



看漫画 学几何

[日] 冈部恒治 著
本丸 谅 译
孙羽



描绘图画=真正理解
几何菜鸟进阶金牌
小博士!

由浅入深，
乐享课外阅读



中国轻工业出版社 | 全国百佳图书出版单位





看漫画 学几何



如何测量以曲线为边缘的土地面积?
如何推测地球的大致重量?

[日] 冈部恒治 著
本丸 谅 译
孙羽 译



中国轻工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

看漫画学几何 / (日)冈部恒治, (日)本丸 谅著; 孙羽译. —北京: 中国轻工业出版社, 2015.2

(快乐阅读书系)

ISBN 978-7-5019-9927-9

I. ①看… II. ①冈… ②本… ③孙… III. ①几何学 - 青少年读物 IV. ①O18-49

中国版本图书馆CIP数据核字 (2014) 第217907号

MANGA DE WAKARU KIKI

Copyright © 2011 Tsuneharu Okabe, Ryo Honmaru

All rights reserved.

Original Japanese edition published in 2011 by SOFTBANK Creative Corp.

Simplified Chinese Character translation rights arranged with SOFTBANK Creative Corp. through Owls Agency Inc. and Beijing GW Culture Communications Co., Ltd.

责任编辑: 李亦兵 苏 杨 责任终审: 张乃柬

整体设计: 锋尚设计 责任校对: 燕 杰

责任监印: 张 可

出版发行: 中国轻工业出版社 (北京东长安街6号, 邮编: 100740)

印 刷: 北京博海升彩色印刷有限公司

经 销: 各地新华书店

版 次: 2015年2月第1版第1次印刷

开 本: 787×1092 1/32 印张: 6.375

字 数: 120千字

书 号: ISBN 978-7-5019-9927-9 定价: 32.00元

著作权合同登记 图字: 01-2013-8526

邮购电话: 010-65241695 传真: 65128352

发行电话: 010-85119835 85119793 传真: 85113293

网 址: <http://www.chlip.com.cn>

Email: club@chlip.com.cn

如发现图书残缺请直接与我社邮购联系调换

I30872E2X101ZYW

CONTENTS

看漫画学几何

如何测量以曲线为边缘的土地面积？

如何推测地球的大致重量？

第1章 先来了解几何学的基础知识 9

- 1-1 几何一词的起源和含义 10
- 1-2 欧几里得《几何原本》中的点、线、面 12
- 1-3 提高一个次元，就能解决问题？ 14
- 1-4 圆为什么是360°？什么是弧度？ 18
- 1-5 用平行线的交叉逆向思维解决问题 22
- 1-6 用尽可能简单的方法证明“三角形内角和等于180°” 24
- 1-7 转动铅笔测量角度 26

欧几里得的不同见解——“几何学中有王座”的联想！ 30

第2章 几何的基本在于“变形” 31

- 2-1 为什么长方形的面积等于长×宽？ 32
- 2-2 在不改变面积的前提下将图形形状简化 34
- 2-3 改变形状让解题更加简单 38
- 2-4 从三角形的面积推导“数列公式” 42
- 2-5 用面积的方法解决“龟与仙鹤”问题 46
- 2-6 食盐水的浓度也能用面积计算 50
- 2-7 蜂巢和狄利克雷图形 52
- 2-8 牢固的三角形和不稳定的四边形 56

为前途担心的高斯的1796年3月30日 58

第3章 挑战不可思议的圆和 π 59

- 3-1 测量以曲线为边缘的土地面积 60
- 3-2 古埃及人通过正方形求圆的面积 62
- 3-3 挑战《莱茵德纸草书》中的圆面积计算问题 64
- 3-4 阿基米德的计算结果接近圆周率 66
- 3-5 直观感受圆的面积 70
- 3-6 使用重量推导圆周率的创意 74
- 3-7 用牙签求圆周率的布封 76
- 3-8 证明圆周率大于3.1 78
- 3-9 内周和外周的差距 82
- 3-10 从开普勒计算地球轨道的方法得到的巨大发现！ 84

阿基米德在书信上故意写错的定律 86

第4章 毕达哥拉斯定理和三角函数的智慧 87

- 4-1 毕达哥拉斯定理，几何学的至宝！ 88
- 4-2 从几何世界诞生的“无理数” 90
- 4-3 毕达哥拉斯定理为何被称为“拉绳定界师定理”？ 92
- 4-4 证明毕达哥拉斯定理，展开一场头脑体操！ 94
- 4-5 记住sin、cos、tan的位置关系 98



4-6	方便实用的正弦定理和余弦定理	100
4-7	用曲尺计算对角线的智慧	102
毕达哥拉斯学派的定理		106
第5章 无须思考即可领会，探索体积的世界		107
5-1	直观感受三棱锥是三棱柱体积的1/3	108
5-2	了解卡瓦列里原理	112
5-3	用卡瓦列里原理求出球体的体积	116
5-4	计算球体表面积的方法	122
5-5	推算地球重量的方法	124
5-6	用圆锥台集合求山的体积	128
关孝和与日本“和算”		132
第6章 全等和相似的深奥含义		133
6-1	关于全等和相似的常见误解	134
6-2	三角形全等和相似的条件	136
6-3	用相似比求金字塔的高度	140
6-4	用“空间图形相似比”求金字塔的高度	144
6-5	谢里曼也惊讶——用手纸测算树木的高度	146
6-6	所有抛物线均相似	148
6-7	用线对称、点对称的视角看世界	150
最初的数学家泰勒斯智慧		152

CONTENTS

第 7 章 用积分求曲线图形的面积 153

7-1 推算“数学岛”面积的方法 154

7-2 逐渐接近“数学岛”的实际面积 156

7-3 以曲线和直线为边缘的面积算法 158

7-4 用积分求出区间面积 162

7-5 将 x^n 积分 166

7-6 用切碎的腌菜求甜菜的体积 168

7-7 用积分求旋转体的体积 170

7-8 证明圆锥体的体积等于圆柱体体积的 $1/3$ 174

牛顿是最后的苏美尔人? 176

第 8 章 接触不可思议的“宇宙几何” 177

8-1 拓扑——橡皮几何学 178

8-2 拓扑化的联想，变形地图接近本质 182

8-3 欧拉的“一笔画”解决了巨大的难题 184

8-4 非欧几里得的新几何学 186

8-5 谢绝菲尔兹奖百万美元奖金的数学家 190

8-6 分形——自相似的几何学 194

8-7 计算分形次元 196

8-8 亚马孙河和尼罗河的分形次元计算方法 198

欧拉写给公主的信——几何学中的王道 202

参考文献 203

索引 203



看漫画 学几何



如何测量以曲线为边缘的土地面积？
如何推测地球的大致重量？

[日] 冈部恒治 著
本丸 谅 译
孙羽 译

作者介绍

网部恒治

东京大学理学院研究生课程结业。曾担任埼玉大学经济学本科教授，现任该大学名誉教授，任日本数学协会副会长。1999年凭借作品《分数不佳的大学生》（与东洋经济报社共同编著）掀起了社会对于学习能力低下学生的关注，并因此获得日本数学会出版奖（2006年）。曾出版《漫画几何入门》、《漫画微积分入门》（讲谈社）等作品，作品以其新颖的视角成为畅销图书。

本丸 谅

横滨市立大学毕业。日本数学协会会员。曾在出版社任职，后成为独立科技读物作者。善于使用简单易懂的语言讲述复杂难懂的概念，用简单的符号解释烦琐的内容，曾获得日本“超越外国作品作者”的称号。

描绘图画=真正理解

——前言——

大学时代，我（冈部）的指导教师田村一郎先生讲述的内容总是让我们这些听讲座的学生感到不理解，甚至到了理解起来相当困难的地步。他总是在讲课的时候说：“请你们把刚才讲的内容用图画下来！”

说到“画图”，我们在这些讲座中听到的内容，常常涉及四次元以上的空间。就算学生们对讲课的内容能够充分理解，但是将这些知识在平面的黑板或笔记本上表现出来，本身就是一件非常困难的事情。

不过，通过“画图操作”这一过程，确实能够将复杂的内容形象化。从那以后，这门“将复杂内容简单化表达”的技术，也成为了我的一种习惯。

追溯数学的历史，最初是从数数和分析图形开始的。不知是否由于这一原因，在数学大规模发展的古希腊时代，有着“数学=几何学（哲学）”的认识。

欧几里得（约公元前300年）将当时希腊数学发展的结果进行了汇总，出版了《欧几里得原论》一书。17世纪时，在利玛窦和徐光启的翻译之下该著作传入中国，中文译名为《几何原本》。《几何原

本》一书被视作几何学的开源之作，在很长时间内，是全世界数学教育的必备教科书。其对几何学这门学科发展所作出的贡献，被世人广泛认可。

但是，《几何原本》一书中记录的内容并非仅涉及几何。书中有三成以上的内容，讲到了现代的数学理论和方程式等。

例如，书中证明了质数的无限存在、 $\sqrt{2}$ 为无理数，以及计算最大公约数的欧几里得互除法等。其中包含了很多中学生朋友们曾经耳闻过的著名数学研究结果。

在《几何原本》中，线段的长度是用数字表示的，而在毕达哥拉斯定理中，正方形边长用 a 表示， a^2 表示正方形的面积。自此之后的几何学研究都延续了书中表示几何的方法。

在漫长的发展过程中，能够将这些方法不断积累延续下来的一个重要原因，我认为是使用了“描绘图画=真正理解”的方式，是将图画和知识紧密联系在一起所取得的结果。

数学家高斯曾经说过：“整数是数学的女王！”那么几何学就理所应当称为“数学的国王”，因为我们可以通过几何，简单地理解事物的本质。

本书正是秉承这样的理念，希望通过有趣的方法，让各位学生朋友能够使用几何这一手段，来解决各种问题。此外，针对几何理解图形的特征，我们使用漫画的形式，来将这一特征发挥到更高的水平。

最后，我们要对为本书绘制了精美漫画的图画作者宫岛麻衣、

版式设计者长谷川爱美，以及建议我写成此书的科学书籍编辑部的益田贤治和石井显一表示衷心的感谢。

2011年8月 冈部恒治

本丸 谅



老师

看上去有点呆呆的，实际上对数学充满了热爱。最喜欢的食物是炸猪排盖饭



小依

对事物有着敏锐的观察力，喜欢的科目是数学和理科。喜欢粉红色的蝴蝶结



小隆

有些狂妄、少年老成的中学生，对算术和数学最感头疼。兴趣爱好是收集名人的签名

CONTENTS

看漫画学几何

如何测量以曲线为边缘的土地面积？

如何推测地球的大致重量？

第1章 先来了解几何学的基础知识	9
1-1 几何一词的起源和含义	10
1-2 欧几里得《几何原本》中的点、线、面	12
1-3 提高一个次元，就能解决问题？	14
1-4 圆为什么是360°？什么是弧度？	18
1-5 用平行线的交叉逆向思维解决问题	22
1-6 用尽可能简单的方法证明“三角形内角和等于180°”	24
1-7 转动铅笔测量角度	26
欧几里得的不同见解——“几何学中有王道”的联想！	30
第2章 几何的基本在于“变形”	31
2-1 为什么长方形的面积等于长×宽？	32
2-2 在不改变面积的前提下将图形形状简化	34
2-3 改变形状让解题更加简单	38
2-4 从三角形的面积推导“数列公式”	42
2-5 用面积的方法解决“龟与仙鹤”问题	46
2-6 食盐水的浓度也能用面积计算	50
2-7 蜂巢和狄利克雷图形	52
2-8 牢固的三角形和不稳定的四边形	56
为前途担心的高斯的1796年3月30日	58
第3章 挑战不可思议的圆和π	59
3-1 测量以曲线为边缘的土地面积	60
3-2 古埃及人通过正方形求圆的面积	62
3-3 挑战《莱茵德纸草书》中的圆面积计算问题	64
3-4 阿基米德的计算结果接近圆周率	66
3-5 直观感受圆的面积	70
3-6 使用重量推导圆周率的创意	74
3-7 用牙签求圆周率的布封	76
3-8 证明圆周率大于3.1	78
3-9 内周和外周的差距	82
3-10 从开普勒计算地球轨道的方法得到的巨大发现！	84
阿基米德在书信上故意写错的定律	86
第4章 毕达哥拉斯定理和三角函数的智慧	87
4-1 毕达哥拉斯定理，几何学的至宝！	88
4-2 从几何世界诞生的“无理数”	90
4-3 毕达哥拉斯定理为何被称为“拉绳定界师定理”？	92
4-4 证明毕达哥拉斯定理，展开一场头脑体操！	94
4-5 记住sin、cos、tan的位置关系	98



4-6 方便实用的正弦定理和余弦定理	100
4-7 用曲尺计算对角线的智慧	102
毕达哥拉斯学派的定理	106
第5章 无须思考即可领会，探索体积的世界	107
5-1 直观感受三棱锥是三棱柱体积的1/3	108
5-2 了解卡瓦列里原理	112
5-3 用卡瓦列里原理求出球体的体积	116
5-4 计算球体表面积的方法	122
5-5 推算地球重量的方法	124
5-6 用圆锥台集合求山的体积	128
关孝和与日本“和算”	132
第6章 全等和相似的深奥含义	133
6-1 关于全等和相似的常见误解	134
6-2 三角形全等和相似的条件	136
6-3 用相似比求金字塔的高度	140
6-4 用“空间图形相似比”求金字塔的高度	144
6-5 谢里曼也惊讶——用手纸测算树木的高度	146
6-6 所有抛物线均相似	148
6-7 用线对称、点对称的视角看世界	150
最初的数学家泰勒斯和智慧	152

CONTENTS

第 7 章 用积分求曲线图形的面积	153
7-1 推算“数学岛”面积的方法	154
7-2 逐渐接近“数学岛”的实际面积	156
7-3 以曲线和直线为边缘的面积算法	158
7-4 用积分求出区间面积	162
7-5 将 x^n 积分	166
7-6 用切碎的蔬菜求甜菜的体积	168
7-7 用积分求旋转体的体积	170
7-8 证明圆锥体的体积等于圆柱体体积的 $1/3$	174
牛顿是最后的苏美尔人?	176
第 8 章 接触不可思议的“宇宙几何”	177
8-1 拓扑——橡皮几何学	178
8-2 拓扑化的联想, 变形地图接近本质	182
8-3 欧拉的“一笔画”解决了巨大的难题	184
8-4 非欧几里得的新几何学	186
8-5 谢绝菲尔兹奖百万美元奖金的数学家	190
8-6 分形——自相似的几何学	194
8-7 计算分形次元	196
8-8 亚马孙河和尼罗河的分形次元计算方法	198
欧拉写给公主的信——几何学中的王道	202
参考文献	203
索引	203

第1章

先来了解几何学的基础知识





几何一词的起源和含义

“几何？提起微积分的话，的确让人头痛，不过如果说到几何，都是有关图形的问题，我还是非常喜欢的！”一提到几何，没想到还有这么多的粉丝。在中学的数学课程中，几何有着相当大的魅力。只需要一根辅助线的帮助，就能够一气呵成地解开问题，那种畅快感的确令人着迷。

不过，在开始有关几何的话题之前，我们先来讨论一下“几何”一词吧。大家是不是也觉得“几何”这个词有些奇怪呢？它到底是从何演化而来的呢？

让我们跨越历史的长河，一起回到古希腊时代。那时，尼罗河每年都会发生洪水。不过当时的人们却将尼罗河称为“上天对埃及的恩赐”，因为河水的定期泛滥，促进了古希腊天文学等科学的发展。

除了天文学以外，数学，尤其是几何学的发展，也在那一时期得到了巨大的推动。由于尼罗河的泛滥，沿岸地区的土地规划毁于一旦，人们迫切需要重新测量土地。“土地测量”一词在古希腊语中，土地= $\gamma\eta$ ，发音为geo；测量= $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\omega$ ，发音为metry。当几何学传入中国后，geo一词由于读音近似被翻译成了“几何”，这就成为了今天汉语中“几何”一词的来源。

以土地测量为最初出发点的几何学，针对三角形、四边形、圆形、四棱锥形（金字塔形）和球体等进行了研究，总结出了求得各种形状的面积和体积的一整套方法。

之后，随着橡皮几何学（拓扑）、以蕨类植物叶脉和河流分支为研究对象的分形几何学、涉及宇宙形态的庞加莱猜想等的发展，今天的几何学已经成为了“最尖端的数学”，并且还在持续不断的发展之中。

代表“土地测量”的几何



“几何”的由来

