普通高等教育“十二五”重点规划教材配套辅导

国家工科数学教学基地　国家级精品课程使用教材配套辅导

Nucleus

新核心

理工基础教材

概率论与数理统计
学习指导与习题精解

上海交通大学数学系　组编

武爱文　冯卫国　卫淑芝　熊德文　编

上海交通大学出版社

SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

普通高等教育“十二五”重点规划教材配套辅导

国家工科数学教学基地　国家级精品课程使用教材配套辅导

Nucleus

新核心

理工基础教材

概率论与数理统计学习指导与习题精解

上海交通大学数学系　组编

武爱文　冯卫国　卫淑芝　熊德文　编

上海交通大學出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

本书是教材《概率论与数理统计》的配套辅导用书，共分10章，包括：随机事件和概率、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理、数理统计的基本概念、参数估计、假设检验、回归分析、方差分析.本书收录了教材习题的详细解答.

本书可供各高等院校讲授和学习概率论与数理统计这门课程的师生参考，也可作为读者自学时的辅助参考书.

读者联系邮箱：science@press.sjtu.edu.cn

图书在版编目（CIP）数据

概率论与数理统计学习指导与习题精解/武爱文等编.
—上海：上海交通大学出版社，2014
新核心理工基础教材
ISBN 978-7-313-11842-4

Ⅰ.①概… Ⅱ.①武… Ⅲ.①概率论-高等学校-教学参考资料②数理统计-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.①O21

中国版本图书馆CIP数据核字（2014）第175345号

概率论与数理统计学习指导与习题精解

组　　编：上海交通大学数学系　　编　　者：武爱文 等
出版发行：上海交通大学出版社　　地　　址：上海市番禺路951号
邮政编码：200030　　电　　话：021-64071208
出 版 人：韩建民
印　　制：上海交大印务有限公司　　经　　销：全国新华书店
开　　本：787mm×960mm　1/16　　印　　张：16
字　　数：283千字
版　　次：2014年9月第1版　　印　　次：2014年9月第1次印刷
书　　号：ISBN 978-7-313-11842-4/O
定　　价 29.00元

前言

随机现象无处不在，因此概率论与数理统计作为研究随机现象的专门学科已经成为现代从事社会科学，自然科学，工程技术，医学，管理，生产和经营等领域内工作的人员所必须掌握的知识. 它也是高等院校各个专业的一门必修课.

概率论与数理统计不但具备了数学学科的特性，即有高度的抽象性、严密的逻辑性和广泛的应用性. 除此之外，由于它是以随机现象为研究对象，因此有自己独特的理论和研究方法，特别是数理统计本身就是一门应用性学科. 数理统计给出的各种处理随机现象的统计方法都是直接针对实际中的应用.

因此对初学者来说，若要很好地掌握概率论与数理统计这门课程，不仅要有扎实的高等数学的基础，如微积分、线性代数等，还要在学习过程中勤于思考，理解随机现象的实际背景，领会数理统计的方法是如何应用到实际问题中，同时还要掌握与问题有关的专业知识.

我们在长期的教学实践中体会到，学生在初学这门课程时，对该课程的思考方式会不适应，解题时往往无从下手，解题结束后又不知正确与否，因此学习时感到有难度. 编写本书的意图就是要为学习这门课程的学生提供相应的辅导.

要想达到好的学习效果，在使用本书时，我们建议你一定要先自己做习题，通过做习题加深理解和掌握所学习的内容. 做题是要动脑的，甚至还要苦思冥想，可能很艰辛. 但俗话说的好"一分耕耘，一分收获"，正是通过艰苦的劳动，才能真正有所收获.

要做完习题后，再看本书. 如果自己能做出习题的，可以与本书中的解答进行比对使用的方法、演算和论证的细节. 思考一下，是否还有改进的地方，做到"举一反三"，以提高学习效果. 如果自己做不出，可以认真地看本书的解答，寻

找原因，是概念不清，没有掌握某些性质和定理的用法，还是缺乏技巧？找出原因后，再做其他一些同类型习题，以巩固学习效果.

本书是专门为学习交大数学系组编的《概率论与数理统计》教材而编写的辅导书，对该教材每章后的习题作了详细的解答.

第1、7章由武爱文编写，第2、5、6章由冯卫国编写，第3、9、10章由卫淑芝编写，第4、8章由熊德文编写. 最后由武爱文统稿完成.

在本书的编写与出版过程中，得到上海交通大学出版社的大力支持和帮助，借此我们表示深切的谢意.

本书如有错误与不当之处，恳请读者指正.

编　者
于上海交通大学
2014年5月

目　录

第1章 随机事件和概率

1.1 主要内容

1. 随机试验

若一个试验满足下列三个特点：

(1) 在相同条件下可以重复进行；

(2) 每次试验的结果不止一个，并且事先可以知道试验的所有可能结果；

(3) 进行一次试验之前不能确定出现的是哪个结果；

则称这一试验为随机试验，记为 E.

2. 随机事件与样本空间

试验的每个可能的结果称为随机事件，简称为事件，记为 A. 每次试验中必然会出现的结果，称为必然事件，记为 Ω. 而每次试验中必然不出现的结果，称为不可能事件，记为 Φ.

在一个试验中，我们把其不能再分的而且是最简单的单一事件称为该试验的样本点或者称基本事件，记为 ω. 由所有的样本点组成的集合称为样本空间，记为 Ω.

如果试验得到的样本点 ω 在事件 A 内，此时称事件 A 发生了，记为 $\omega\in A$. 否则称事件 A 不发生，记为 $\omega\notin A$. 由于样本空间 Ω 包含了所有的样本点，每次试验中 Ω 必然发生，因此 Ω 是必然事件. 空集 Φ 不包含任何样本点，每次试验中 Φ 必不发生，因此 Φ 是不可能事件.

3. 事件之间的关系和运算

(1) 若 A 发生必然导致事件 B 发生，则称事件 B 包含事件 A，记为 $B\supset A$.

(2) 若 $B\supset A$ 且 $A\supset B$，则事件 A 与事件 B 相等，记为 $A=B$.

(3) 称事件 $A\cup B=\{\omega\mid\omega\in A$ 或 $\omega\in B\}$ 为事件 A 与事件 B 的并,称 $\bigcup\limits_{i=i}^{n}A_i$ 为 n 个事件 $A_1,\cdots,A_n$ 的并事件.

(4) 称事件 $A\cap B=\{\omega\mid\omega\in A$ 且 $\omega\in B\}$ 为事件 A 与事件 B 的交,称 $\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i$ 为 n 个事件 $A_1,\cdots,A_n$ 的交事件.

(5) 称事件 $A-B=\{\omega\mid\omega\in A$ 且 $\omega\notin B\}$ 为事件 A 与事件 B 的差事件.

(6) 称事件 $\overline{A}=\{\omega\mid\omega\in\Omega$ 且 $\omega\notin A\}$ 为事件 A 的逆事件或对立事件.

(7) 若 $A\cap B=\Phi$,则称事件 A 与事件 B 互不相容的或互斥.

(8) 事件的运算规则:

① 交换律　$A\cup B=B\cup A$, $A\cap B=B\cap A$;

② 结合率　$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$; $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$;

③ 分配律　$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$; $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$;

④ 对偶律　$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$, $\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

一般地,对有限个及可列个事件,均有

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{n}A_i}=\bigcap_{i=1}^{n}\overline{A_i},\ \overline{\bigcap_{i=1}^{n}A_i}=\bigcup_{i=1}^{n}\overline{A_i},$$

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i}=\bigcap_{i=1}^{\infty}\overline{A_i},\ \overline{\bigcap_{i=1}^{\infty}A_i}=\bigcup_{i=1}^{\infty}\overline{A_i}.$$

4. 随机事件的概率及其性质

1) 古典概率

一类随机试验 E 满足以下两个条件:

(1) 样本空间中包含基本事件的总数为有限个;

(2) 每个基本事件的发生是等可能的.

此类随机试验 E,称为古典概型. 在古典概型中事件 A 的概率为

$$P(A)=\frac{m}{n},$$

并称为古典概率,其中 n 为样本空间中基本事件的总数,m 为事件 A 所含基本事件的个数.

2) 几何概率

一类随机试验 E 满足以下两个条件：

(1) 样本空间 Ω 对应了一个几何区域 S；事件 A 对应了一个子区域 $G \subset S$；

(2) 事件 A 的概率与子区域 G 的几何度量成正比；与 G 的形状以及 G 在 S 中位置无关. 此类随机试验 E，称为几何概型. 事件 A 的概率为

$$P(A) = \frac{G\text{的几何度量}}{S\text{的几何度量}},$$

并称 $P(A)$ 为几何概率.

3) 统计概率

在相同条件下，进行了 n 次试验，若事件 A 发生了 n_A 次，则称比值

$$f_n(A) = \frac{n_A}{n},$$

为事件 A 发生的频率. 频率有稳定性，随着试验次数 n 的逐渐增大，$f_n(A)$ 会在一个常数 p 附近摆动. 若试验次数 n 越大，则 $f_n(A)$ 在一个常数 p 附近摆动的幅度越小. 此时称常数 p 为事件 A 的概率，记为

$$P(A) = p,$$

且称 $P(A) = p$ 为统计概率.

4) 概率的公理化定义

设随机试验 E 的样本空间为 Ω，若事件 A 对应了一个实数 $P(A)$，且满足以下三个条件：

(1) 非负性 $P(A) \geqslant 0$；

(2) 规范性 $P(\Omega) = 1$；

(3) 可列可加性：

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i),\ A_iA_j = \Phi(i \neq j),\ i,\ j = 1,\ 2,\ \cdots,$$

则称实数 $P(A)$ 为事件 A 的概率.

概率的性质：

(1) $P(\Phi) = 0$；

(2) 有限可加性：

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i),\ A_iA_j = \Phi(i \neq j),\ i,\ j = 1,\ 2,\ \cdots,\ n.$$

(3) $P(\overline{A})=1-P(A)$;

(4) 对事件 A, B,若 $A\subset B$,有:

$$P(B-A)=P(B)-P(A),\text{且 } P(B)\geqslant P(A);$$

(5) 对任意的两个事件 A、B,有:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB);$$

一般地,有

$$P(\bigcup_{i=1}^{n}A_i)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)-\sum_{1\leqslant i<j\leqslant n}P(A_iA_j)+\sum_{1\leqslant i<j<k\leqslant n}P(A_iA_jA_k)-\cdots+(-1)^{n-1}P(A_1\cdots A_n).$$

5. 条件概率

设 A, B 两个事件,且 $P(B)>0$,则称 $\frac{P(AB)}{P(B)}$ 为事件 B 已经发生的条件下事件 A 的条件概率,记为

$$P(A\mid B)=\frac{P(AB)}{P(B)}.$$

三个重要的公式:

1) 乘法公式

设 A, B 两个事件,且 $P(A)>0$ 或 $P(B)>0$,则有

$$P(AB)=P(B)P(A\mid B),\text{或 } P(AB)=P(A)P(B\mid A),$$

一般地,若 $P(A_1A_2\cdots A_{n-1})>0$,则有

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2\mid A_1)\cdots P(A_n\mid A_1A_2\cdots A_{n-1}).$$

2) 全概率公式

设随机试验 E 的样本空间为 Ω, B_1, B_2, $\cdots$, B_n 为 Ω 的一组事件.若

(1) $B_iB_j=\Phi$, $i\neq j$, i, $j=1, 2, \cdots, n$;

(2) $\bigcup_{i=1}^{n}B_i=\Omega$.

则称 B_1, B_2, $\cdots$, B_n 为一个完备事件组.

设 A 为样本空间 Ω 中的一个事件,B_1, B_2, $\cdots$, B_n 是完备事件组,且 $P(B_i)$

$>0,\ i=1,2,\cdots,n$，则

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(B_i)P(A\mid B_i),$$

称为全概率公式.

3) Bayes 公式

设 A 为样本空间 Ω 中的一个事件，$B_1,B_2,\cdots,B_n$ 是完备事件组，且 $P(A)>0$，$P(B_i)>0$，$i=1,2,\cdots,n$，则

$$P(B_i\mid A)=\frac{P(B_i)P(A\mid B_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(B_j)P(A\mid B_j)},\ i=1,2,\cdots,n.$$

称为 Bayes 公式.

6. 事件的独立性

1) 事件的独立性

设 A，B 两个事件满足 $P(AB)=P(A)P(B)$，则称事件 A，B 是相互独立的.

性质：有四组事件① A，B；② A，$\overline{B}$；③ $\overline{A}$，B；④ $\overline{A}$，$\overline{B}$，若其中一组事件是相互独立的，则另外三组事件也是相互独立的.

设 A，B，C 三个事件，若以下四个等式同时成立：

$$\begin{cases}P(AB)=P(A)P(B)\\P(AC)=P(A)P(C)\\P(BC)=P(B)P(C)\\P(ABC)=P(A)P(B)P(C)\end{cases},$$

则称事件 A，B，C 是相互独立的.

设有 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$，若满足下列 2^n-n-1 个等式同时成立：

$$\begin{cases}P(A_iA_j)=P(A_i)P(A_j),\ 1\leqslant i<j\leqslant n\\P(A_iA_jA_k)=P(A_i)P(A_j)P(A_k),\ 1\leqslant i<j<k\leqslant n\\\cdots\cdots\\P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2)\cdots P(A_n)\end{cases},$$

则称 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是相互独立的.

若 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是相互独立的，有

$$P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P(\overline{A}_i).$$

2) Bernouli 概型

设一类随机试验满足：

(1) 在相同条件下进行 n 次试验；

(2) 每次试验只有两种结果，事件 A 发生或不发生；

(3) 每次试验的结果是相互独立的；

则称这种试验为 Bernoulli 概型.

设一次试验时，事件 A 的概率为 $P(A) = p$，则在 n 次试验中，事件 A 发生 k 次的概率为

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \ k = 1, 2, \cdots, n.$$

1.2 教学要求

(1) 了解随机事件的概念，掌握事件之间的关系及其运算；

(2) 理解概率的定义及其性质，掌握古典概率和几何概率的计算方法；

(3) 理解条件概率的定义以及性质，掌握和应用乘法公式、全概率公式和 Bayes 公式；

(4) 理解事件独立性的定义，掌握 Bernoulli 概型及其计算方法.

1.3 习题解答

1. 写出下列随机试验的样本空间：

(1) 同时掷两枚骰子，纪录两枚骰子的点数之和；

(2) 10 件产品中有 3 件是次品，每次从其中取 1 件，取后不放回，直到 3 件次品都取出为止，记录所抽取的次数；

(3) 在单位圆内任意取一点，记录该点的坐标；

(4) 预报某一地区某一时刻的气温；

(5) 设长度为 l 的棉纱上随机地有两个疵点，将棉纱分成 3 段，观察各段的长度；

(6) 任取一 n 阶方阵 $\boldsymbol{A}$，作出齐次线性方程组 $\boldsymbol{AX} = 0$，考察其基础解系中所

含解向量个数；

(7) 若某班级(n 个人)用百分制计分时，预测一次数学考试的平均分数.

解 (1) $\Omega_1=\{2, 3, \cdots, 12\}$. (2) $\Omega_2=\{3, 4, \cdots, 10\}$;

(3) $\Omega_3=\{(x, y) \mid x^2+y^2<1, x\in(-1, 1), y\in(-1, 1)\}$;

(4) $\Omega_4=\{t \mid t_0<t<t_1\}$, t_0, t_1 分别为该地区历史上最低气温和最高气温；

(5) $\Omega_5=\{(x, y, z) \mid 0<x<l, 0<y<l, 0<z<l, x+y+z=l\}$;

(6) $\Omega_6=\{0, 1, 2, \cdots, n\}$，因为 $\boldsymbol{AX}=0$ 中基础解系所含解向量个数 $=n-r(A)$, $r(A)$ 可能为 $0, 1, \cdots, n$;

(7) $\Omega_7=\{0, \dfrac{1}{n}, \cdots, \dfrac{n\times 100}{n}\}$.

2. 设 A, B, C 为三个事件，试用事件式表示下列事件：

(1)A 发生，B 与 C 不发生；(2)A 与 B 都发生，C 不发生；

(3)A, B, C 都发生；(4)A, B, C 都不发生；

(5)A, B, C 不都发生；(6)A, B, C 中至少有一个发生；

(7)A, B, C 中不多于一个发生；(8)A, B, C 中至少有两个发生.

解 (1) $A\overline{B}\,\overline{C}$; (2) $AB\overline{C}$; (3) ABC; (4) $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$;

(5) $\overline{ABC}$; (6) $A\cup B\cup C$; (7) $\overline{A}\,\overline{B}\cup\overline{B}\,\overline{C}\cup\overline{CA}$ 或 $A\overline{B}\,\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\,\overline{B}C\cup\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$;

(8) $AB\cup AC\cup BC$.

3. 在物理系的学生中任选一名学生. 若事件 A 表示被选学生是男生，事件 B 表示被选学生是三年级学生，事件 C 表示该生是运动员，则

(1)叙述事件 $AB\overline{C}$ 的含义；(2)在什么条件下 $ABC=C$ 成立？

(3)什么时候关系式 $C\subset B$ 是正确的；(4)什么时候 $\overline{A}=B$ 成立？

解 (1)该生是三年级男生，但不是运动员；(2)全系运动员都是三年级男生；

(3)全系运动员都是三年级学生；(4)全系女生都在三年级，并且三年级学生都是女生.

4. 试用作图的方法说明下列等式：

(1) $(A\cup B)C=AC\cup BC$; (2)$AB\cup C=(A\cup C)(B\cup C)$.

解 略.

5. 指出下列关系中哪些成立，哪些不成立：

(1) $A\cup B=A\overline{B}\cup B$; (2)$\overline{A}B=A\cup B$;

(3) $(AB)(A\overline{B})=\Phi$; (4) 若 $AB=\Phi$,且 $C\subset A$,则 $BC=\Phi$;

(5)若 $A\subset B$,则 $A\cup B=B$; (6) 若 $A\subset B$,则 $AB=A$;

(7)若 $A\subset B$,则 $\overline{B}\subset\overline{A}$; (8)$(\overline{A\cup B})C=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$.

解 (1)成立;(2)不成立;(3)成立;(4)成立;

(5)成立;(6)成立;(7)成立;(8)不成立.

6. 设 $\Omega=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}\}$, $A=\{x\mid\frac{1}{4}<x\leqslant 1\}$, $B=\{x\mid\frac{1}{2}\leqslant x<\frac{5}{4}\}$, 试写出下列事件:

(1)$A\overline{B}$;(2)$A\cup\overline{B}$;(3)$\overline{\overline{A}\,\overline{B}}$;(4)$\overline{AB}$.

解 (1) $A\overline{B}=\{x\mid\frac{1}{4}<x<\frac{1}{2}\}$;(2)$A\cup\overline{B}=\{x\mid\frac{1}{4}\leqslant x\leqslant 1\}\cup\{x\mid\frac{5}{4}\leqslant x\leqslant\frac{6}{4}\}$;

(3) $\overline{\overline{A}\,\overline{B}}=A\cup B=\{x\mid\frac{1}{4}<x<\frac{5}{4}\}$;(4) $\overline{AB}=\{x\mid 0\leqslant x<\frac{1}{2}\}\cup\{x\mid 1<x\leqslant\frac{3}{2}\}$.

7. 17 世纪意大利人喜欢同时掷 3 枚骰子,用点数之和来进行打赌,一次他们发现 3 枚骰子的点数之和为 9 与 10 的状态个数一样,即

之和为 9:	126	135	144	225	234	333
之和为 10:	136	145	226	235	244	334

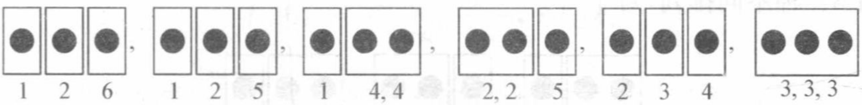
因此有人认为 3 枚骰子上的点数之和为 9 与 10 的概率是一样的,但也有人认为应该是不一样的,由此争论不休,他们只好请教 Galileo(伽利略). Galileo 考虑很久才解决了该问题. (1)你认为 Galileo 是怎么解决该问题的;(2)分别求 3 枚骰子的点数之和为 9 与之和为 10 的概率.

解 设事件 $A=\{3$ 枚骰子面朝上点数之和为 $9\}$, $B=\{3$ 枚骰子面朝上点数之和为 $10\}$.

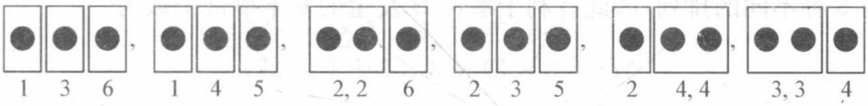
(1) 设 3 枚骰子是不可区分的,可看成 3 个相同的球以等可能地落入 6 个分别标有 1, 2, …, 6. 号码的盒子,盒子能容纳的球数不限. 面朝上点数即为球落入该盒子的编号数. 这是允许重复的组合问题,因此基本事件的总数为

$$N=C_{6+3-1}^{3}=C_{8}^{3}=56,$$

而有利于事件 A 发生的基本事件个数为



$M_1 = 6$，有利于事件 B 发生的基本事件个数为



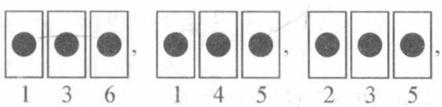
$M_2 = 6$. 由于在不可区分的条件下，不知每个基本事件发生是否等可能的. 若利用古典概率的计算求得相应事件 A 和 B 的概率，

$$P(A) \approx \frac{6}{56} = \frac{3}{28} = 0.1071, P(B) \approx \frac{6}{56} = \frac{3}{28} = 0.1071.$$

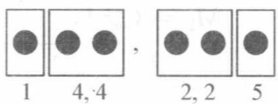
(2) 设3枚骰子是可区分的，看成3个不同颜色的球以等可能地落入6个分别标有1，2，…，6. 号码的盒子，盒子能容纳的球数不限，面朝上点数即为球落入该盒子的编号数. 这是允许重复的排列问题，因此基本事件的总数为

$$N = 6^3 = 216,$$

并且每个基本事件的发生是等可能的. 若3枚骰子之和为9，对于



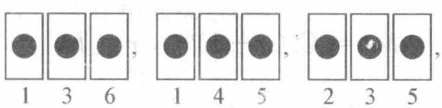
分别有3！种不同排列，对于



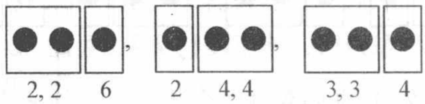
分别有3种不同的排列，因此有利于事件 A 发生的基本事件个数为

$$M_1 = 3 \times 3! + 2 \times 3 + 1 = 25,$$

又，若三枚骰子之和为10，对于



分别有 3！种不同排列，对于



分别有 3 种不同的排列，因此有利于事件 B 发生的基本事件个数为

$$M_2 = 3 \times 3! + 3 \times 3 + 1 = 27,$$

求得事件 A 和 B 的概率为，

$$P(A) = \frac{25}{216} = 0.1157,\ P(B) = \frac{27}{216} = 0.125.$$

8. (随机取数)从 1，2，…，n 个数中有放回地随机取 k 个数 ($k \leqslant n$).，求下列事件的概率：

(1) $A = \{k$ 个数全不相同$\}$；

(2) $B = \{$数字“5”恰好出现 r 次$\}(r \leqslant k)$；

(3) $C = \{$至少出现 r 个数字“5”$\}(r \leqslant k)$.

解　本题可看成 k 个可辨的球以等可能地落入 n 个可辨的盒子中，盒子能容纳的球数不限，是允许重复的排列问题，因此样本空间中基本事件的总数为

$$N = n^k,$$

(1) 由事件 A 的定义可知：任意的 k 个盒子中各有一个球落入，因此有利于事件 A 发生的基本事件的个数为

$$M_1 = C_n^k k!,$$

得，事件 A 的概率为

$$P(A) = \frac{C_n^k k!}{n^k}.$$

(2) 由事件 B 的定义可知：指定 5 号盒子中有 r 个球落入，其余 $n-r$ 个球可任意地落入 $n-1$ 中，因此有利于事件 B 发生的基本事件的个数为

$$M_2 = C_n^r (n-1)^{n-r},\ r \leqslant k,$$

得，事件 B 的概率为