Rt\triangle CBF$,

$\therefore \angle BCF = \angle BAE = 15^\circ. \therefore \angle ACF = \angle BCF + \angle ACB = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ$.

— ■ ■ 第二讲 轴对称与轴对称图形 ■ ■ —



课标导航

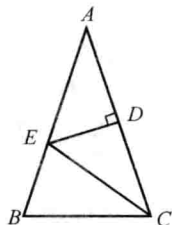
了解轴对称与轴对称图形的概念、性质等,强调线段、角、等腰三角形的轴对称性.解题时,根据垂直平分线、角平分线及等腰三角形的等边对等角、等角对等边及三线合一等性质,善于利用各性质特征,灵活解题.轴对称是图形的三大基本运动之一,在几何中占有奠基作用.垂直平分线、角平分线及等腰三角形的一些性质更在中考中频频出现.



经典例题

例 1 (湖南株洲中考题)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 36^\circ$, AC 的垂直平分线交 AB 于点 E , D 为垂足,连接 EC .

- (1) 求 $\angle ECD$ 的度数;
- (2) 若 $CE = 5$, 求 BC 的长.

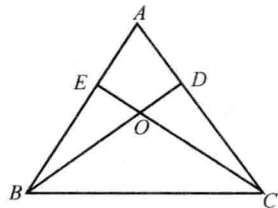


自我尝试

美妙思维 第(1)小题利用垂直平分线的性质、等边对等角即可求得. 第(2)小题可以大胆猜想 $CE = BC$, 利用等角对等边即可证明. 不要忘了 $\triangle ABC$ 是顶角为 36° 的等腰三角形.

例 2 (江苏扬州中考题)已知: 如图, 锐角三角形 ABC 的两条高 BD 、 CE 相交于点 O , 且 $OB = OC$.

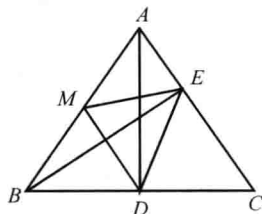
- (1) 求证: $\triangle ABC$ 是等腰三角形;
- (2) 判断点 O 是否在 $\angle BAC$ 的角平分线上, 并说明理由.



自我尝试

美妙思维 第(1)小题等腰三角形的判定有两种方法：① 等腰三角形的定义，即有两条边相等的三角形是等腰三角形；② 等腰三角形的判定，即等角对等边。第(2)小题连接 AO ，证明 $\angle BAO = \angle CAO$ 即可。

例3 (上海中考题)如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ ，点 D 为垂足， $AC \perp BE$ ，点 E 为垂足，点 M 为边 AB 的中点，连接 ME 、 MD 、 ED 。



- (1) 求证： $\triangle MED$ 是等腰三角形；
- (2) 求证： $\angle EMD = 2\angle DAC$ 。

自我尝试

美妙思维 第(1)小题根据 $AD \perp BC$ ， $AC \perp BE$ ，可知 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ABE$ 都是直角三角形。又因为 M 是 AB 的中点，根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半即可证明 $MD = ME$ 。第(2)小题利用三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和，可知 $\angle BME = 2\angle MAE$ ， $\angle BMD = 2\angle MAD$ ，两式作差即可。

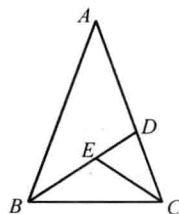


基础训练

一、选择题

1. (浙江宁波中考题)如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle A = 36^\circ$ ， BD 、 CE 分别是 $\triangle ABC$ 、 $\triangle BCD$ 的角平分线，则图中的等腰三角形有 ()

- A. 5 个
B. 4 个
C. 3 个
D. 2 个

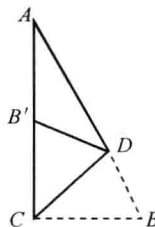


2. 下面给出的几种三角形：① 有两个角为 60° 的三角形；② 三个外角都相等的三角形；③ 一边上的高也是这边上的中线的等腰三角形；④ 有一个角为 60° 的等腰三角形。其中一定是等边三角形的有 ()

- A. 4 个
B. 3 个
C. 2 个
D. 1 个

3. (湖南郴州中考题)如图，在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 25^\circ$ ， D 是 AB 上一点。将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿 CD 折叠，使点 B 落在边 AC 上的 B' 处，则 $\angle ADB'$ 等于 ()

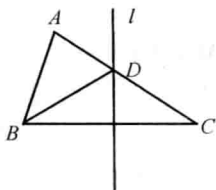
- A. 25°
B. 30°
C. 35°
D. 40°



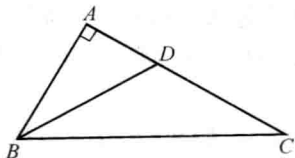


二、填空题

1. (江苏泰州中考题)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB + AC = 6$ cm, BC 的垂直平分线 l 与 AC 相交于点 D , 则 $\triangle ABD$ 的周长为 _____ cm.



(第1题)

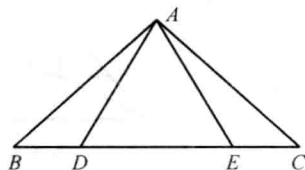


(第2题)

2. (浙江丽水中考题)如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D , $AD = 3$, $BC = 10$, 则 $\triangle BDC$ 的面积是 _____.
3. (甘肃白银中考题)若等腰三角形的周长为 16, 其一边长为 6, 则另两边为 _____.

三、解答题

1. (湖北襄阳中考题)如图,点 D 、 E 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上,连接 AD 、 AE . ① $AB = AC$; ② $AD = AE$; ③ $BD = CE$. 以此三个等式中的两个作为命题的题设,另一个作为命题的结论,构成三个命题: ①② $\Rightarrow$ ③; ①③ $\Rightarrow$ ②; ②③ $\Rightarrow$ ①.



- (1) 以上三个命题是真命题的为(直接作答) _____;
- (2) 请选择一个真命题进行证明(先写出所选命题,然后证明).

2. 两个全等的含 30° , 60° 角的三角板 ADE 和三角板 ABC 如图所示放置, E 、 A 、 C 三点在一条直线上, 连接 BD , 取 BD 的中点 M , 连接 ME 、 MC , 试判断 $\triangle EMC$ 的形状, 并说明理由.

