扫一扫 找学霸

微信号：chinastar01

刷百题 做学霸

2016 百题大过关

修订版

高考数学 理科版

第一关

基础题

张瑞炳◎主编

上海市著名商标
华东师范大学出版社
全国百佳图书出版单位

2016

百题大过关

高考数学

第一关　基础题（理科版）

（修订版）

主　编：张瑞炳

编写者：

吴　迅　张瑞炳　赖平民　邱天文

陈文清　陈海烽　连生核　章少川

李生华　祝国华　杨福能　白福宗

黄天顺

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考数学第一关基础题:理科版/张瑞炳主编.—修订本.—上海:华东师范大学出版社,2015.2
(百题大过关)
ISBN 978-7-5675-3154-3

Ⅰ.①高… Ⅱ.①张… Ⅲ.①中学数学课-高中-习题集-升学参考资料 Ⅳ.①G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第040496号

百题大过关

高考数学·第一关 基础题(理科版)(修订版)

主　　编 张瑞炳
总 策 划 倪　明
项目编辑 舒　刊
审读编辑 徐慧平
装帧设计 卢晓红
责任发行 高　峰

出版发行 华东师范大学出版社
社　　址 上海市中山北路3663号 邮编200062
网　　址 www.ecnupress.com.cn
电　　话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887
地　　址 上海市中山北路3663号华东师范大学校内先锋路口
网　　店 http://hdsdcbs.tmall.com

印 刷 者 昆山市亭林彩印厂有限公司
开　　本 787×1092 16开
印　　张 16.75
字　　数 430千字
版　　次 2015年4月第2版
印　　次 2015年4月第1次
印　　数 40000
书　　号 ISBN 978-7-5675-3154-3/G·8002
定　　价 29.00元

出 版 人 王　焰

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话021-62865537联系)

致小伙伴们

我不是学霸，不过，中考数学神奇地拿了A，之前一直是B来着. 不知道是不是考前一个半月狂刷百题大过关的第一关（基础题）和第二关（核心题）的原因，反正刷完了上战场，就拿了A.

狂刷百题，倒床便睡！

一日刷百题，考试九十九！

愿得一学神，白首不相离，带我上自习，每日刷百题.

与其考羡自主招生，不如平时多刷百题.

换了新同桌，与学霸做起了同桌，从此开启日刷百题模式！

称你们是小伙伴，我们是你们的大朋友. 让我们一起分享上面这些刷过百题的小伙伴们的经历.

每天背着5公斤的书包上学、每天喝8杯水睡 $n(n<8)$ 小时的小伙伴们，你们一定都有过刷题的经历！那经历是不是像上面的学兄学姐一样有点苦又有点 High？

关于刷题，下面的一则新闻或许能给我们带来启示：上海学生在PISA（国际学生评估项目）测试中连续两次夺得第一，但每周作业时间同样位列世界第一. 对此，专家说了，做作业对于提高成绩非常有效，但并非越多越好. 算上周末，15岁学生平均每周最佳作业时间在11小时左右. “在最佳作业时间内作业时间越长成绩越好，但是超过最佳作业时间后成绩提高程度很小.”

看来，刷题的确能提高成绩，刷题是小伙伴们的必修课，但刷得不好也会成为灾难的. 我们就是把刷题当做专业课来上的，目标是提升小伙伴们刷题的幸福指数，高效刷题.

必修课——轻松高效不拖堂

作为专业的出版单位，我们要做的，是将小伙伴们要刷的题精选再精选，在确保训练质量的前提下尽量控制题量，让必修课轻松高效、不会拖堂. 为此，我们邀请了经验丰富的一线教师担纲编写，每本书或每个考点精心设计百道互不重复且具有一定梯度的训练题，题目排列杜绝杂乱无章和随意性. 希望能帮助小伙伴们顺利过关.

幸福课——查询方便不伤眼

为了方便使用本丛书的小伙伴们，提高大家的幸福指数，对有一定难度的题目，我们不仅提供参考答案，还力求作最为详尽的解析，以供小伙伴们查询，让小伙伴们知其然，更知其所以然. 为了不摧残小伙伴们的眼睛，我们在图书的编排上尽量简洁明了，字号适中，以提高小伙伴们刷题的速度.

专业课——紧跟考情不落伍

对于刷题，大朋友们是用专业的精神来对待的. 每年的考试一结束，我们都会组织老师认真研究考题，把握考试变化的趋势，并提醒老师们要将最新的考试变化反映到图书上，也经常收集小伙伴们的改进建议，所以，我们的图书每年都会修订. 有些图书，已经修订到第13版了，是不是很有生命力？

愿所有刷过百题的小伙伴们，轻松上考场，快乐做学霸！

一群大朋友

编写说明

数学是高考学科“含金量”很重的一个学科，必须认真面对数学科高考，勇敢闯过高考数学这个重要的关口. 机遇与挑战并存，希望与困难同在.

纵观各地的高考数学卷，满分一般是 150 分，考试用时大多是 2 小时，题量(包括解答题中的小题)大概为 22 题左右，题型有“选择题”、“填空题”、“解答题”三类，题目按难度区分又有“容易题”、“中档题”、“稍难题”三种(整卷“容易题”、“中档题”、“稍难题”的分值之比约为 6∶3∶1). 许多同学的高考成绩不理想，其原因不外有两个，或者因为自身基础知识薄弱，运算、推理、应用能力欠缺；或者由于对高考产生紧张、畏难情绪导致看错、理解错题意，对各种难度题目平均用力导致考试用时不够. 为了帮助高中毕业生更好地闯过高考数学这一大关，我们编写了这套《百题大过关・高考数学》丛书，目的是让各位读者读完全套丛书，研究、做完书中的例题、练习题后，能了解高考数学卷的结构，发挥自己的最大潜能，顺利解答高考数学试题，取得好成绩，考上理想的学校.

本着为考生服务的宗旨，丛书的编写顺应高中毕业生的实际学习状况，选题力求全面性与典型性，注意根据高考数学命题的统计分布来确定各知识点、各题型的题量，尽量涵盖多年来高考常见的各种题型；同时注意高考数学命题的变化趋势，尽量选取近年来高考的创新题型.

学生在学习程度上有差异，有好、中、差之分，学习的过程从易到难逐渐加大难度. 为适合不同学生不同阶段的学习需要，我们按照高考数学试题的难易程度，把这套丛书分为五册书来编写，它们分别为《第一关　基础题(文科版)》，《第一关　基础题(理科版)》，《第二关　核心题(文科版)》，《第二关　核心题(理科版)》，《第三关　压轴题》. 各册简介如下：

《第一关　基础题》所选的题目为容易题. 若按整卷满分 150 分计，高考容易题分值在 90 分左右，基础较差的考生认真用好该册书后，能确保拿到容易题(即基础题)的分数，高考成绩便超过 90 分. 该书按知识点来编排，对高中阶段数学科基础知识进行全面的复习，总题量有 500 题.

《第二关　核心题》所选的题目为中档题. 若按整卷满分 150 分计，高考中档题分值在 40 分左右，基础一般的考生认真用好该册书后，能确保拿到中档题(即核心题)的分数，高考成绩便可达到 130 分以上. 该书按知识整合和数学思想方法来编排，体现数学的核心本质与应用价值，总题量有 300 题.

《第三关　压轴题》所选的题目为稍难题. 若按整卷满分 150 分计，高考稍难题分值在 20 分左右. 基础较好的考生认真用好该册书后，能确保拿到稍难题(即压轴题)的分数，高考成绩便可达 140 分以上. 该书按“题型”和能力要求来编排，对每一类型的压轴题作详尽的介绍，总题量有 100 题.

当然，上述各类同学在用完相应的一本丛书后，可根据自己的具体情况，再选取其他一本或两本丛书来研读，这对进一步夯实基础知识，提高解题能力，取得更好成绩大有裨益.

本书《第一关　基础题(理科版)》按照考试大纲对各个知识点的要求，对知识点进行适当的整合，本书共十三章. 在各章中的评述中，详尽讲解了该章节的基础题所涉及的知识在高考中的表现形式与命题趋势，并通过典型例题加以说明. 对各章节内容，本书还选取相应的基础

题范题(题型有选择题、填空题、解答题等)让读者练习巩固,以检验自己对该专题知识掌握的程度. 相信大家认真阅读本书并做好相关范题(书末附有答案与提示)后会受益匪浅,特别是基础一般的同学一定会过好“基础”关.

吃透百题,胜券在握. 愿读者增强信心,闯过“基础题”、“核心题”、“压轴题”三关,在数学高考中打个漂亮仗!

编者

目录

第一章 集合、常用逻辑用语

集合、简易逻辑知识，作为一种数学工具，在函数、方程、不等式、排列组合及曲线与方程等方面都有广泛的运用，高考题中常以上面内容为载体，以集合的语言为表现形式，结合简易逻辑知识考查学生对数学思想、数学方法的掌握情况和运用数学知识的能力.

第一节 集 合

集合是每年高考必考的知识点之一. 考试形式多以客观题为主，有时也会渗透在解答题的表达之中. 题型一般是选择和填空的形式，主要考查集合间的基本关系、集合的基本运算，近年试题加强了对集合的计算化简的考查，并向无限集发展，考查抽象思维能力. 在解决这些问题时，要注意利用几何的直观性，注意运用韦恩(Venn)图，注意利用特殊值法.

考点诠释

下面根据考纲的要求，结合具体的案例，对集合的含义与表示、集合间的基本关系和集合的基本运算进行诠释.

1 集合的含义与表示

(1) 了解集合的含义、元素与集合的“属于”关系；

(2) 能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述具体的问题.

例 1 已知 $A=\{1, 2\}$, $B=\{x \mid x \in A\}$，则集合 A 与 B 的关系为______.

解析 因为 $A=\{1, 2\}$，所以 $B=\{x \mid x \in A\}=\{1, 2\}$，故 $A=B$.

要点诠析 了解集合 B 的含义.

例 2 已知全集 $U=\mathbf{R}$，则正确表示集合 $M=\{-1, 0, 1\}$ 和 $N=\{x \mid x^2+x=0\}$ 关系的韦恩(Venn)图是______.

① ② ③ ④

例2图

解析 由 $N=\{x \mid x^2+x=0\}$，得 $N=\{-1, 0\}$，又因为 $M=\{-1, 0, 1\}$，所以 $N \subsetneqq M$. 故填②.

要点诠析 本题很好地体现了考纲的要求.

例 3 已知集合 $A=\{x \mid x>5\}$，集合 $B=\{x \mid x>a\}$，若命题"$x\in A$"是命题"$x\in B$"的充分不必要条件，则实数 a 的取值范围是________.

解析 因为命题"$x\in A$"是命题"$x\in B$"的充分不必要条件，所以 $A\subsetneqq B$，故 $a<5$.

要点诠析 能用图形语言(如数轴等)描述具体的问题.

2 集合间的基本关系

(1) 理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集；

(2) 在具体情境中，了解全集与空集的含义.

例 4 若 $\varnothing\subsetneqq\{x \mid x^2\leqslant a,\ a\in\mathbf{R}\}$，则实数 a 的取值范围是________.

解析 由题意知，$x^2\leqslant a$ 有解，故 $a\geqslant 0$.

要点诠析 在具体情境中，了解全集与空集的含义.

例 5 设集合 $A=\{x \mid |x-a|<1,\ x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x \mid 1<x<5,\ x\in\mathbf{R}\}$. 若 $A\cap B=\varnothing$，则实数 a 的取值范围是(　　).

(A) $\{a \mid 0\leqslant a\leqslant 6\}$　　(B) $\{a \mid a\leqslant 2$ 或 $a\geqslant 4\}$

(C) $\{a \mid a\leqslant 0$ 或 $a\geqslant 6\}$　　(D) $\{a \mid 2\leqslant a\leqslant 4\}$

解析 易知 $A=\{x \mid a-1<x<a+1\}$，又 $B=\{x \mid 1<x<5\}$，$A\cap B=\varnothing$，所以 $a+1\leqslant 1$ 或 $a-1\geqslant 5$，解之得 $a\leqslant 0$ 或 $a\geqslant 6$. 故选 C.

要点诠析 本题主要通过数轴研究集合之间的关系.

例 6 已知集合 $A=\{x,\ xy,\ \lg(xy)\}$，$B=\{0,\ |x|,\ y\}$，且 $A=B$，试求 x、y 的值.

解析 由 $\lg(xy)$ 知 $xy>0$，故 $x\neq 0$，$xy\neq 0$，于是由 $A=B$，得 $\lg(xy)=0$，即 $xy=1$. 所以 $A=\{x,\ 1,\ 0\}$，$B=\left\{0,\ |x|,\ \dfrac{1}{x}\right\}$，于是必有 $|x|=1$，$\dfrac{1}{x}=x\neq 1$，故 $x=-1$，从而 $y=-1$.

要点诠析 理解集合相等的含义.

3 集合的基本运算

(1) 理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集；

(2) 理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集；

(3) 能使用韦恩图表达集合的关系及运算.

例 7 设集合 $A=\{x \mid -3\leqslant 2x-1\leqslant 3\}$，集合 B 是函数 $y=\lg(x-1)$ 的定义域，则 $A\cap B=$________.

解析 因为 $A=\{x \mid -3\leqslant 2x-1\leqslant 3\}=\{x \mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x \mid x-1>0\}=\{x \mid x>1\}$，所以 $A\cap B=\{x \mid 1<x\leqslant 2\}$.

要点诠析 在含对数的表达式中，其真数要大于零，底数大于零且不等于 1.

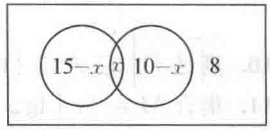
例 8 设集合 $A=\{4,5,7,9\}$，$B=\{3,4,7,8,9\}$，全集 $U=A\cup B$，则集合 $\complement_U(A\cap B)$ 中的元素共有________个.

解析 因为 $A\cap B=\{4,7,9\}$，$A\cup B=\{3,4,5,7,8,9\}$，所以 $\complement_U(A\cap B)=\{3,5,8\}$，故集合 $\complement_U(A\cap B)$ 中有 3 个元素.

要点诠析 会求两个简单集合的并集与交集.

例 9 某班共 30 人，其中 15 人喜爱篮球运动，10 人喜爱乒乓球运动，8 人对这两项运动都不喜爱，则喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为________.

解析 设两项运动都喜爱的人数为 x，画出韦恩图（如图），得到方程 $15-x+x+10-x+8=30$，解得 $x=3$，所以喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为 $15-3=12$（人）.



例9图

要点诠析 能使用韦恩图表达集合的关系及运算.

归纳总结

1. 应用集合知识的基础能力是准确描述集合中的元素，熟练运用集合的各种符号，如 $\in$、$\notin$、$\subseteq$、$\subsetneqq$、$=$、$\complement_S A$、$\cup$、$\cap$ 等.

2. 常见数集的符号：自然数集 $\mathbf{N}$，正整数集 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$，整数集 $\mathbf{Z}$，有理数集 $\mathbf{Q}$，实数集 $\mathbf{R}$.

3. 对于集合 A、B，当 $A\cap B=\varnothing$ 时，要注意到一个极端情况：$A=\varnothing$ 或 $B=\varnothing$；求集合的子集时，不要忘记 $\varnothing$；当研究 $A\subseteq B$ 的时候，要考虑到 $A=\varnothing$ 的情形；当 $A\cup B=A$ 时，要注意到 $B=\varnothing$ 的情形.

4. 集合 $A=\{x\mid y=f(x)\}$ 表示函数 $y=f(x)$ 的定义域；集合 $B=\{y\mid y=f(x)\}$ 表示函数 $y=f(x)$ 的值域；集合 $C=\{(x,y)\mid y=f(x)\}$ 表示函数 $y=f(x)$ 的图象上点的坐标集合.

过关演练

001. 设集合 $M=\{x\mid x^2+x-6<0\}$，$N=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$，则 $M\cap N=$（　　）.

(A) $[1,2)$　　(B) $[1,2]$　　(C) $(2,3]$　　(D) $[2,3]$

002. 已知 M、N 为集合 I 的非空真子集，且 M、N 不相等，若 $N\cap \complement_I M=\varnothing$，则 $M\cup N=$（　　）.

(A) M　　(B) N　　(C) I　　(D) $\varnothing$

003. 已知集合 $A=\{(x,y)\mid x^2+y^2=1\}$，$B=\{(x,y)\mid y=x\}$，则 $A\cap B$ 的元素个数为（　　）.

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

004. 设集合 $U=\{y\mid y=\log_2 x,\ x>1\}$，$P=\left\{y\,\middle|\, y=\frac{1}{x},\ x>2\right\}$，则 $\complement_U P=$（　　）.

(A) $\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　(B) $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$

(C) $(0,+\infty)$　　(D) $(-\infty,0]\cup\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$

005. 已知集合 $M=\{0,1,2\}$，$N=\{x\mid x=2a,\ a\in M\}$，则集合 $M\cap N=$ ________.

006. 集合 $A=\{x\mid x>2\}$，$B=\{x\mid x\geqslant a\}$.

(1) 若 $A\subseteq B$，则实数 a 的取值范围是________；

(2) 若 $B\subseteq A$，则实数 a 的取值范围是________.

007. 已知集合 $A=\{-1,3,2m-1\}$，集合 $B=\{3,m^2\}$. 若 $B\subseteq A$，则实数 $m=$ ________.

008. 设集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{4,5\}$，$M=\{x\mid x=a+b,\ a\in A,\ b\in B\}$，则 M 中的元素个数为（　　）.

(A) 3　　(B) 4　　(C) 5　　(D) 6

009. 已知集合 $M=\{x\mid x^2=1\}$，集合 $N=\{x\mid ax=1\}$，若 $N\subsetneqq M$，则 a 的值组成的集合是

________.

010. 满足 $\{1\} \subsetneqq A \subseteq \{1, 2, 3\}$ 的集合 A 有________个.

011. 集合 $M=\{x \mid \lg x>0\}$, $N=\{x \mid x^2 \leqslant 4\}$,则 $M \cap N=$________.

012. 设集合 $M=\{m \mid m=2^n, n \in \mathbf{N}$,且 $m<500\}$,则 M 中所有元素的和为________.

013. 已知集合 $A=\{x \mid x^2-2x-3 \leqslant 0\}$, $B=\{x \mid x^2-2mx+m^2-4 \leqslant 0, x \in \mathbf{R}\}$.

(1) 若 $A \cap B=[0, 3]$,求实数 m 的值;

(2) 若 $A \subseteq \complement_{\mathbf{R}} B$,求实数 m 的取值范围.

第二节 常用逻辑用语

简易逻辑考查的重点是命题的真假情况、全称量词与存在量词、充要条件. 充要条件是近几年高考的重点内容,它可与三角、立体几何、解析几何、不等式等知识联系起来综合考查. 处理充分、必要条件问题时,首先要分清条件与结论,然后才能进行推理和判断. 不仅要深刻理解充分、必要条件的概念,而且要熟知问题中所涉及的知识点和有关概念. 确定条件为不充分或不必要的条件时,常用构造反例的方法来说明. 等价变换是判断充分、必要条件的重要手段之一,特别是以否定形式出现的命题,常通过它的等价命题,即逆否命题来考查条件与结论间的充分、必要关系.

考点诠释

下面根据考纲的要求,结合具体的案例,对命题及其关系、简单的逻辑联结词和全称量词与存在量词进行诠释.

1 了解命题的概念;了解"若 p,则 q"形式的命题的逆命题、否命题与逆否命题,会分析四种命题的相互关系;理解必要条件、充分条件与充要条件的意义

例 1 命题"若一个数是负数,则它的平方是正数"的逆命题是(　　).

(A) 若一个数是负数,则它的平方不是正数

(B) 若一个数的平方是正数,则它是负数

(C) 若一个数不是负数,则它的平方不是正数

(D) 若一个数的平方不是正数,则它不是负数

解析 因为一个命题的逆命题是将原命题的条件与结论进行交换,因此逆命题为"若一个数的平方是正数,则它是负数". 故选 B.

要点诠析 了解"若 p,则 q"形式的命题的逆命题、否命题与逆否命题;会分析四种命题的相互关系.

例 2 命题:"若 $x^2<1$,则 $-1<x<1$"的逆否命题是(　　).

(A) 若 $x^2 \geqslant 1$,则 $x \geqslant 1$ 或 $x \leqslant -1$

(B) 若 $-1<x<1$,则 $x^2<1$

(C) 若 $x>1$ 或 $x<-1$,则 $x^2>1$

(D) 若 $x\geqslant 1$ 或 $x\leqslant -1$,则 $x^2\geqslant 1$

解析 根据逆否命题与原命题的关系,可知选 D.

例 3 命题"若 $a>b$,则 $2^a>2^b-1$"的否命题为________.

解析 根据否命题与原命题的关系,可得否命题是:若 $a\leqslant b$,则 $2^a\leqslant 2^b-1$.

例 4 下列选项中,p 是 q 的必要不充分条件的是( ).

(A) p:$a+c>b+d$, q:$a>b$ 且 $c>d$

(B) p:$a>1$, $b>1$, q:函数 $f(x)=a^x-b(a>0$,且 $a\neq 1)$ 的图象不过第二象限

(C) p:$x=1$, q:$x^2=x$

(D) p:$a>1$, q:函数 $f(x)=\log_a x(a>0$,且 $a\neq 1)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数

解析 要判断 p 是 q 的什么条件,只要判断由 p 能否推出 q 和由 q 能否推出 p 即可. 由 $a>b$ 且 $c>d$ 可以得到 $a+c>b+d$,可举反例说明由 $a+c>b+d$ 不能推出 $a>b$ 且 $c>d$,因此,p 是 q 的必要不充分条件;D 中 p 是 q 的充要条件;B、C 中 p 是 q 的充分不必要条件. 故选 A.

要点诠析 理解必要条件、充分条件与充要条件的意义.

2 了解逻辑联结词"或"、"且"、"非"的含义

例 5 已知命题 p:所有有理数都是实数,命题 q:正数的对数都是负数,则下列命题中为真命题的是( ).

(A) $(\neg p)\vee q$ (B) $p\wedge q$

(C) $(\neg p)\wedge(\neg q)$ (D) $(\neg p)\vee(\neg q)$

解析 不难判断命题 p 为真命题,命题 q 为假命题,从而上述叙述中只有 $(\neg p)\vee(\neg q)$ 为真命题. 故选 D.

要点诠析 能根据真值表判断含有逻辑联结词命题的真假.

3 理解全称量词与存在量词的意义;能正确地对含有一个量词的命题进行否定

例 6 命题:"已知函数 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的增函数,a、b 是实数. 若 $a+b\geqslant 0$,则 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$."

(1) 写出否命题,判断其真假,并证明你的结论;

(2) 写出逆否命题,判断其真假,并证明你的结论.

解析 (1) 否命题:已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数,a、b 是实数. 若 $a+b<0$,则 $f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$.

该命题是真命题,证明如下:

因为 $a+b<0$,所以 $a<-b$,$b<-a$.

又因为 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数,所以 $f(a)<f(-b)$,$f(b)<f(-a)$,因此 $f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$,所以否命题为真命题.

(2) 逆否命题:已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数,a、b 是实数. 若 $f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$,则 $a+b<0$.

该命题是真命题,可通过证原命题为真命题来证明它.

因为 $a+b\geqslant 0$,所以 $a\geqslant -b$,$b\geqslant -a$,因为 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数,所以 $f(a)\geqslant f(-b)$,$f(b)\geqslant f(-a)$,从而 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$.

故原命题为真命题,所以逆否命题也为真命题.

要点诠析 要注意四种命题之间的关系.

归纳总结

1. 四种命题:原命题为“若 p,则 q”,它的逆命题为“若 q,则 p”,它的否命题为“若 $\neg p$,则 $\neg q$”,它的逆否命题为“若 $\neg q$,则 $\neg p$”.

2. 复合命题“p 或 q”的否定为“$\neg p$ 且 $\neg q$”,“p 且 q”的否定为“$\neg p$ 或 $\neg q$”,“全为”的否定是“不全为”,“都是”的否定为“不都是”等.

3. 充分条件与必要条件:若 $p \Rightarrow q$,但 $q \not\Rightarrow p$,则称 p 是 q 的充分不必要条件;若 $p \not\Rightarrow q$,但 $q \Rightarrow p$,则称 p 是 q 的必要不充分条件;若 $p \Leftrightarrow q$,则称 p 是 q 的充要条件;若 $p \not\Rightarrow q$, $q \not\Rightarrow p$,则称 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

4. 处理充分、必要条件问题时,首先要分清条件与结论,然后再进行推理和判断.

5. 判断命题的充分、必要关系有三种方法:

(1) 定义法:直接判断若 p 则 q,若 q 则 p 的真假;

(2) 等价法:即利用 $A \Rightarrow B$ 与 $\neg B \Rightarrow \neg A$, $B \Rightarrow A$ 与 $\neg A \Rightarrow \neg B$, $A \Leftrightarrow B$ 与 $\neg B \Leftrightarrow \neg A$ 的等价关系;

(3) 从集合观点看,若 $A \subseteq B$,则 A 是 B 的充分条件,B 是 A 的必要条件;若 $A = B$,则 A 是 B 的充要条件.

过关演练

014. 已知 α、β 表示两个不同的平面,m 为平面 α 内的一条直线,则“$\alpha \perp \beta$”是“$m \perp \beta$”的(　　).

(A) 充分不必要条件　　(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

015. “$a = 1$”是“函数 $f(x) = |x - a|$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上为增函数”的(　　).

(A) 充分不必要条件　　(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

016. 设集合 $M = \{x \mid 0 < x \leqslant 3\}$, $N = \{x \mid 0 < x \leqslant 2\}$,那么“$a \in M$”是“$a \in N$”的(　　).

(A) 充分不必要条件　　(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

017. 已知 p 是 r 的充分不必要条件,q 是 r 的充分条件,s 是 r 的必要条件,q 是 s 的必要条件. 现有下列命题:①s 是 q 的充要条件;②p 是 q 的充分不必要条件;③r 是 q 的必要不充分条件;④$\neg p$ 是 $\neg s$ 的必要不充分条件;⑤r 是 s 的充分不必要条件,则正确命题序号是(　　).

(A) ①④⑤　　(B) ①②④　　(C) ②③⑤　　(D) ②④⑤

018. 下列各小题中,p 是 q 的充要条件的是(　　).

① p:$m < -2$,或 $m > 6$; q:$y = x^2 + mx + m + 3$ 有两个不同的零点;

② p:$\dfrac{f(-x)}{f(x)} = 1$; q:$y = f(x)$是偶函数;

③ p:$\cos\alpha = \cos\beta$; q:$\tan\alpha = \tan\beta$;

④ p:$A \cap B = A$; q:$\complement_U B \subseteq \complement_U A$.

(A) ①②　　(B) ②③　　(C) ③④　　(D) ①④

019. “$\tan\alpha=1$”是“$\alpha=\frac{\pi}{4}$”的(　　).

(A) 充分不必要条件　　(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

020. 设 $a\in\mathbf{R}$,则“$a=-2$”是“直线 $l_1: ax+2y+4=0$ 与直线 $l_2: x+(a+1)y+4=0$ 平行”的(　　).

(A) 充分不必要条件　　(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

021. 已知命题 $p: \forall x\in\mathbf{R}, \sin x\leqslant 1$,则(　　).

(A) $\neg p: \exists x\in\mathbf{R}, \sin x\geqslant 1$　　(B) $\neg p: \forall x\in\mathbf{R}, \sin x\geqslant 1$

(C) $\neg p: \exists x\in\mathbf{R}, \sin x>1$　　(D) $\neg p: \forall x\in\mathbf{R}, \sin x>1$

022. 下列命题中属于真命题的为(　　).

(A) 若 $\frac{1}{x}=\frac{1}{y}$,则 $x=y$　　(B) 若 $x^2=1$,则 $x=1$

(C) 若 $x=y$,则 $\sqrt{x}=\sqrt{y}$　　(D) 若 $x<y$,则 $x^2<y^2$

023. 函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处导数存在,若 $p: f'(x_0)=0$; $q: x=x_0$ 是 $f(x)$ 的极值点,则(　　).

(A) p 是 q 的充要条件

(B) p 是 q 的充分不必要条件

(C) p 是 q 的必要不充分条件

(D) p 既不是 q 的充分条件,也不是 q 的必要条件

024. 命题“所有能被 2 整除的数都是偶数”的否定是(　　).

(A) 所有不能被 2 整除的数都是偶数

(B) 所有能被 2 整除的数都不是偶数

(C) 存在一个不能被 2 整除的数都是偶数

(D) 存在一个能被 2 整除的数不是偶数

025. 已知关于 x 的二次方程 $x^2+2mx+2m+1=0$. 分别求下列问题成立的充要条件:(1)方程有两实数根,其中一根在区间$(-1, 0)$内,另一根在区间$(1, 2)$内;(2)方程两根都在区间$(0, 1)$内.

第二章 函数与导数

函数是高中数学中十分重要的内容,函数思想是解决数学问题的重要思想之一,是初等数学与高等数学的主要衔接部分,同时也是贯穿整个中学数学的一根主线.函数概念性强,内容丰富,与其他知识(特别是方程、不等式、导数等知识)联系广泛,对函数怎么重视都不过分.函数的性质、函数的图象和函数的综合应用每年都炙手可热,特别是二次函数已经成为高考永恒的主题,涉及的题型有选择题、填空题和解答题.近年来高考试题对函数的考查更加灵活,函数与不等式、函数与数列、函数与解析几何、函数与三角,甚至是函数与向量相结合的问题层出不穷.除了传统考查形式外,花样还不断翻新,已经发展到了挖掘函数本质、活用性质、新定义和新情境等高层次水平上.

导数是高等数学的最为基础的内容,是中学必选的重要知识之一.由于导数的广泛应用,可为解决所学过的函数问题提供更有效的工具或更一般性的方法,导数方法与初等方法相比,对技巧性的要求有所降低,因此运用导数方法可以简捷地解决相关问题.好比杀鸡用牛刀,不费吹灰之力即可解决以往非常复杂的问题.可以说导数的加入使函数这部分内容更加充盈,也显得更加重要.

第一节 函数概念及其图象与性质

本节主要考查函数的定义域、值域、表示法、函数的图象与性质等内容.从命题形式上看,以客观题为主,对数学思想的考查渐成趋势;从能力要求来看,重点还是各种性质的灵活运用.

考点诠释

下面根据考纲的要求,结合具体的案例,对函数进行诠释.

1 了解构成函数的要素,会求一些简单函数的定义域和值域;了解映射的概念

例1 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$ 的定义为 M, $g(x)=\ln(1+x)$ 的定义域为 N,则 $M\cap N=$ ( ).

(A) $\{x \mid x>-1\}$　　(B) $\{x \mid -1<x<1\}$

(C) $\{x \mid x<1\}$　　(D) $\varnothing$

解析 $M=\{x \mid x<1\}$, $N=\{x \mid x>-1\}$,所以 $M\cap N=\{x \mid -1<x<1\}$,故选 B.

要点诠析 会求一些简单函数的定义域.

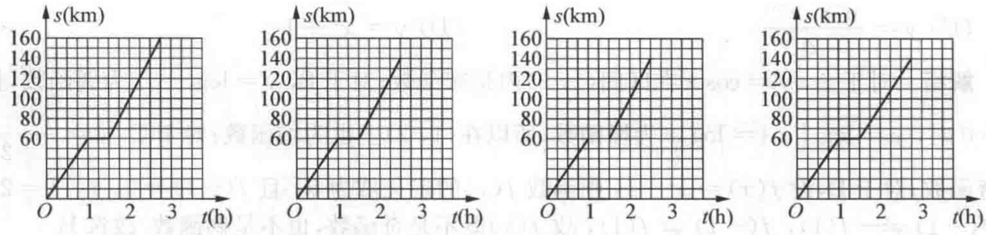
例2 函数 $f(x)=\log_2(3^x+1)$ 的值域为( ).

(A) $(0,+\infty)$　　(B) $[0,+\infty)$　　(C) $(1,+\infty)$　　(D) $[1,+\infty)$

解析 函数 $f(x)=\log_2(3^x+1)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,因为 $3^x+1>1$,所以 $\log_2(3^x+1)>0$,故选 A.

② 在实际情境中,会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法)表示函数

例 3 客车从甲地以 60 km/h 的速度匀速行驶 1 小时到达乙地,在乙地停留了半小时,然后以 80 km/h 的速度匀速行驶 1 小时到达丙地,下列描述客车从甲地出发经过乙地,最后到达丙地所经过的路程 s 与时间 t 之间关系的图象中,正确的是(　　).



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

解析 由选项知横轴为时间轴,纵轴为路程,两次路程共 $60+80=140$ km,因此 A 是错误的;当 $t\in[1,1.5]$ 时,路程为 60,不能为 0,C 是错误的;D 中总用时大于 2.5 小时,故选 B.

要点诠析 本题考查阅读理解和用图象描述变量之间的依赖关系,这是新课程加强的部分.

例 4 已知函数 $f(x)$、$g(x)$ 分别由下表给出:

x	1	2	3
$f(x)$	1	3	1

x	1	2	3
$g(x)$	3	2	1

则 $f[g(1)]$ 的值是________;满足 $f[g(x)]>g[f(x)]$ 的 x 的值是________.

解析 $f[g(1)]=f(3)=1$,由 $f[g(x)]>g[f(x)]$,对 $x=1$、$x=2$、$x=3$ 进行验证,易得 $x=2$ 满足要求.

要点诠析 读懂用列表法描述变量之间的依赖关系.

③ 了解简单的分段函数,并能简单应用

例 5 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x\leqslant 0,\\ 2\cos x, & 0<x<\pi.\end{cases}$ 若 $f[f(x_0)]=2$,则 $x_0=$________.

解析 依题意,当 $x_0\in(0,\pi)$ 时,$-2<f(x_0)<2$,又因为 $f[f(x_0)]=2$,所以 $f(x_0)\leqslant 0$. 所以 $2=f[f(x_0)]=f^2(x_0)$,即 $f(x_0)=-\sqrt{2}$. 于是由 $2\cos x_0=-\sqrt{2}$ 及 $x_0\in(0,\pi)$,解得 $x_0=\dfrac{3\pi}{4}$.

当 $x_0\in(-\infty,0]$ 时,$f(x_0)=x_0^2$. 若 $x_0^2\geqslant\pi$,则 $f[f(x_0)]$ 无意义;若 $0<x_0^2<\pi$,则 $f[f(x_0)]=2\cos x_0^2<2$.

综上,$x_0=\dfrac{3}{4}\pi$.

要点诠析 审视解析式,整体把握分段函数的意义.

④ 理解函数的单调性、最大值、最小值及其几何意义;结合具体函数,了解函数奇偶性的含义

例 6 下列函数中,满足"对任意 x_1、$x_2\in(0,+\infty)$,当 $x_1<x_2$ 时,都有 $f(x_1)>f(x_2)$