

2015 全国勘察设计注册工程师执业资格考试用书



注册岩土工程师执业资格考试 基础考试复习教程 (上册)

注册工程师考试复习用书编委会 | 编
曹纬浚 | 主编

- ◇ 知名应试专家曹纬浚组织编写，内容紧扣考试大纲，采用最新规范规程，吸收考试亲历者的反馈建议。
- ◇ 首推“扫码学习”、注考网100元“学习卡”，享受针对性的视频辅导。
- ◇ 配套《2015注册岩土工程师执业资格考试基础考试真题及模拟题解析》（含二维码、注考网50元“学习卡”）。



人民交通出版社股份有限公司
China Communications Press Co., Ltd.

2015 全国勘察设计注册工程师执业资格考试用书

强 整 内

本书是《注册岩土工程师执业资格考试用书》系列中的一本，旨在帮助考生系统地复习和掌握岩土工程基础考试的相关知识。本书内容全面，重点突出，是考生备考的重要参考资料。

2015

注册岩土工程师执业资格考试 基础考试复习教程

Zhuce Yantu Gongchengshi Zhiye Zige Kaoshi Jichu Kaoshi Fuxi Jiaocheng

(上册)

注册工程师考试复习用书编委会 | 编
曹伟浚 | 主编



人民交通出版社股份有限公司
China Communications Press Co., Ltd.

内 容 提 要

本书根据2009年最新公布考试大纲及近几年考试真题编写,内容贴合考试实际,是考生复习必备的经典教材。

本书编写人员全部是多年从事注册岩土工程师基础考试培训工作的专家、教授,本书内容吸取了近几年考试培训的经验和考生回馈意见,以现行考试大纲为依据,以最新规范、教材为基础进行编写,指导考生复习,因此力求简明扼要,联系实际,着重于对概念和规范的理解运用,并注意突出重点。教程的每节后均附有习题,每章后附有习题提示及参考答案,同时书后附一套模拟试题,可作为考生检验复习效果和准备考试之用。

本书各个科目均有配套辅导视频,考生可扫描书中二维码或登录“注考网”在线学习。

由于本书篇幅较大,分为上、下两册,以便于携带和翻阅。

本书适合参加注册岩土工程师[也称注册土木工程师(岩土)]基础考试的人员使用。

图书在版编目(CIP)数据

2015 注册岩土工程师执业资格考试基础考试复习教程/
注册工程师考试复习用书编委会编. —北京:人民交通
出版社股份有限公司, 2015.1

ISBN 978-7-114-11942-2

I. ①2… II. ①注… III. ①岩土工程—工程师—资
格考试—自学参考资料 IV. ①TU4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 001574 号

2015 Zhuce Yantu Gongchengshi Zhiye Zige Kaoshi Jichu Kaoshi Fuxi Jiaocheng

书 名:2015 注册岩土工程师执业资格考试基础考试复习教程

著 作 者:注册工程师考试复习用书编委会

责任编辑:刘彩云 吴燕伶 李 坤

出版发行:人民交通出版社股份有限公司

地 址:(100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街3号

网 址:<http://www.ccpress.com.cn>

销售电话:(010)59757973

总 经 销:人民交通出版社股份有限公司发行部

印 刷:北京市密东印刷有限公司

开 本:787×1092 1/16

印 张:95.5

字 数:2286 千

版 次:2005 年 1 月 第 1 版

印 次:2015 年 1 月 第 1 次印刷

书 号:ISBN 978-7-114-11942-2

定 价:178.00 元(含上、下两册)

(有印刷、装订质量问题,由本公司负责调换)

主编致考生

一、注册岩土工程师在专业考试之前进行基础考试是和国外接轨的做法。通过基础考试并达到职业实践年限后就可以申请参加专业考试。基础考试是考大学中的基础课程,按考试大纲的安排,上午考试段考 11 科,120 道题,4 个小时,每题 1 分,共 120 分;下午考试段考 9 科,60 道题,4 个小时,每题 2 分,共 120 分;上、下午共 240 分。试题均为 4 选 1 的单选题,平均每题时间上午 2 分钟,下午 4 分钟,因此不会有复杂的论证和计算,主要是检验考生的基本概念和基本知识。考生在复习时不要偏重难度大或过于复杂的知识,而应将复习的注意力主要放在弄清基本概念和基本知识方面。

二、考生在复习本教程之前,应认真阅读“考试大纲”,清楚地了解考试的内容和范围,以便合理制订自己的复习计划。复习时一定要紧扣“考试大纲”的内容,将全面复习与突出重点相结合。着重对“考试大纲”要求掌握的基本概念、基本理论、基本计算方法、计算公式和步骤,以及基本知识的应用等内容有系统、有条理地重点掌握,明白其中的道理和关系,掌握分析问题的方法。同时还应会使用为减少计算工作量或简化、方便计算所制作的表格等。本教程中每章前均有一节“复习指导”,摘录了本章的考试大纲,具体说明本章的复习重点、难点和复习中要注意的问题,建议考生认真阅读每章的“复习指导”,参考“复习指导”的意见进行复习。在对基本概念、基本原理和基本知识有一个整体把握的基础上,对每章节的重点、难点进行重点复习和重点掌握。

三、注册岩土工程师基础考试上、下午试卷共计 240 分,上、下午不分段计算成绩,这几年及格线都是 55%,也就是说上、下午试卷总分达到 132 分就可以通过。因此,考生在准备考试时应注意扬长避短。从道理上讲,自己较弱的科目更应该努力复习,但毕竟时间和精力有限,如 2009 年新增加的“信号与信息技术”,据了解,土建非信息专业大多未学过,短时间内要掌握好比较困难,而“信号与信息技术”总共只有 6 道题,6 分,只占总分的 2.5%,也就是说,即使“信号与信息技术”一分未得,其他科目也还有 234 分,从 234 分中考 132 分是完全可以做到的。因此考生可以根据考试分科题量、分数分配和自己的具体情况,计划自己的复习重点和主要得分科目。当然一些主要得分科目是不能放松的,如“高等数学”24 题(上午段)24 分,“结构力学与结构设计”12 题(下午段)24 分,“工程地质”10 题(下午段)20 分,“岩体工程与基础工程”10 题(下午段)20 分,都是不能放松的;其他科目则可根据自己过去对课程的掌握情况有所侧重,争取在自己过去学得好的课程中多得分。

四、在考试拿到试卷时,建议考生不要顺着题序顺次往下做。因为有

的题会比较难,有的题不很熟悉,耽误的时间会比较多,以致到最后时间不够,题做不完,有些题会做但时间来不及,这就太得不偿失了。建议考生将做题过程分为四遍:

(1)首先用 15~20 分钟将题从头到尾看一遍,一是首先解答出自己很熟悉很有把握的题;二是将那些需要稍加思考估计能在平均答题时间里做出的题做个记号。这里说的平均答题时间,是指上午段 4 个小时考 120 道题,平均每题 2 分钟;下午段 4 个小时考 60 道题,平均每题 4 分钟,这个 2 分钟(上午)、4 分钟(下午)就是平均答题时间。将估计在这个时间里能做出来的题做上记号。

(2)第二遍做这些做了记号的题,这些题应该在考试时间里能做完,做完了这些题可以说就考出了考生的基本水平,不管考生基础如何,复习得怎么样,考得如何,至少不会因为题没做完而遗憾了。

(3)这些会做或基本会做的题做完以后,如果还有时间,就做那些需要稍多花费时间的题,能做几个算几个,并适当抽时间检查一下已答题的答案。

(4)考试时间将近结束时,比如还剩 5 分钟要收卷了,这时你就应看看还有多少道题没有答,这些题确实不会了,建议考生也不要放弃。既然是单选,那也不妨估个答案,答对了也是有分的。建议考生回头看看已答题目的答案,A、B、C、D 各有多少,虽然整个卷子四种答案的数量并不一定是平均的,但还是可以这样考虑,看看已答的题 A、B、C、D 中哪个答案最少,然后将不会做没有答的题按这个前边最少的答案通填,这样其中会有 $1/4$ 可能还会多于 $1/4$ 的题能得分,如果考生前边答对的题离及格正好差几分,这样一补充就能及格了。

五、基础考试是不允许带书和资料的,2011 年及以前,考试时会给每位考生发一本“考试手册”,载有公式和一些数据,供考生考试时翻找,考后收回。但从 2012 年起,取消了“考试手册”的配发。据说原因是考生使用不多,事实上也没有更多时间去翻手册。因此一些重要的公式、规定,考生一定要自己记住。

六、本教程每节后均附有习题,并在每章后附有提示及参考答案。另外,我们还专门为考生编写了一本《2015 注册岩土工程师执业资格考试基础考试真题及模拟题解析》,编制习题 2 700 多道,绝大多数习题都提供了解题提示和答案。建议考生在复习好本教程内容的基础上,多做习题。多做习题能帮助巩固已学的概念、理论、方法和公式等,并能发现自己的不足,哪些地方理解得不正确,哪些地方没有掌握好;同时熟能生巧,提高解题速度。本教程在最后提供了一套模拟试题,建议考生在复习完本教程以后,集中时间,排除干扰,模拟考试气氛,将模拟试题全部做一遍,以接近实战地检验一下自己的复习效果。

近年有读者给我们来信,除指出一些印刷差错(绝大多数意见是对的)外,还对教程和真题及模拟题解析中数十道习题的答案提出了质疑,经老师们仔细复查,有个别题答案确实错误,或答案印刷错误,而其余大多数的

题都是读者自己判断错误(已答复来信读者)。在此提醒读者,做题后如自己的结果和教程中的参考答案不符,请慎下结论,可将疑问发至我的邮箱 caowj0818@126.com,我会尽快核查并回复,以免读者判断错误致考试时答错题影响成绩。建议读者用我们的真题及模拟题解析做题练习,因该书中的题绝大多数附有题解,能帮助读者判断结果。

相信这本教程能帮助大家准备好考试。

最后,祝愿各位考生取得好成绩!

曹伟浚

2014 年 12 月

目 录

上 册

第一章 高等数学	1
复习指导	1
第一节 空间解析几何与向量代数	5
第二节 一元函数微分学	14
第三节 一元函数积分学	30
第四节 多元函数微分学	45
第五节 多元函数积分学	52
第六节 级数	63
第七节 常微分方程	74
第八节 线性代数	80
第九节 概率论与数理统计	111
习题提示及参考答案	129
第二章 普通物理	149
复习指导	149
第一节 热学	150
第二节 波动学	163
第三节 光学	171
习题提示及参考答案	185
第三章 普通化学	191
复习指导	191
第一节 物质结构和物质状态	194
第二节 溶液	215
第三节 化学反应速率与化学平衡	225
第四节 氧化还原反应与电化学	238
第五节 有机化合物	247
习题提示及参考答案	265
第四章 理论力学	269
复习指导	269
第一节 静力学	271
第二节 运动学	290
第三节 动力学	303
习题提示及参考答案	321

第五章 材料力学	326
复习指导	326
第一节 概论	327
第二节 轴向拉伸与压缩	331
第三节 剪切和挤压	336
第四节 扭转	339
第五节 截面图形的几何性质	343
第六节 弯曲梁的内力、应力和变形	347
第七节 应力状态与强度理论	359
第八节 组合变形	365
第九节 压杆稳定	370
习题提示及参考答案	376
第六章 流体力学	388
复习指导	388
第一节 流体力学定义及连续介质假设	389
第二节 流体的主要物理性质	390
第三节 流体静力学	395
第四节 流体动力学	406
第五节 流动阻力和能量损失	421
第六节 孔口、管嘴及有压管流	434
第七节 明渠恒定流	447
第八节 渗流定律、井和集水廊道	455
第九节 量纲分析和相似原理	461
习题提示及参考答案	468
第七章 电工电子技术	471
复习指导	471
第一节 电场与磁场	473
第二节 电路的基本概念和基本定律	478
第三节 直流电路的解题方法	485
第四节 正弦交流电路的解题方法	490
第五节 电路的暂态过程	504
第六节 变压器、电动机及继电器接触控制	508
第七节 二极管及其应用	519
第八节 三极管及其基本放大电路	526
第九节 集成运算放大器	536
第十节 数字电路	544
习题提示及参考答案	558
第八章 信号与信息技术	563
复习指导	563
第一节 基本概念	564
第二节 数字信号与信息	582

习题提示及参考答案·····	597
第九章 计算机应用基础 ·····	600
复习指导·····	600
第一节 计算机基础知识·····	601
第二节 计算机程序设计语言·····	608
第三节 信息表示·····	611
第四节 常用操作系统·····	617
第五节 计算机网络·····	621
习题提示及参考答案·····	638
第十章 工程经济 ·····	642
复习指导·····	642
第一节 资金的时间价值·····	644
第二节 财务效益与费用估算·····	651
第三节 资金来源与融资方案·····	661
第四节 财务分析·····	666
第五节 经济费用效益分析·····	676
第六节 不确定性分析·····	679
第七节 方案经济比选·····	683
第八节 改扩建项目的经济评价特点·····	685
第九节 价值工程·····	686
习题提示及参考答案·····	689
第十一章 法律法规 ·····	693
复习指导·····	693
第一节 我国法规的基本体系·····	694
第二节 中华人民共和国建筑法(摘要)·····	694
第三节 中华人民共和国安全生产法(摘要)·····	699
第四节 中华人民共和国招标投标法(摘要)·····	703
第五节 中华人民共和国合同法(摘要)·····	706
第六节 中华人民共和国行政许可法(摘要)·····	711
第七节 中华人民共和国节约能源法(摘要)·····	714
第八节 中华人民共和国环境保护法(摘要)·····	719
第九节 建设工程勘察设计管理条例(摘要)·····	725
第十节 建设工程质量管理条例(摘要)·····	727
第十一节 建设工程安全生产管理条例(摘要)·····	730
第十二节 设计文件编制的有关规定·····	735
第十三节 工程建设强制性标准的有关规定·····	737
第十四节 勘察设计注册工程师管理规定·····	738
第十五节 房地产开发程序·····	742
第十六节 工程监理的有关规定·····	746
第十七节 勘察设计行业职业道德准则·····	747
习题提示及参考答案·····	747



第一章 高等数学

复习指导

在勘察设计注册工程师基础考试中,基础部分试卷试题总数为 120 道题,其中高等数学占 24 题。高等数学题微积分部分有 16 道题,线性代数、概率、矢量代数有 8 道题。数学题的数量占上午试题总量的 $\frac{1}{5}$,因而复习好数学是至关重要的。

一、考试大纲

1.1 空间解析几何

向量的线性运算;向量的数量积、向量积及混合积;两向量垂直、平行的条件;直线方程;平面方程;平面与平面、直线与直线、平面与直线之间的位置关系;点到平面、直线的距离;球面、母线平行于坐标轴的柱面、旋转轴为坐标轴的旋转曲面的方程;常用的二次曲面方程;空间曲线在坐标面上的投影曲线方程。

1.2 微分学

函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性;数列极限与函数极限的定义及其性质;无穷小和无穷大的概念及其关系;无穷小的性质及无穷小的比较;极限的四则运算;函数连续的概念;函数间断点及其类型;导数与微分的概念;导数的几何意义和物理意义;平面曲线的切线和法线;导数和微分的四则运算;高阶导数;微分中值定理;洛必达法则;一元函数的切线与法线,空间曲线的切线与法平面、曲面的切平面及法线;函数单调性的判别;函数的极值;函数曲线的凹凸性、拐点;偏导数与全微分的概念;二阶偏导数;多元函数的极值和条件极值;多元函数的最大、最小值及其简单应用。

1.3 积分学

原函数与不定积分的概念;不定积分的基本性质;基本积分公式;定积分的基本概念和性质(包括定积分中值定理);积分上限的函数及其导数;牛顿-莱布尼兹公式;不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法;有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分;广义积分;二重积分与三重积分的概念、性质、计算和应用;两类曲线积分的概念、性质和计算;求平面图形的面积、平面曲线的弧长和旋转体的体积。

1.4 无穷级数

数项级数的敛散性概念;收敛级数的和;级数的基本性质与级数收敛的必要条件;几何级数与 p 级数及其收敛性;正项级数敛散性的判别法;任意项级数的绝对收敛与条件收敛;幂级数及其收敛半径、收敛区间和收敛域;幂级数的和函数;函数的泰勒级数展开;函数的傅里叶系数与傅里叶级数。

1.5 常微分方程

常微分方程的基本概念;变量可分离的微分方程;齐次微分方程;一阶线性微分方程;全微

分方程;可降阶的高阶微分方程;线性微分方程解的性质及解的结构定理;二阶常系数齐次线性微分方程。

1.6 线性代数

行列式的性质及计算;行列式按行按列展开定理的应用;矩阵的运算;逆矩阵的概念、性质及求法;矩阵的初等变换和初等矩阵;矩阵的秩;等价矩阵的概念和性质;向量的线性表示;向量组的线性相关和线性无关;线性方程组有解的判定;线性方程组求解;矩阵的特征值和特征向量的概念与性质;相似矩阵的概念和性质;矩阵的相似对角化;二次型及其矩阵表示;合同矩阵的概念和性质;二次型的秩;惯性定理;二次型及其矩阵的正定性。

1.7 概率论与数理统计

随机事件与样本空间;事件的关系与运算;概率的基本性质;古典型概率;条件概率;概率的基本公式;事件的独立性;独立重复试验;随机变量;随机变量的分布函数;离散型随机变量的概率分布;连续型随机变量的概率密度;常见随机变量的分布;随机变量的数学期望、方差、标准差及其性质;随机变量函数的数学期望;矩、协方差、相关系数及其性质;总体;个体;简单随机样本;统计量;样本均值;样本方差和样本矩; χ^2 分布; t 分布; F 分布;点估计的概念;估计量与估计值;矩估计法;最大似然估计法;估计量的评选标准;区间估计的概念;单个正态总体的均值和方差的区间估计;两个正态总体的均值差和方差比的区间估计;显著性检验;单个正态总体的均值和方差的假设检验。

二、复习指导

在复习中,首先要熟悉大纲,按大纲的要求分清哪些属于考试要求,哪些不属于考试要求,有的放矢地做好复习工作。建议考生除了复习本复习教程上的内容外,还可结合同济大学编的高等数学上、下册(第四版或第五版)课本一起复习。由于复习教程篇幅所限,有的内容显得简单了,结合书本复习,可进一步充实相关的内容。另外在教科书中还附有大量的习题,可在复习时做练习用。

关于考试的试题基础部分在上午考,时间为4个小时,考题有120道,也就是要在240分钟内做完120道题,平均2分钟做1道题,这一点也是我们在复习中应该注意的。这样,大的定理证明、复杂的计算题、计算量大大超过2分钟的题目就不可能在试题中出现。试题的形式都是单选题,从给出的四个选项中挑一个。如果题目是以计算题形式给出的,可通过正确的计算选择其中一个答案。

有的从形式上看也是计算题,但涉及的内容有奇偶函数,不妨先去判定一下。有的题目属于概念题,应认真回顾所学过的概念作出正确的选择,有的题目要求根据学过的定义、定理判定,要很好想一下这些定义、定理的具体内容,经分析后选出要求的答案。因而熟记书本的定义、定理性质是必要的,另外,熟悉一些题目的计算步骤,记住曾做过一些题目的结论也是必要的。另外注意根据题目的要求,当能肯定选出某一选项后,其余三个选项,不论它所给出的内容是什么,也不再去验证它为什么错。除了有的题目给了四个选项,一时判定不了的,可以采取逐一排除的方法,得到最后的结论。这些做法在具体做题时需要灵活掌握。但可以肯定的是选择题往往是从涉及概念性较强,计算比较灵活,而计算量又不很大的一类题目中选出。了解以上情况之后,从一开始复习就要加以注意。最后通过系统的复习达到对考试要求的内容有一个全面了解,应该记忆的定义、定理、性质和一些推导出来的结论要记住,应该记忆的公式要记牢,对各种类型的计算题解题的步骤要记住,只有这样,才能较好地应对这次考试。

下面按章、节讲一下每一部分的重点和难点,按复习教程所写的内容顺序进行。

(一)空间解析几何与向量代数

重点:(1)掌握利用向量的基本向量分解式或坐标表示式进行向量运算,如加法、减法、数乘,数量积、向量积、混合积的计算。

(2)熟练掌握利用两向量平行、两向量垂直坐标所具备的性质,设 $\vec{a}, \vec{b}$ 为非零向量, $\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}, \vec{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$, 则 ① $\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \times \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \lambda \vec{b} \Leftrightarrow \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$; ② $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$ 。会利用前述条件求直线方程、平面方程,或判定直线和平面间的某种位置关系,空间曲线在坐标面上的投影曲线。

难点:利用两向量平行或垂直的条件求直线方程、平面方程,判定直线和平面的位置关系又是其中的难点。

(二)一元函数微分学

重点:(1)熟练掌握函数奇偶性、单调性、周期性、有界性的判定办法。

(2)熟练掌握求函数极限的方法,把两个重要极限、利用等价无穷小求极限等方法和用洛必达法则求极限方法灵活地结合在一起,解决求极限的问题。

(3)掌握利用函数在一点连续的定义,判定函数在一点的连续性或求某一个数值。

(4)掌握用在一点导数的定义的两形式求函数在一点的导数,并会利用在一点左、右导数的定义判定分段函数在交界点的可导性。掌握利用在一点导数的几何意义求切线方程、法线方程。

(5)熟练掌握复合函数、参数方程、隐函数、幂指函数的一阶导数以及高阶导数的计算。

(6)熟练掌握三个中值定理结论中的 ξ 值求法,会求函数的单调区间、函数的极值、函数的最值、函数的凹凸区间、拐点,会求函数的渐近线。其中,求各种给出函数的导数,确定函数曲线的单调性、凹凸区间等,又是这一节的**难点**。

(三)一元函数积分学

重点:(1)掌握原函数的概念,并要求把原函数的概念灵活地运用到求函数的不定积分中,计算出不定积分。

(2)熟练掌握利用不定积分公式、换元法、分部积分法,求不定积分。

其中,涉及利用原函数概念的不定积分计算,用换元积分法计算不定积分,是**难点**。

(3)掌握积分上限函数求导的方法,熟练掌握利用定积分的性质、奇偶函数在对称区间上积分的知识,利用定积分的换元积分和分部积分等求定积分。

(4)熟练掌握利用定积分求平面图形的面积和旋转体的体积、平面曲线的弧长、计算变力沿直线运动所做的功等。

(5)熟练掌握广义积分的计算,判定广义积分敛散性。

难点:计算不定积分、定积分及利用定积分求平面图形的面积和旋转体的体积。

(四)多元函数微分学

重点:(1)熟练掌握复合函数偏导数和全微分的计算,隐函数偏导数和全微分的计算。

(2)掌握二元函数在一点的连续性,偏导存在和全微分的概念及它们之间的联系。

(3)熟练掌握求空间曲线的切线和法平面、空间曲面的切平面和法线的方程的方法。

难点:二元函数连续性、偏导存在和可微概念之间的关系,求二元复合函数和隐函数的偏

导、全微分是难点。

(五)多元函数积分学

重点:(1)熟练掌握二重积分的计算,并会在直角坐标系下把二重积分写成两种积分顺序下的二次积分,会把二重积分化为极坐标系下的二次积分。

(2)熟练掌握把三重积分化为在直角坐标系下、柱面坐标系下、球面坐标系下的三次积分(计算三重积分不是重点)。

(3)熟练掌握对弧长和坐标的曲线积分的计算。在对坐标的曲线积分中,一定要会利用与路径无关的条件,应用格林公式计算曲线积分。

难点:把三重积分化为直、柱、球坐标系下三次积分,对坐标的曲线积分。

(六)级数

重点:(1)熟练掌握数项级数敛散性的判定。

(2)熟练掌握幂级数的收敛半径和收敛区间的求法。

(3)熟练掌握利用已知函数展开式,采用间接展开法,把函数展开成幂级数。

(4)掌握用狄利克雷收敛定理确定傅里叶级数的和函数,求在某点傅里叶级数的和。

难点:(1)数项级数敛散性的判定。

(2)用间接展开法把函数展开成幂级数。

(七)常微分方程

重点:(1)熟练掌握一阶微分方程中可分离变量方程、一阶线性方程通解的求法。

(2)熟练掌握二阶常系数线性齐次方程通解的计算方法。

(3)掌握列微分方程、解应用题方法。

难点:列微分方程、解应用题。

(八)线性代数

根据考试大纲的要求,线性代数需要掌握以下内容:行列式、矩阵、 n 维向量、线性方程组、矩阵的特征值与特征向量、二次型。

行列式是线性代数的基本工具,而高阶行列式的计算一般都要用到行列式的相关性质。

矩阵是线性代数研究的主要对象,是求解线性方程组的有力工具。除了会矩阵的基本运算外,还应会求逆矩阵、矩阵的秩,进而会求解矩阵方程。

在求解线性方程组时会涉及解向量的最大线性无关组的问题,对于向量组要会求它的最大线性无关组。能熟练利用齐次及非齐次线性方程组解的性质,写出方程组的通解。

特征值与特征向量是矩阵理论中最基本的概念之一,对此,应熟练掌握。

关于二次型,首先要会写出它的矩阵形式,即找出它所对应的实对称阵。将一般二次型化为标准型时,也会遇到求二次型所对应矩阵的特征根的问题。

(九)概率论与数理统计

概率论与数理统计需要掌握的内容如下。

随机事件与概率、古典概型、一维随机变量的分布和数字特征、数理统计的基本概念、参数估计、假设检验。

对事件运算、古典概型、全概率公式、独立重复试验要会灵活运用这些工具解决具体问题。

对于随机变量可以有三种描述工具:分布函数、离散型随机变量的分布律、连续型随机变

量的概率密度,需要熟悉它们的定义、性质,并且要会使用。比如,概率密度 $f(x)$ 中如果含未知数 A ,则可用 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ 定出 A 。而对正态 $N(\mu, \sigma^2)$ 分布的随机变量要转化成标准正态 $N(0, 1)$ 分布才可查表。

数字特征可从某个侧面反映随机变量分布的特点,数学期望和方差的性质及有关计算公式属于基本内容,用它们可以解决一些实际问题,应该予以关注。

统计量,比如样本均值 $\bar{X}$ 和方差 S^2 ,抽样分布是参数估计、假设检验的基础。

总之,大家应在基本概念清晰的基础上,熟练掌握有关的计算问题,特别是比较简捷的计算。

第一节 空间解析几何与向量代数

一、空间直角坐标

(一)坐标轴的平移

设旧坐标系为 $Oxyz$,新坐标系为 $O'x'y'z'$,新轴与旧轴平行,点 O' 的旧坐标为 (a, b, c) ,点 M 的旧、新坐标依次为 (x, y, z) 及 (x', y', z') ,则

$$x = a + x', y = b + y', z = c + z' \quad (1-1)$$

(二)两点间的距离

在空间直角坐标系中, $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 与 $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 之间的距离为

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

(三)定比分点

设 $M_1(x_1, y_1, z_1), M_2(x_2, y_2, z_2)$ 为两定点,点 $M(x, y, z)$ 将 $\overline{M_1M_2}$ 分为两段 $\overline{M_1M}, \overline{MM_2}$, 使 $\frac{M_1M}{MM_2} = \lambda (\lambda \neq -1)$, 则

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}, z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda} \quad (1-2)$$

当 $\lambda = 1$ 时, M 为 $\overline{M_1M_2}$ 的中点, 则

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}, z = \frac{z_1 + z_2}{2} \quad (1-3)$$

(四)空间方向的确定

设有一条有向直线 L , 它与三个坐标轴正向的夹角分别为 $\alpha, \beta, \gamma (0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq \pi)$, 称为直线 L 的方向角; $\{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\}$ 称为直线 L 的方向余弦, 三个方向余弦有如下关系

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \quad (1-4)$$

二、向量代数

(一)向量的概念

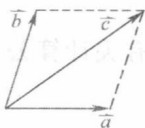
空间具有一定长度和方向的线段称为向量。以 A 为起点, B 为终点的向量记作 $\overline{AB}$, 或简记作 $\vec{a}$ 。向量 $\vec{a}$ 的长记作 $|\vec{a}|$, 又称为向量 $\vec{a}$ 的模, 两向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 若满足: ① $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, ② $\vec{a} // \vec{b}$, ③ $\vec{a}, \vec{b}$ 指向同一侧, 则称 $\vec{a} = \vec{b}$ 。

与 $\vec{a}$ 方向一致的单位向量 $\vec{a}^0 = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ 。

(二) 向量的运算

1. 两向量的和

以 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 为边的平行四边形的对角线(图 1-1)所表示的向量 $\vec{c}$ 称向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的和, 记作



$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \quad (1-5)$$

一般说, n 个向量 $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ 的和可定义如下: 先作向量 $\vec{a}_1$, 再以 $\vec{a}_1$ 的终点为起点作向量 $\vec{a}_2$, $\dots$, 最后以向量 $\vec{a}_{n-1}$ 的终点为起点作向量 $\vec{a}_n$, 则以向量 $\vec{a}_1$ 的起点为起点、以向量 $\vec{a}_n$ 的终点为终点的向量 $\vec{b}$ 称为 $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ 的和, 即

$$\vec{b} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n \quad (1-6)$$

2. 两向量的差

设 $\vec{a}$ 为一向量, 与 $\vec{a}$ 的模相同, 而方向相反的向量叫做 $\vec{a}$ 的负向量, 记作 $-\vec{a}$, 规定两个向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的差为

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}) \quad (1-7)$$

3. 向量与数的乘法

设 λ 是一个数, 向量 $\vec{a}$ 与 λ 的乘积 $\lambda\vec{a}$ 规定为:

当 $\lambda > 0$ 时, $\lambda\vec{a}$ 表示一个向量, 它的方向与 $\vec{a}$ 的方向相同, 它的模等于 $|\vec{a}|$ 的 λ 倍, 即 $|\lambda\vec{a}| = \lambda|\vec{a}|$;

当 $\lambda = 0$ 时, $\lambda\vec{a}$ 是零向量, 即 $\lambda\vec{a} = \vec{0}$;

当 $\lambda < 0$ 时, $\lambda\vec{a}$ 表示一个向量, 它的方向与 $\vec{a}$ 的方向相反, 模等于 $|\vec{a}|$ 的 $|\lambda|$ 倍, 即 $|\lambda\vec{a}| = |\lambda||\vec{a}|$ 。

4. 两向量的数量积

两向量的数量积为一数量, 表示为

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\angle a, b) \quad (1-8)$$

5. 两向量的向量积

两向量的向量积为一向量, 记作 $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ 。

① $|\vec{c}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin(\angle a, b)$, $|\vec{c}|$ 的几何意义为以 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 为边作出的平行四边形的面积; ② $\vec{c} \perp \vec{a}$, $\vec{c} \perp \vec{b}$; ③ $\vec{c}$ 的正向按右手规则四个手指从 $\vec{a}$ 以不超过 π 的角度转向 $\vec{b}$, 则大拇指的指向即为 $\vec{c}$ 的方向。

6. 三个向量的混合积

$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ 称为向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 的混合积, 记作 $[\vec{a} \ \vec{b} \ \vec{c}]$, $|(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}|$ 的几何意义表示以 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 为棱的平行六面体的体积。可推出, 当向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 共面时, 混合积 $[\vec{a} \ \vec{b} \ \vec{c}] = 0$, 即 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$ 。

(三) 向量运算的性质 ($\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 为向量, λ 、 μ 为数量)

交换律

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}, \lambda\vec{a} = \vec{a}\lambda, \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

结合律

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}), (\lambda\mu)\vec{a} = \lambda(\mu\vec{a})$$

$$\lambda(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\lambda\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (\lambda\vec{b}), \lambda(\vec{a} \times \vec{b}) = (\lambda\vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (\lambda\vec{b})$$

分配律

$$(\lambda + \mu)\vec{a} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{a}, \lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda\vec{a} + \lambda\vec{b}, (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}, (\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}$$

向量的数量积满足交换律, 即 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$;

向量的向量积不满足交换律, 即 $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{b} \times \vec{a}$, $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$ 。

(四) 向量在轴上的投影

给定向量 $\overrightarrow{AB}$ 及 u 轴, 过 A, B 点分别向 u 轴作垂直平面, 与 u 轴交于 A_1, B_1 , 则有向线段 A_1B_1 的值 A_1B_1 称为 $\overrightarrow{AB}$ 在 u 轴上的投影, 记作 $\text{Prj}_u \overrightarrow{AB}$, 向量的投影是一个数量。

设 $\overrightarrow{AB}$ 与 u 轴的夹角为 α , 则

$$\text{Prj}_u \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AB}| \cos \alpha$$

n 个向量的和在 u 轴上的投影为

$$\text{Prj}_u (\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \cdots + \vec{a}_n) = \text{Prj}_u \vec{a}_1 + \text{Prj}_u \vec{a}_2 + \cdots + \text{Prj}_u \vec{a}_n \quad (1-9)$$

(五) 向量的投影表示

设 $\vec{a}$ 的起点 A 坐标为 (x_1, y_1, z_1) , 终点 B 坐标为 (x_2, y_2, z_2) , 则 $\vec{a} = \overrightarrow{AB} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$, 记 $a_x = x_2 - x_1, a_y = y_2 - y_1, a_z = z_2 - z_1, a_x, a_y, a_z$ 称为向量 $\vec{a}$ 在 x 轴、 y 轴、 z 轴上的投影。又设 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 依次为与 x, y, z 轴正向一致的单位向量, 则

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} = (x_2 - x_1) \vec{i} + (y_2 - y_1) \vec{j} + (z_2 - z_1) \vec{k} \quad (1-10)$$

又可写成

$$\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\} \quad (1-11)$$

式(1-10)又称为向量 $\vec{a}$ 按基本单位向量的分解式, 式(1-11)又叫做向量 $\vec{a}$ 的坐标表示式。

(六) 向量运算的坐标表示式

设 $\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}, \vec{b} = \{b_x, b_y, b_z\}, \vec{c} = \{c_x, c_y, c_z\}$, 则

$$\vec{a} \pm \vec{b} = \{a_x \pm b_x, a_y \pm b_y, a_z \pm b_z\}$$

$$\lambda \vec{a} = \{\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z\}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \vec{k} \quad (1-12)$$

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$$

$$= \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_y & b_z \\ c_y & c_z \end{vmatrix} a_x - \begin{vmatrix} b_x & b_z \\ c_x & c_z \end{vmatrix} a_y + \begin{vmatrix} b_x & b_y \\ c_x & c_y \end{vmatrix} a_z$$

向量的模和方向余弦的坐标表示式:

设 $\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}, \alpha, \beta, \gamma$ 为 $\vec{a}$ 的方向角, $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$, 则

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|} = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$$

$$\cos \beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|} = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} \quad (1-13)$$

$$\cos \gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|} = \frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$$

且满足 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ 。

(七)两向量的夹角、平行与垂直坐标表示

设 $\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$, $\vec{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$, 则

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}} \quad (1-14)$$

$$\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} = \lambda \vec{b} \Leftrightarrow \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$$

三、平面

(一)平面的一般方程

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

其中, 平面法向量 $\vec{n} = \{A, B, C\}$ 。

(二)平面的点法式方程

过定点 (x_0, y_0, z_0) , 以 $\vec{n} = \{A, B, C\}$ 为法线向量的平面方程为

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

称为平面的点法式方程。

(三)平面的截距式方程

设 a, b, c 为平面在三个坐标轴上的截距, 平面方程为

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad (1-15)$$

称平面的截距式方程。

(四)两平面的夹角(通常指锐角)

设两平面方程为

$$\pi_1 \quad A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0$$

$$\pi_2 \quad A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0$$

则两平面夹角 φ 的余弦为

$$\cos \varphi = \frac{|A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \quad (1-16)$$

两平面平行的充分必要条件为

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2} \quad (1-17)$$

两平面垂直的充分必要条件为

$$A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2 = 0 \quad (1-18)$$

(五)三平面的交点

设三个平面方程为 $A_i x + B_i y + C_i z + D_i = 0$ (其中, $i = 1, 2, 3$), 若系数行列式 $D \neq 0$, 则三平面有唯一交点, 交点坐标即方程组的解。

(六)点到平面的距离

若平面方程为 $Ax + By + Cz + D = 0$, 平面外一点 $M(x_1, y_1, z_1)$, 则点 M 到平面的距离为

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad (1-19)$$

(七)点到直线的距离

设点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ 是直线 L 外的一点, $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 是直线 L 上的任意取定的点, 且直线 L