吴明科 / 主编

GAODENG SHUXUE

高等数学

西南交通大学出版社
Http://press.swjtu.edu.cn

高 等 数 学

主编　吴明科

编者　唐定云　唐学燕

郑金梅　何泳川

文华艳

西南交通大学出版社

·成　都·

图书在版编目（CIP）数据

高等数学/ 吴明科主编.—成都：西南交通大学出版社，2012.8
ISBN 978-7-5643-1890-1

Ⅰ.①高… Ⅱ.①吴… Ⅲ.①高等数学－高等学校－教材 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 185203 号

高等数学

主编　吴明科

责任编辑	张宝华
封面设计	墨创文化
出版发行	西南交通大学出版社 (成都二环路北一段 111 号)
发行部电话	028-87600564　028-87600533
邮政编码	610031
网　　址	http: //press.swjtu.edu.cn
印　　刷	四川森林印务有限责任公司
成品尺寸	170 mm×230 mm
印　　张	12.375
字　　数	221 千字
版　　次	2012 年 8 月第 1 版
印　　次	2012 年 8 月第 1 次
书　　号	ISBN 978-7-5643-1890-1
定　　价	22.00 元

图书如有印装质量问题　本社负责退换
版权所有　盗版必究　举报电话：028-87600562

前 言

本教材是根据三本工科院校（专科）的教学要求，在多年教学实践的基础上，针对学生专业要求及学时少这一实际情况编写的．教材在编写上突出了数学知识的系统性、简洁性，同时注重了概念产生的背景，强调了数学应用的意识．本书旨在培养学生的抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力，以及科学建构数学知识的能力,可让学生通过对问题解决的数学过程的体会，形成基本的数学素养和思维品质．

全书的内容分为：微积分、线性代数、概率与统计三个部分．其中微积分部分为前面六章，主要介绍了一元微积分学．与一般教材的处理方式相比，本教材先提出了定积分概念，再讲原函数，这样处理的好处是体现了问题解决的数学思维模式．第七章为线性代数部分，主要以初等变换为工具，解决了线性代数理论中最经典的线性方程组解的求法和表示问题．第八章为概率与统计部分，不但对随机事件的概率进行了研究，还利用概率的理论对统计学中最基本的点估计和区间估计进行了讨论．

参加本教材编写工作的是西南科技大学城市学院数学教研室，吴明科为主编，唐定云为主审．具体负责情况为：第一章，唐定云；第二章，郑金梅；第三章，何泳川；第四章，文华艳；第五章，吴明科；第六章，唐学燕；第七章，吴明科．

限于编者水平，以及当前社会对工科学生，特别是专科学生提出的不同要求，教材在内容的取舍上还存在不妥之处，希望读者提出批评和指正．

编　者

2012 年 5 月

目　录

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

第一章　函数与极限

初等数学的研究对象基本上是不变量，因此初等数学又叫做常量数学．而高等数学是以极限为工具，研究变动的量的学科，因此高等数学又称为变量数学．第一章将介绍函数、极限、函数的连续等基本概念以及它们的一些性质．

第一节　映射与函数

一、区间与邻域

定义 1　下面几种集合都称为区间：

$(a, b)=\{x \mid a<x<b\}$；$(a,+\infty)=\{x \mid x>a\}$；

$(-\infty, b)=\{x \mid x<b\}$；$(-\infty,+\infty)=\mathbf{R}$；

$[a, b]=\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$；$(a, b]=\{x \mid a<x \leqslant b\}$；$[a, b)=\{x \mid a \leqslant x<b\}$

$[a,+\infty)=\{x \mid x \geqslant a\}$；$(-\infty, b]=\{x \mid x \leqslant b\}$．

定义 2　设 a 为实数，$\delta>0$，那么

（1）以点 a 为中心的开区间称为点 a 的邻域，记为 $U(a)$．

（2）开区间 $(a-\delta,a+\delta)$ 称为点 a 的 δ 邻域，记为 $U(a,\delta)$，即

$$U(a,\delta)=\{x \mid a-\delta<x<a+\delta\}$$

其中 a 称为邻域的中心，δ 称为邻域的半径．

由于 $a-\delta<x<a+\delta$ 也可表示为 $|x-a|<\delta$，因此

$$U(a,\delta)=\{x \mid |x-a|<\delta\}$$

（3）$U^{\circ}(a,\delta)=\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}$ 称为去心邻域，记为 $U^{\circ}(a,\delta)$．

（4）开区间 $(a-\delta,a)$ 称为点 a 的左 δ 邻域，开区间 $(a,a+\delta)$ 称为 a 的右 δ 邻域．

二、函　数

1. 函数的概念

定义 3　设非空数集 D，如果存在 D 与实数集合之间的一个对应法则 f，在法则 f 下，D 中的每一个元素 x 在 $\mathbf{R}$ 中有唯一确定的元素 y 与之对应，则称 f 为定义在 D 上的**函数**，记为

$$f:D\to\mathbf{R}$$

其中 x 为自变量，y 为因变量，记为

$$y=f(x),\ \ x\in D$$

其中 D 称为定义域，全体函数值的集合 $f(D)=\{f(x)\mid x\in D\}$ 称为值域.

显然，函数概念有三个要素：定义域 D、对应法则 f、值域 $f(D)$.

通常一个函数的表示方法有表格法、图像法、解析法.

函数

$$y=|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0\\ -x, & x\leqslant 0\end{cases}$$

的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $f(D)=[0,+\infty)$，它的图像如图 1.1 所示. 这个函数称为**绝对值函数**.

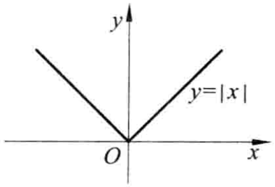

图 1.1

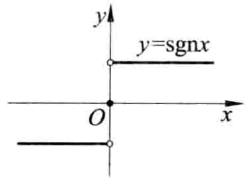

图 1.2

函数

$$y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1, & x>0\\ 0, & x=0\\ -1, & x<0\end{cases}$$

称为**符号函数**，它的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $f(D)=\{-1,0,1\}$，它的图像如图 1.2 所示. 对任意实数 x，下列关系成立：

$$x=\operatorname{sgn}x\cdot|x|$$

设 x 为任意实数，不超过 x 的最大整数称为 x 的整数部分，记为$[x]$. 例如

$$\left[\frac{2}{3}\right]=0,\quad [\sqrt{3}]=1,\quad [\pi]=3,\quad [-1]=-1,\quad [-2.5]=-3$$

把 x 看做变量，则函数

$$y=[x]$$

的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $f(D)=\mathbf{Z}$，它的图像如图 1.3 所示. 其图像称为阶梯曲线，这个函数称为**取整函数**.

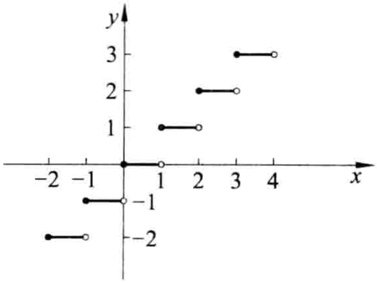

图 1.3

定义 4　设函数 $f:D\to f(D)$，如果有一个函数 $g:f(D)\to D$，使得

$$g(f(x))=x,\quad x\in D$$

则称函数 $g:f(D)\to D$ 为函数 f 的**反函数**，记为 $g=f^{-1}$.

一般地，函数 $y=f(x)$，$x\in D$ 的反函数记为 $y=f^{-1}(x),\ x\in f(D)$.

定义 5　设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D_1，函数 $u=g(x)$ 在 D 上有定义，且 $g(D)\subseteq D_1$，则由下式确定的函数

$$y=f[g(x)],\quad x\in D$$

称为由函数 $u=g(x)$ 和函数 $y=f(u)$ 构成的**复合函数**. 它的定义域为 D，变量 u 称为中间变量.

2. 函数的性态

（1）函数的有界性.

设函数 $f(x)$的定义域为 D，数集 $X\subseteq D$，如果存在数 K，对所有的 $x\in X$，恒有

$$f(x) \leqslant K \quad (\text{或 } f(x) \geqslant K)$$

则称函数 $f(x)$ 在 X 上是有**上界**的（**下界**）的. 如果 $f(x)$ 在 X 上既有上界又有下界，则称函数 $f(x)$ 在 X 上**有界**，否则称它为在 X 上**无界**.

（2）函数的单调性.

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I \subseteq D$，如果对任意的 $x_1, x_2 \in I$，满足：当 $x_1 < x_2$ 时，恒有

$$f(x_1) < f(x_2)$$

则称 $f(x)$ 在 I 上是**单调增加**的；当 $x_1 < x_2$ 时，恒有

$$f(x_1) > f(x_2)$$

则称 $f(x)$ 在 I 上是**单调减少**的.

（3）函数的奇偶性.

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 是关于原点对称的，如果对任意 $x \in D$，

$$f(-x) = f(x)$$

恒成立，则称 $f(x)$ 为**偶函数**；如果对于任意 $x \in D$，

$$f(-x) = -f(x)$$

恒成立，则称 $f(x)$ 为**奇函数**.

（4）函数的周期性.

假设函数 $f(x)$的定义域为 D，如果存在一个 $l > 0$，使对任一 $x \in D$，有 $x \pm l \in D$，且

$$f(x+l) = f(x)$$

恒成立，则称 $f(x)$为**周期函数**. l 称为 $f(x)$的**周期**，通常说函数的周期指的是**最小正周期**.

3. 函数的运算

假设函数 $f(x)$, $g(x)$的定义域分别为 D_1, D_2，$D = D_1 \cap D_2 \neq \varnothing$，则可以定义这两个函数的运算：

和、差的运算 $f \pm g$：$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$，$x \in D$；

积的运算 $f \cdot g$：$(f \cdot g)(x) = f(x)g(x)$，$x \in D$；

商的运算 $\dfrac{f}{g}$：$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$，$x \in D \setminus \{x \mid g(x) = 0\}$.

4. 初等函数

以下几类函数统称为**基本初等函数**：

幂函数：$y=x^{\alpha}$（$\alpha\in\mathbf{R}$，为常数）.

指数函数：$y=a^{x}$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）.

对数函数：$y=\log_{a}x$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）. 特别地，当 $a=10$ 时，记为 $y=\lg x$；当 $a=\mathrm{e}$ 时，记为 $y=\ln x$.

三角函数：$y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$，$y=\cot x$ 等.

反三角函数：$y=\arcsin x$，$y=\arccos x$，$y=\arctan x$，$y=\operatorname{arc}\cot x$ 等.

由常数和基本初等函数经过有限次的四则运算和有限次的复合构成，并可以用一个式子表示的函数，称为**初等函数**.

第二节　极　限

一、数列极限

数列是一列有次序的数. 如数列 1, 4, 9, 16, …表示的是自然数的平方组成的数列. 掌握数列的变化趋势，即数列的极限，是高等数学中重要的内容. 极限是高等数学研究问题的工具.

定义 1　如果按照某一法则，对于每一个 $n\in\mathbf{N}^{*}$，都对应着一个确定的实数 x_n. 这些实数 x_n 按照下标 n 从小到大排列得到的一个序列

$$x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n,\ \cdots$$

叫做数列，简记为 $\{x_n\}$.

数列中的每一个数叫做数列的项，第 n 项叫做数列的一般项.

一些简单数列的例子如：

$\left\{\dfrac{(-1)^n}{n}\right\}$，即：$-1,\ \dfrac{1}{2},\ -\dfrac{1}{3},\ \dfrac{1}{4},\ \cdots$；

$\left\{1+\dfrac{1}{n}\right\}$，即：$2,\ 1+\dfrac{1}{2},\ 1+\dfrac{1}{3},\ 1+\dfrac{1}{4},\ \cdots$；

$\{n^2\}$，即：1, 4, 9, 16, … ；

$\{1+(-1)^n\}$，即：0, 2, 0, 2, …

数列 $\{x_n\}$ 可看做自变量为正整数 n 的函数

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

$$x_n = f(n),\ n \in \mathbf{N}^*$$

当自变量 n 依次取 1, 2, 3…等所有正整数时，对应的函数就排列成数列 $\{x_n\}$.

定义 2（数列极限的直观定义） 数列 $\{x_n\}$，当 n 无限增大时（即 $n \to \infty$ 时），对应的 x_n 无限接近于某个确定的数值 a，则称 a 为数列 $\{x_n\}$ 在 n 无限增大时的极限，记为

$$\lim_{n\to\infty} x_n = a$$

定义 3（数列极限的 $\varepsilon - N$ 定义） 设 $\{x_n\}$ 为一数列，如果存在某常数 a，对于任意给定的正数 ε（无论它多么小），总存在一个正整数 N，使得当 $n > N$ 时，不等式

$$|x_n - a| < \varepsilon$$

都成立，我们就称常数 a 是数列 $\{x_n\}$ 的极限，或称数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a，记为

$$\lim_{n\to\infty} x_n = a$$

或

$$x_n \to a(n \to \infty)$$

如果不存在这样的常数 a，就说数列 $\{x_n\}$ 没有极限，或者说数列 $\{x_n\}$ 是发散的，习惯上说 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ 不存在.

上面定义中的正数，可以任意给定是很重要的. 只有这样，不等式 $|x_n - a| < \varepsilon$ 才能表达出 x_n 与 a 无限接近的意思. 此外，还应注意到，定义中的正整数 N 与任意给定的正数 ε 有关，它随着 ε 的给定而选定.

现在，我们给出数列极限的几何解释. 在定义中不等式

$$|x_n - a| < \varepsilon$$

就是

$$a - \varepsilon < x_n < a + \varepsilon$$

它表示 x_n 在开区间 $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$ 内. 因此 $\{x_n\}$ 以 a 为极限就是对于任意给定的一个开区间 $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$，第 N 项以后的一切数 $x_{N+1}, x_{N+2}, \cdots$ 全部落在这个区间内（见图 1.4），而只有有限个（至多 N 个）落在区间以外.

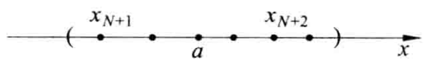

图 1.4

为了表达方便，引入记号"∀"，它表示"对于任意给定的"或"对于每一个"；记号"∃"表示"存在". 于是"对于任意给定的 $\varepsilon > 0$"可写成"$\forall \varepsilon > 0$"；"存在正整数"可写成"$\exists N$"，而数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ 的定义表达为

$$\lim_{n\to\infty} x_n = a \Leftrightarrow \forall\varepsilon > 0,\ \exists N,\ 当\ n > N\ 时，有\ |x_n - a| < \varepsilon$$

数列极限的定义并没有直接提供求数列极限的方法，关于极限的求法后面再讲. 现在举几个例子说明极限的概念及如何用定义来考查数列的极限.

例 1　证明数列

$$2,\ \frac{1}{2},\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{4},\ \cdots,\ \frac{n+(-1)^{n-1}}{n},\ \cdots$$

的极限是 1.

证明　$\forall\varepsilon > 0$，要使

$$|x_n - a| = \left|\frac{n+(-1)^{n-1}}{n} - 1\right| = \left|\frac{(-1)^{n-1}}{n}\right| = \frac{1}{n} < \varepsilon$$

则有

$$n > \frac{1}{\varepsilon}$$

取 $N = \left[\frac{1}{\varepsilon}\right]$，当 $n > N$ 时，

$$\left|\frac{n+(-1)^{n-1}}{n} - 1\right| < \varepsilon$$

总成立. 故

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n+(-1)^{n-1}}{n} = 1$$

例 2　证明数列 $\left\{\frac{n}{(n+1)^2}\right\}$ 的极限是 0.

证明　$\forall\varepsilon > 0$，要使

$$\left|\frac{n}{(n+1)^2} - 0\right| = \frac{n}{(n+1)^2} < \frac{n}{n^2} = \frac{1}{n} < \varepsilon$$

即

$$n > \frac{1}{\varepsilon}$$

取 $N = \left[\frac{1}{\varepsilon}\right]$，当 $n > N$ 时，

$$\left|\frac{n}{(n+1)^2} - 0\right| < \varepsilon$$

总成立. 故

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{(n+1)^2}=0$$

例 3 证明：$\lim\limits_{n\to\infty} q^n=0\ (|q|<1)$.

证明 $\forall\varepsilon>0$，要使

$$|q^n-0|=|q^n|<\varepsilon$$

只需

$$n\ln|q|<\ln\varepsilon$$

即

$$n>\frac{\ln\varepsilon}{\ln|q|}\quad（因为 \ln|q|<0）$$

取 $N=\left[\dfrac{\ln\varepsilon}{\ln|q|}\right]$，则当 $n>N$ 时，

$$|q^n|<\varepsilon$$

总成立. 故

$$\lim_{n\to\infty} q^n=0$$

二、函数极限

因为数列$\{x_n\}$可看做自变量为 n 的函数

$$x_n=f(n),\ \ n\in\mathbf{N}^*$$

所以由数列极限的定义，可以引出函数极限的一般概念，即在自变量的某个变化过程中，如果对应的函数值无限接近于某个确定的数，那么这个确定的数就叫做在这一变化过程中函数的极限.

由于自变量的变化过程不同，函数的极限也表现为不同的形式. 对于函数的极限主要研究两种情形：

（1）自变量 x 无限接近于 x_0 或者说趋近于 x_0（记作 $x\to x_0$）时，对应的函数值 $f(x)$的变化情况.

（2）自变量 x 的绝对值$|x|$无限增大，即趋于无穷大（记作 $|x|\to\infty$）时，对应的函数值 $f(x)$的变化情况.

1. 自变量 $\boldsymbol{x}$ 趋于 $\boldsymbol{x_0}$ 时函数的极限

如果函数 $f(x)$ 在 $x \to x_0$ 的过程中，对应的函数值 $f(x)$ 无限接近于确定的数值 A，那么就说 A 是函数 $f(x)$ 当 $x \to x_0$ 时的极限. 这里假定函数 $f(x)$ 在 x_0 的某个去心邻域内有定义.

在 $x \to x_0$ 的过程中，函数 $f(x)$ 无限接近于 A，就是 $|f(x)-A|$ 能任意小，即对于任意小的正数 ε，$|f(x)-A|<\varepsilon$. 而 $x \to x_0$ 可表达为 $0<|x-x_0|<\delta$，其中 δ 是某个正数. 从几何上来看，是适合不等式 $0<|x-x_0|<\delta$ 的 x 的全体，即点 x_0 的去心 δ 邻域，而邻域半径 δ 则体现了 x 接近于 x_0 的程度. 因此有如下的定义：

定义 4　设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某个邻域内有定义，如果存在常数 A，对于任意给定的正数 ε（无论它多么小），总存在正数 δ，使得当 x 满足不等式 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，对应的函数值 $f(x)$ 都满足不等式

$$|f(x)-A|<\varepsilon$$

那么常数 A 就叫做函数 $f(x)$ 当 $x \to x_0$ 时的极限，记作

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A \quad (\text{或 } f(x) \to A(x \to x_0))$$

特别指出，定义中 $0<|x-x_0|<\delta$ 表示 $x \neq x_0$，所以 $x \to x_0$ 时 $f(x)$ 有没有极限与 $f(x)$ 在点 x_0 是否有定义并无关系.

定义 4 也可简单表述为

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \text{当 } 0<|x-x_0|<\delta \text{ 时，有 } |f(x)-A|<\varepsilon$$

函数 $f(x)$ 当 $x \to x_0$ 时的极限为 A 的几何解释（见图 1.5）：任给正数 ε，作平行于 x 轴的两条平行直线 $y=A+\varepsilon$ 和 $y=A-\varepsilon$，介于这两条直线间的是一条横条区域. 根据定义，对于任给 $\varepsilon>0$，存在点 x_0 的一个 δ 邻域 $(x_0-\delta, x_0+\delta)$，当 $y=f(x)$ 的图像上点的横坐标 x 在开区间 $(x_0-\delta, x_0+\delta)$ 内，但 $x \neq x_0$ 时，这些点的纵坐标 $f(x)$ 满足不等式

$$|f(x)-A|<\varepsilon$$

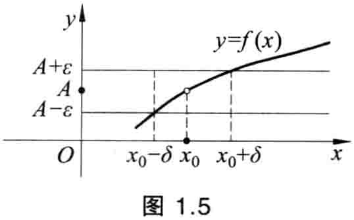

图 1.5

例 4　证明：$\lim\limits_{x \to x_0} C = C$（$C$ 为常数）.

证明　$\forall \varepsilon > 0$，要使

$$|f(x)-C|=|C-C|=0<\varepsilon$$

只需取$\delta=\varepsilon$，当$0<|x-x_0|<\delta$时，有

$$|f(x)-C|<\varepsilon$$

所以$\lim\limits_{x\to x_0}C=C$.

例 5　证明：$\lim\limits_{x\to 1}(2x-1)=1$.

证明　$\forall\varepsilon>0$，要使

$$|f(x)-1|=|2x-1-1|=2|x-1|<\varepsilon$$

只需

$$|x-1|<\frac{\varepsilon}{2}$$

因此$\forall\varepsilon>0$，取$\delta=\dfrac{\varepsilon}{2}$，当$0<|x-x_0|<\delta$时，对应的函数值$f(x)$满足不等式

$$|f(x)-1|<\varepsilon$$

从而$\lim\limits_{x\to 1}(2x-1)=1$.

例 6　证明：$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}=2$.

证明　$\forall\varepsilon>0$，要使

$$\left|\frac{x^2-1}{x-1}-2\right|=|x+1-2|=|x-1|<\varepsilon$$

只需取$\delta=\varepsilon$，当$0<|x-1|<\delta$时，有

$$\left|\frac{x^2-1}{x-1}-2\right|<\varepsilon$$

故$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}=2$.

在$x\to x_0$时函数$f(x)$的极限概念中，x既从x_0的左侧趋于x_0也从x_0的右侧趋于x_0，但有时只能或只需考虑x仅从x_0的左侧趋于x_0（记作$x\to x_0^-$）的情形，或x仅从x_0的右侧趋于x_0（记作$x\to x_0^+$）的情形，从而有了左、右极限的概念.

设函数$f(x)$在点x_0的某个左邻域内有定义，如果存在某个常数A，若$\forall\varepsilon>0$, $\exists\delta>0$，当$x_0-\delta<x<x_0$时，有

$$|f(x)-A|<\varepsilon$$

则称 A 为 $x \to x_0^-$ 时函数 $f(x)$ 的左极限，记为

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = A \quad 或 \quad f(x_0^-) = A$$

设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某个右邻域内有定义，如果存在某个常数 A，若 $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$，当 $x_0 < x < x_0 + \delta$ 时，有

$$|f(x) - A| < \varepsilon$$

则称 A 为 $x \to x_0^+$ 时函数 $f(x)$ 的右极限，记为

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = A \quad 或 \quad f(x_0^+) = A$$

函数的左、右极限统称为单侧极限.

根据 $x \to x_0$ 时函数 $f(x)$ 的极限定义，以及左、右极限的定义，容易证明：函数 $f(x)$ 当 $x \to x_0$ 时极限存在的充分必要条件是左、右极限存在且相等，即

$$f(x_0^-) = f(x_0^+)$$

因此，即使 $f(x_0^-)$ 和 $f(x_0^+)$ 都存在，但若不相等，$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ 也不存在.

例 7　函数

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ x+1, & x > 0 \end{cases}$$

当 $x \to 0$ 时，$f(x)$ 的极限不存在.

实际上，

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} (x-1) = -1$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} (x+1) = 1$$

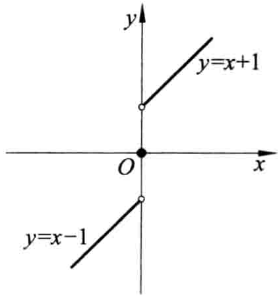

图 1.6

因为左、右极限存在但不相等，所以 $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ 不存在，如图 1.6 所示.

2. 自变量趋于无穷大时函数的极限

如果在 $x \to \infty$ 的过程中，对应的函数值 $f(x)$ 无限接近于确定的数值 A，那么 A 叫做函数 $f(x)$ 当 $x \to \infty$ 时的极限. 因此有如下的定义：

定义 5　设函数 $f(x)$ 当 $|x|$ 大于某一正数时有定义，如果存在常数 A，对于任意给定的正数 ε（不论多么小），总存在正数 X，使得当 x 满足不等式：$|x| > X$ 时，对应的函数值 $f(x)$ 满足不等式

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com