

有趣的 数学旅行

数的世界

[韩] 金容国 金容云 著
杨竹君 译

教科书中无法学到的数学和数学家的故事!

现在就让我们在自然数、整数、分数、有理数等多种
多样的数字中, 体会神秘数学的全新魅力吧!

中国城市出版社



中国城市出版社
· 北 京 ·

北京版权局著作权合同登记

图字:01-2009-6471

图书在版编目(CIP)数据

有趣的数学旅行. 1, 数的世界 / (韩) 金容国,
(韩) 金容云著; 杨竹君译. -- 北京: 中国城市出版社
, 2011.12 (2012.8重印)

ISBN 978-7-5074-2515-4

I. ①有… II. ①金… ②金… ③杨… III. ①数学—
普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字 (2011) 第219075号

재미있는 수학여행 1 © 2007 by Kim Young Woon, Kim Young Kuck

All rights reserved.

Translation rights arranged by Gimm-Young Publishers, Inc
through Shinwon Agency Co., Korea

Simplified Chinese Translation Copyright © 2012 by Beijing Double Spiral Culture &
Exchange Company Ltd

策 划	王 立
责 任 编 辑	唐 汧 伍四运 李俊梅 赵 倩
封 面 设 计	凌点工作室
内 文 版 式	101度工作室
责任技术编辑	张建军 张雅琴 张美欣 沈永勤
出 版 发 行	中国城市出版社
地 址	北京市西城区广安门南街甲30号 (邮编100053)
网 址	www.citypress.cn
电 话	(010)63275378 (营销策划中心)
传 真	(010)63489791 (营销策划中心)
总 编 室 信 箱	citypress@sina.com 电话: (010) 68171928
投 稿 信 箱	world66@263.net (营销策划中心)
经 销	新华书店
印 刷	北京缤索印刷有限公司
字 数	200千字 印张 31.75
开 本	880×1230 (毫米) 1/32
版 次	2012年5月第1版
印 次	2012年8月第2次印刷
定 价	148.00元 (全4册)

版权所有, 盗版必究。举报电话: (010)68171928

1 数是什么 -015



数的概念诞生的秘密 | 不用数去计算 | 动物的数学分数 | 数的特征 | 数也有性格 (1) | 数也有性格 (2) | 落后地方的数学 | 韩国的符木 | 最初的数字 | 空集

2 计数法 -049



各种各样的计数法 | 简单方便的十进制计数法 | 从 0 和 1 衍生出来的世界 | 魔法牌 | 算盘是几进制 | 六十进制的便捷点

3 整数 -075

数学会带来迷信吗 | 整数论的始祖 | 数之美 | 数字 365 的秘密



4 倍数和约数 -089

最小公倍数和最大公约数 (1) | 最小公倍数和最大公约数 (2) | 乘法口诀的秘密 | 巴塞图 | 质数 | 埃拉托色尼筛法 | 质数之谜 (1) | 无法成为完全数的质数 | 分解质因数 | 质因数分解的惟一性 | 质数之谜 (2) | 两个数学研究者的对话



5 费尔马定理 -133

有限代数 | 费尔马定理



6 整数的秘密 -143

汉诺塔之谜 | 美丽的整数世界 | 具有奇特性质的两位数 | 制造出你喜欢的数字 | 代数让计算更简单 | 有时候算数更加方便 | 数的魔方阵 | 魔方阵的衍变 | 数学中的催化剂



7 负数 -181

从整数到负数 | 负数是虚拟数字吗 | 负数的乘法运算 (1) | 负数的乘法运算 (2) | 负数的乘法运算 (3) | 绝对值的定义



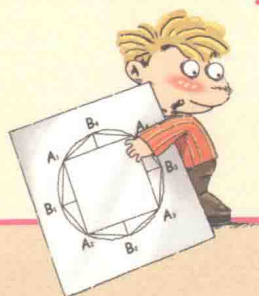
8 分数和小数 -199

分数是有理数 | 埃及人的分数运算 | 有限小数和循环小数 | 分数和小数的诞生 | 中国的分数 | 荷鲁斯之眼



9 无理数的诞生 -223

整数和无理数 | $\sqrt{2}$ 的历史 | $\sqrt{2}$ 的近似值 | 无理数和繁分数 | 数学家阿贝尔 | 圆周率 | 东方人计算的圆周率 | 计算圆周率 | 愈发宽广的数学世界





中国城市出版社
· 北 京 ·

北京版权局著作权合同登记

图字:01-2009-6471

图书在版编目(CIP)数据

有趣的数学旅行. 1, 数的世界 / (韩) 金容国,
(韩) 金容云著; 杨竹君译. — 北京: 中国城市出版社
, 2011.12 (2012.8重印)

ISBN 978-7-5074-2515-4

I. ①有… II. ①金… ②金… ③杨… III. ①数学—
普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第219075号

재미있는 수학여행! © 2007 by Kim Young Woon, Kim Young Kuck

All rights reserved.

Translation rights arranged by Gimm-Young Publishers, Inc
through Shinwon Agency Co., Korea

Simplified Chinese Translation Copyright © 2012 by Beijing Double Spiral Culture &
Exchange Company Ltd

策 划	王 立
责 任 编 辑	唐 浒 伍四运 李俊梅 赵 倩
封 面 设 计	凌点工作室
内 文 版 式	101度工作室
责任技术编辑	张建军 张雅琴 张美欣 沈永勤
出 版 发 行	中国城市出版社
地 址	北京市西城区广安门南街甲30号 (邮编100053)
网 址	www.citypress.cn
电 话	(010)63275378 (营销策划中心)
传 真	(010)63489791 (营销策划中心)
总 编 室 信 箱	citypress@sina.com 电话: (010) 68171928
投 稿 信 箱	world66@263.net (营销策划中心)
经 销	新华书店
印 刷	北京缤索印刷有限公司
字 数	200千字 印张 31.75
开 本	880×1230 (毫米) 1/32
版 次	2012年5月第1版
印 次	2012年8月第2次印刷
定 价	148.00元(全4册)

版权所有, 盗版必究。举报电话: (010)68171928



孔子说过：“知之者不如好之者，好之者不如乐之者。”基础教育阶段的数学教学，应当充分注重帮助学生提高学习数学的兴趣，增强学好数学的自信心。国内当前正在推进的基础教育改革十分重视这一点，并采取了一系列措施，其中包括加强数学史和数学文化的教育，以帮助学生了解数学的文化价值，提高学习数学的兴趣。

在这方面，借鉴一些国外的经验也不无裨益。韩国数学教育界历来注重编写一些引导学生从小热爱数学、学好数学，辅助教师加强数学历史文化修养的数学文化读物。《有趣的数学旅行》是其中值得推荐的一套。如其中《有趣的数学旅行3 几何的世界》一书，分“历史上的几何学”和“生活中的几何学”两大部分。“历史上的几何学”介绍相关数学知识的历史发展与数学家的故事，“生活中的几何学”则以贴近学生生活实际的事例，阐述数学在现实生活中的广泛应用。全书图文并茂，文字生动，读之趣味盎然，是一本有助于启迪智慧、开阔视野、提升数学素养的数学文化与历史读物。

希望本书的出版能激励更多由国内学者编写的适合基础教育的数学文化与历史优秀读物问世。

中国科学院数学与系统科学研究院 李文林

2011年10月16日



数学是中学里的一门主课，每学期都有。单从能力的培养来讲，数学可以培养学生的四种能力：逻辑推理能力、空间想象能力、解决问题的能力 and 创新能力。有了这四种能力，不管将来做什么工作都能得心应手。

但是，数学给人的印象是枯燥和困难？是这么回事吗？

枯燥？数学真的枯燥吗？其实不是，枯燥不是数学的特征，而是讲授者的弊病。同一堂数学课可以讲得引人入胜，也可以讲得令人生厌，这要看谁来讲了。书也是这样，摆在你面前的这套书就写得生动活泼，智趣盎然。翻开书，你就进入了一座数学知识的宝库。作者不仅注重基本知识，更注重数学思维、数学观念的培养，正如作者所言，“授人以鱼，不如授人以渔”。

困难？诚然，学数学会遇到困难，但是，你鼓起勇气面对困难时，它就后退，并给你智慧。书中作者并没有刻意避讳数学的深奥，数学的不惑，但它能激起你往上爬，征服它的欲望，这就是这本书的魅力所在。

本书既可通读，也可选读。时间充裕的读者，可通读全书，时间有限的读者，可以选取自己有兴趣的部分去读。作者的意图是，致广大而尽精微，是想尽最大的努力将数学的整个面貌展现出来。

目前这类书在市场上比较少，是值得珍视的。

著名数学教育家 北大数学教授 张顺燕

2011年10月30日

《有趣的数学旅行》以它独特的视角，生动活泼的语言，带领读者在数学世界的海洋中游弋。沿途我们可以领略古代数学的熠熠光彩，亦可看到现代数学的巨大成就。这套书内容丰富，史料翔实。它涵括了古今中外的许许多多重大的数学研究成果，以及数学发展史上的种种传奇事件。这是一套难得的好书！

——北京八十中教师 数学特级教师 毛彬瀚

此丛书在兼顾数学知识的趣味性与严肃性的同时，把现代数学和经典数学中诸多看似古怪实则富有思想和哲理的内容，最大限度大众化，让人切身感受到，数学的严肃与趣味并没有一道泾渭分明的鸿沟，是可以在欢悦轻松的阅读中体会、思考数学的本质。它适合阅读的人群广大，不同的读者可以从中择取不同的乐趣和益处。

——北京十一学校教师 数学特级教师 崔君强

有趣的数学，等待有好奇心的同学们来探险！无论是一步一个脚印地走完全程，还是兴之所至地走马观花，都能让你在数学方面，有更开阔的视野，更深入的体验，更灵动的想象……

——北京四中教师 数学特级教师 谷丹



中韩的教育有某些相似性，如学生分数很高，经常在大赛中拿奖，却缺少提出问题的意识，学习动机和质疑意识明显较差，创造力表现不足。从基础教育层面反思：我们为中学生提供了什么样的教育？在课堂上我们又是怎样引导与训练他们的呢？这套《有趣的数学旅行》做出了可贵的探索……

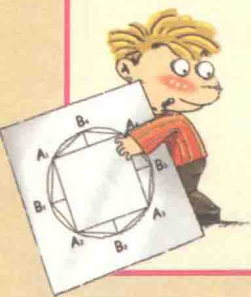
——北京十一学校教师 数学特级教师 李锦旭

再版序言上说得很好，适合数学专业的人阅读，偏向培养兴趣。作者试图从一些生活化，童趣化的角度介绍数学。虽然书中有些不足之处，但我们依然可以从中领略到数学的真正魅力！

——湖南高考理科状元

自然界究竟由多少种几何图形交错构成？浩瀚宇宙又隐藏着多少秘密？翻开这本书，你会发现真实世界里蕴藏着数学与宇宙的神秘关系。

——北大学生



开始一段全新的数学旅行



韩国学生的数学分数很高，经常在国际数学大赛上获奖。但是有国际数学教育专家认为，韩国学生的学习动机和好奇心在世界上不占上风，这是无法用分数计算的。这个问题被提出后受到关注，韩国学生的创造性能力令人堪忧。

关于国家各领域创造能力，经常在诺贝尔奖上有所体现。但是，一直以掀起世界顶尖教育热潮为傲的韩国，却从来没有人摘得过诺贝尔科学奖。而犹太人中，获得诺贝尔医学、生理、物理和化学奖项的共有119人，诺贝尔经济学奖获奖者也超过了20人。这个现象和与创造性有很大关系的深度数学教育息息相关。

中国有一句古话：“授人以鱼，不如授之以渔。”有创造性的数学便起到了一个“渔具”的作用。笔者着笔写这本书，也是由衷地希望能有后来人通过阅读本书走上一条正确的数学学习之路。

之前有过很多学生对我说：“读过老师的书后，在数学方面大开眼界。”这对我来说是最大的鼓励，也是我最珍惜的。从此，我似乎感觉到身上的责任又重了一些。

本书于1991年初版，作于16年前，虽然这许多年数学的基本方向没有改变，但是数学，尤其是电脑方面的很多新知识如雨后春笋般不断为人所掌握，之前困扰着我们的一些难题也已经被解开了。因此，笔者对原版进行了修改和完善，希望阅读本书后，能有读者成为可以“驾驭渔具，垂钓大鱼”的人才。

金容云

2007年



登山过程中，越往高处攀爬，氧气越稀薄，登山者很容易患上高山病。同样，日趋复杂的数学体系随着时间的推移，变得愈发抽象。如果是一般人，绝大部分开始接触到现代数学的时候，会像患高山病一样患上一种抽象病。

但是，无论多高的山都会有树木丛生，都会有生命存活并奔跑。即使空气稀薄的悬崖陡峭，还是会有潺潺流水，生机盎然。

之前大家在学校学到的数学，就好像高地的山峰被局部扩大，仅仅是一个夸张了的构造。如果给一个人缓缓呈现陡峭的山崖和高不可攀的山峰，他必然会心生恐惧，掉头而去。这是因为他们没有看到在那山崖之外，存在着的清澈溪水和那生机勃勃的一片景象。

笔者常看到很多学生不明这座“山”的本来面目而受到打击和挫折，不由心生遗憾。

笔者执笔此书的最大动机，是想要尽最大能力将数学的整个面貌展现出来。目前，有太多暂时只是靠将数学公式熟记于心而掌握了数学的学生，他们还无法领略数学文化的博大精深。笔者希望通过本书，帮助学生最大程度理解数学的本来面貌。

并且，本书将站在一个比较高的层次，以俯瞰的角度讲解各个阶段的意义。这样可以向读者展示很多课堂上学习不

到的重要内容和活生生的数学知识。

对于心中没有想法的人，夜空虽然神秘，也只不过是有一些星星在没有秩序地闪耀罢了。其实，每颗星星都有自己的轨道，遵循着自己在世界上起到的作用而前行。而整个宇宙，却是一个神秘的难以完全破解的谜。

数学，就是一个人工的宇宙。它可以与自然界的宇宙媲美，隐藏着无数秘密。这其中的秘密又与真实世界紧密相连，蕴藏着深深的智慧，被广泛应用。

本书既适合数学专业的学生阅读，同时也能给有着深深好奇心的数学爱好者带来乐趣。在这样一个信息化时代，人们越来越需要一个合理的思考方式，本书可以培养读者的数学素养，在这一方面带来帮助。

如若读者能从本书中对数学的真相有进一步的了解，作者也就别无所求了。

金容国 金容云

1991 年



1 数是什么 -015



数的概念诞生的秘密 | 不用数去计算 | 动物的数学分数 | 数的特征 | 数也有性格 (1) | 数也有性格 (2) | 落后地方的数学 | 韩国的符木 | 最初的数字 | 空集



2 计数法 -049

各种各样的计数法 | 简单方便的十进制计数法 | 从 0 和 1 衍生出来的世界 | 魔法牌 | 算盘是几进制 | 六十进制的便捷点

3 整数 -075

数学会带来迷信吗 | 整数论的始祖 | 数之美 | 数字 365 的秘密



4 倍数和约数 -089

最小公倍数和最大公约数 (1) | 最小公倍数和最大公约数 (2) | 乘法口诀的秘密 | 巴塞图 | 质数 | 埃拉托色尼筛法 | 质数之谜 (1) | 无法成为完全数的质数 | 分解质因数 | 质因数分解的惟一性 | 质数之谜 (2) | 两个数学研究者的对话



5 费尔马定理 -133

有限代数 | 费尔马定理



6 整数的秘密 -143

汉诺塔之谜 | 美丽的整数世界 | 具有奇特性质的两位数 | 制造出你喜欢的数字 | 代数让计算更简单 | 有时候算数更加方便 | 数的魔方阵 | 魔方阵的衍变 | 数学中的催化剂



7 负数 -181

从整数到负数 | 负数是虚拟数字吗 | 负数的乘法运算(1) | 负数的乘法运算(2) | 负数的乘法运算(3) | 绝对值的定义



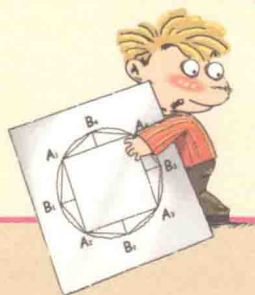
8 分数和小数 -199

分数是有理数 | 埃及人的分数运算 | 有限小数和循环小数 | 分数和小数的诞生 | 中国的分数 | 荷鲁斯之眼



9 无理数的诞生 -223

整数和无理数 | $\sqrt{2}$ 的历史 | $\sqrt{2}$ 的近似值 | 无理数和繁分数 | 数学家阿贝尔 | 圆周率 | 东方人计算的圆周率 | 计算圆周率 | 愈发宽广的数学世界



1. 数是什么

纵观数字概念的诞生和发展，我们看到了人类智慧闪耀的光芒。在文明发展的过程中，人类不断开拓视野，数字的领域也不断延伸。从数字世界的发展中我们可以理解“需求是发展的前提”这句话。数字是从人类的需求中诞生的产物。

2. 计数法

当数字领域出现计数法后，数字的发展日趋迅速。人类在简练计数法的帮助下将数字世界不断拓展。

3. 整数

数字有很大的用途。数字相互间有一种美妙的关系。人类对数字的关心和对数字之美的迷恋，让数字在人类面前显得神秘，同时也变成了一种迷信。

4. 倍数和约数

倍数、约数、小数等等构成了数字世界，它们之间存在着微妙的关系。其中看似简单的问题，人类却为其奋斗了 10000 年。