陈中伟 编著

物理学教程第三卷

电磁学

上海交通大学出版社

电 磁 学

物理学教程 第三卷

陈中伟 编著

上海交通大学出版社

(沪)新登字205号

内容提要

《物理学教程》是上海交通大学普通物理教研室编写的一套革新教材。全书分为力学、热学、电磁学、光学和量子物理基础四卷。

电磁学为本教材第三卷，内容包括真空中的静电场、电介质中的静电场、稳恒电流和磁场、磁介质中的磁场、随时间变化的电磁场等五章。

本书可作为对物理课程有较高要求的(非物理专业)理工科大学的物理学教学用书，也可作为一般高等院校的教学参考书，并可供中学物理教师参考。

责任编辑：冯　颖　戴柏诚
封面设计：雨　风

电　磁　学

物理学教程第三卷

出版：上海交通大学出版社
(上海市华山路1954号　邮政编码：200030)
发行：新华书店上海发行所　　印刷：常熟市印刷二厂
开本：850×1168(毫米)1/32　　印张：9.75　字数：251000
版次：1994年4月　第1版　　印次：1994年5月　第1次
印数：1—3400　　科目：317-272

ISBN 7-313-01317-5/O·44　　定　价：8.30元

目录

第一章　真空中的静电场

在这一卷中，我们将研究存在于电荷之间的电磁相互作用的理论。以前我们已经有了一些这方面的认识和初步的理论，认识到作用在一个电荷上的力可以分成两部分。其中第一部分力与该电荷的运动速度无关，仅仅与该瞬时电荷所处的位置有关，称电力。电荷所受的电力取决于该点的电场强度 $\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{F}_e = q\boldsymbol{E}$。第二部分力不仅取决于电荷所处的位置，并且还与电荷运动的速度 $\boldsymbol{v}$ 密切相关，这部分力称为磁力，磁力由该点的磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 和电荷运动的速度 $\boldsymbol{v}$ 所决定，$\boldsymbol{F}_m = q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$。于是空间每一点分别需用两个矢量——电场强度 $\boldsymbol{E}$ 和磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 来描述，作用于电荷 q 的总电磁力可写成

$$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}), \tag{1-1}$$

上式中 $\boldsymbol{F}$ 称为洛仑兹力。洛仑兹力反映了电荷(不论是静止的还是运动的)之间的相互作用，是通过电磁场来进行的。电磁相互作用的另一方面还需要说明电磁场又是怎样激发起来的，要研究电磁场遵从的规律。

静止电荷之间只有电相互作用，静止电荷只激发电场，且电场不受时间而变化，称为静电场。本章首先研究静止电荷在真空中产生的电场，研究静电场有那些特点以及规律。

§1.1　静电场的高斯定理

一、点电荷电场的场强

设真空中的电场由点电荷 Q 所产生，则其周围电场中 P 点的场强 $\boldsymbol{E}$ 可表示为

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}\hat{r}, \tag{1-2}$$

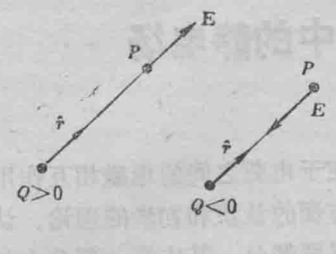


图 1-1

式中 r 是由电荷 Q 到 P 点之间的距离，$\hat{r}$ 为从点电荷 Q 指向 P 点的矢径 $\boldsymbol{r}$ 方向的单位矢量。场强的量值与距离 r 平方成反比。当 Q 为正电荷时，场强方向背离 Q；当 Q 为负电荷时，场强方向指向 Q，如图 1-1 所示。

(1-2)式的证明：

根据静电现象的基本实验定律—库仑定律可知，作用在 P 点处所假想引入的点电荷 q 的静电力为

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qq}{r^2}\hat{r}。 \tag{1-3}$$

静电库仑力的量值与 Q、q 分别成正比，与它们之间的距离 r 平方成反比，且 Q 与 q 同号时为斥力，异号时为引力，如图 1-2 所示。式中 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ 为国际单位制中引入的比例常量，实验测定 $\varepsilon_0 = 8.85\times 10^{-12}\ \mathrm{Cr^2/Nm^2}$，$\varepsilon_0$ 称为真空的介电常数。

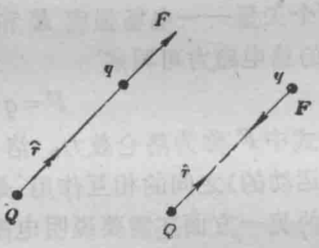


图 1-2

P 点的场强 $\boldsymbol{E}$ 应等于单位正电荷在该点处所受的电场力，即

$$E = \frac{F}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}\hat{r},$$

上式即点电荷在真空中的场强公式(1-2)。

二、电场的叠加原理

如图 1-3 所示，将试验电荷 q 放在点电荷 $Q_1, Q_2 \cdots Q_n$ 所产生的电场中 P 点时，实验表明 q 所受的力 $\boldsymbol{F}$ 等于各个点电荷各自单独产生的电场 $\boldsymbol{E}_1, \boldsymbol{E}_2, \cdots \boldsymbol{E}_n$ 对 q 作用力的矢量和。即

$$F = qE_1 + qE_2 + \cdots + qE_n。$$

于是，由 $F = qE$ 所决定的总场强 E，它等于各个点电荷在P点单独产生的场强的矢量和。这一实验规律称为电场场强的叠加原理。它可用数学式表示为

$$E = E_1 + E_2 + \cdots + E_n。 \tag{1-4}$$

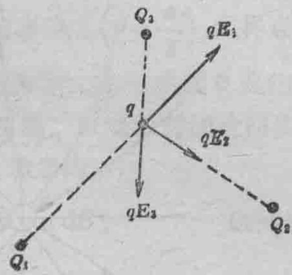
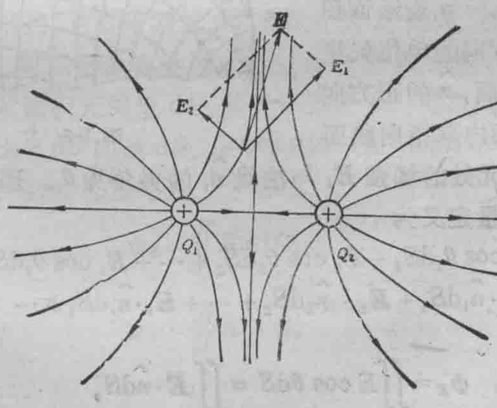


图 1-3

图 1-4 表示由两个电量相等的点电荷（$Q_1 = Q_2 > 0$）的电场叠加得到的电场分布，以及由两个电量等值异号的点电荷（$Q_1 = -Q_2 > 0$）的电场叠加得到的电场分布，图中画出了 P 点场强叠加的情况。

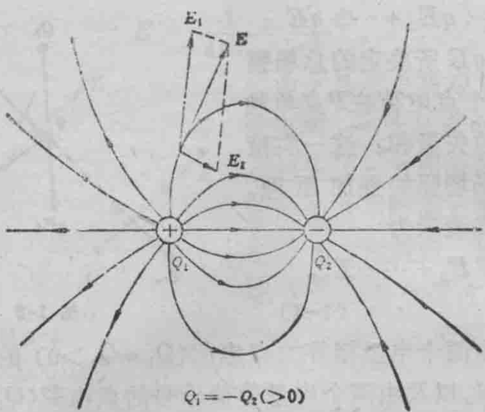
由于任意的电荷分布都可以处理为一系列（其数目或是有限个，或是多穷多个）点电荷的集合，所以有了点电荷场强公式（1-2）和场强叠加原理（1-4）式，从原理上讲，已经解决了从已知的电荷分布求其所产生的电场场强的问题，使它转化为一个数学计算的问题。



$Q_1 = Q_2 > 0$

(a)

图 1-4



(b)

图 1-4

三、$\boldsymbol{E}$ 通量

设想在电场中有一曲面 S，如图 1-5 所示，我们把它细分为无数个微小的面积元 $dS_1, dS_2 \cdots dS_i \cdots$ $\hat{n}_i$ 表示面积元 dS_i 法线方向的单位矢量(对于闭合曲面，$\hat{n}$ 的正方向规定为由曲面内部指向曲面外部)。面积元处的场强 $\boldsymbol{E}_i$ 与法线 $\hat{n}_i$ 的夹角为 θ_i。那么，通过曲面 S 的 $\boldsymbol{E}$ 通量定义为

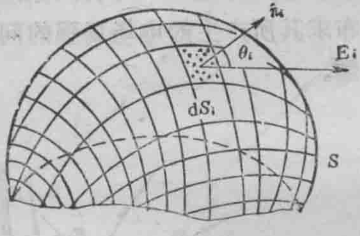


图 1-5

$$\Phi_E = E_1\cos\theta_1 dS_1 + E_2\cos\theta_2 dS_2 + \cdots + E_i\cos\theta_i dS_i + \cdots$$
$$= \boldsymbol{E}_1\cdot\hat{n}_1 dS_1 + \boldsymbol{E}_2\cdot\hat{n}_2 dS_2 + \cdots + \boldsymbol{E}_i\cdot\hat{n}_i dS_i + \cdots$$

或

$$\Phi_E = \iint_S E\cos\theta dS = \iint_S \boldsymbol{E}\cdot\hat{n} dS, \qquad (1\text{-}5)$$

式中累加或积分遍及整个曲面 S，称为面积分。注意到因子 $\cos\theta$ 可为正值$\left(0\leqslant\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$，也可为负值$\left(\dfrac{\pi}{2}<\theta\leqslant\pi\right)$，因此通过面积元

dS 的 $\boldsymbol{E}$ 通量可为正值，也可为负值，或者为零$\left(\theta=\frac{\pi}{2}\right)$。同样通过 S 面的总的 $\boldsymbol{E}$ 通量也可能为正、为负或为零。如果曲面 S 是闭合的，在(1-5)式中的面积分符号上加一圆圈，以表示对闭合曲面 S 求面积分。通过闭合曲面 S 的 $\boldsymbol{E}$ 通量表示为

$$\Phi_E=\oiint_S E\cos\theta dS=\oiint_S \boldsymbol{E}\cdot\hat{n}\,dS。\tag{1-6}$$

$\boldsymbol{E}$ 通量是矢量场通量的一种。例如，在流体流动的过程之中，各点的流速 $\boldsymbol{v}$ 形成一流速场，通过某一面积 S 的流速 $\boldsymbol{v}$ 的通量，根据定义应是 $\Phi=\iint_S v\cos\theta dS=\iint_S \boldsymbol{v}\cdot\hat{n}\,dS$，它具有明显的物理意义：单位时间内通过 S 面的流体的体积，即体积流量。$\boldsymbol{E}$ 通量没有更明显的意义。但它可以形象化地表示为穿过 S 面 $\boldsymbol{E}$ 线的数目。因为要使 $\boldsymbol{E}$ 线不但能表示电场中各点场强 $\boldsymbol{E}$ 的方向，并且还能表示各点场强的大小，必须规定 $\boldsymbol{E}$ 线的作法：在电场中任一点，与 $\boldsymbol{E}$ 正交的面积元上每单位面积通过的 $\boldsymbol{E}$ 线数目等于该点 $\boldsymbol{E}$ 的量值。因而穿过与 $\boldsymbol{E}$ 正交的面积元 dS 的 $\boldsymbol{E}$ 线数目等于 EdS ($\boldsymbol{E}$ 与 $\hat{n}$ 同方向)，它等于通过 dS 面积元的 $\boldsymbol{E}$ 通量。所以，通过 S 面的 $\boldsymbol{E}$ 通量，可以形象化地说成穿过 S 面的 $\boldsymbol{E}$ 线的数目。

如果引入面积元矢量 $d\boldsymbol{S}$，其大小等于 dS，其方向沿法线的正方向 $\hat{n}$，那么 $\hat{n}\,dS$ 即是 $d\boldsymbol{S}$，$E\cos\theta dS=\boldsymbol{E}\cdot\hat{n}\,dS=\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}$，则(1-5)式或(1-6)式可重写为

$$\Phi_E=\iint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S},\tag{1-7}$$

$$\Phi_E=\oiint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}。\tag{1-8}$$

四、高斯定理

现在我们已经具备了必要的知识来研究静电场的一个基本规律——高斯定理。真空中的高斯定理表述如下：

真空中，任何静电场通过任一闭合曲面的 $\boldsymbol{E}$ 通量，它等于这闭合曲面所包围的电荷电量的代数和的 ε_0 分之一倍。

$$\Phi_E = \oiint_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}, \tag{1-9}$$

(1-9)式是高斯定理的数学表示式。

高斯定理的证明

我们先从点电荷 Q 的静电场这一特例开始讨论。

(1) 设点电荷 Q 在闭合曲面之外。如图 1-6(a)所示，以点电荷 Q 为顶点作一微小锥面，它在闭合曲面上截出面积元 $\mathrm{d}S_1$ 和 $\mathrm{d}S_2$，点电荷 Q 到这两个面积元的距离分别为 r_1 和 r_2，面积元正法线方向与场强的夹角分别为 θ_1 和 θ_2，则通过该两面积元的 $\boldsymbol{E}$ 通量之和为

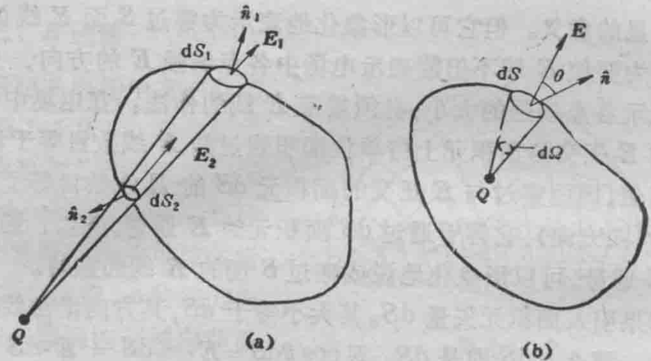


图 1-6

$$\mathrm{d}\Phi_{E1}+\mathrm{d}\Phi_{E2} = E_1\cos\theta_1 \mathrm{d}S_1 + E_2\cos\theta_2 \mathrm{d}S_2$$
$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{\mathrm{d}S_1\cos\theta_1}{r_1^2}+\frac{\mathrm{d}S_2\cos\theta_2}{r_2^2}\right)。$$

注意到对于闭合曲面来说，面积元的正法线方向总是指向闭合曲面的外侧，所以 $\cos\theta_1$ 和 $\cos\theta_2$ 的正负号相异，但 $\dfrac{|\mathrm{d}S_1\cos\theta_1|}{r_1^2}$ 与 $\dfrac{|\mathrm{d}S_2\cos\theta_2|}{r_2^2}$ 数值相等，它等于该微小锥面所张的立体角 $\mathrm{d}\Omega$。所以

$$\mathrm{d}\Phi_{E1}+\mathrm{d}\Phi_{E2}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(\mathrm{d}\Omega-\mathrm{d}\Omega)=0。$$

对于整个曲面来说，可以看成无数对这样的面积元的集合，因此当闭合曲面不包围点电荷时，通过闭合面的 $\boldsymbol{E}$ 通量 Φ_E 为零。

（2）设点电荷 Q 在闭合曲面的内部。如图 1-6(b)所示，通过面积元的 $\boldsymbol{E}$ 通量为

$$\mathrm{d}\Phi_E=E\cos\theta\mathrm{d}S=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{\mathrm{d}S\cos\theta}{r^2}。$$

通过闭合曲面的 $\boldsymbol{E}$ 通量为

$$\Phi_E=\oiint_S E\cos\theta\mathrm{d}S=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\oiint_S\frac{\mathrm{d}S\cos\theta}{r^2}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\oint\mathrm{d}\Omega$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(4\pi)=\frac{Q}{\varepsilon_0}。$$

式中用到绕一顶点的总立体角等于 4π（因为半径 $R_0=1$ 的球面上，所有面积元 $\mathrm{d}S$ 的总和等于球面积 $4\pi R_0^2=4\pi$）。这一结论适用于所有形状的闭合曲面（参见思考题 1.7）。

根据电场的叠加原理，可把由点电荷电场得到的结论推广到任意的带电系统的静电场。把带电系统看作一系列点电荷的集合，如图 1-7，把叠加原理(1-4)式

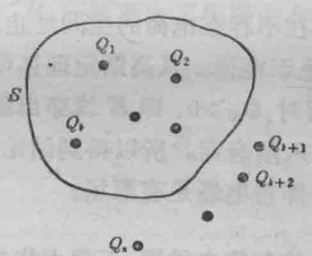


图 1-7

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2+\cdots+\boldsymbol{E}_n=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{E}_i$$

代入通过闭合曲面电通量的表达式(1-8)得

$$\Phi_E=\oiint_S\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\oiint_S\left(\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{E}_i\right)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\sum_{i=1}^{n}\oiint_S\boldsymbol{E}_i\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

$$=\oiint_S\boldsymbol{E}_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}+\cdots+\oiint_S\boldsymbol{E}_n\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

$$=\Phi_{E_1}+\cdots+\Phi_{E_n},$$

设这 n 个点电荷系统中，Q_1，$Q_2\cdots Q_k$ 位于闭合曲面 S 的内部；

$Q_{k+1}, Q_{k+2} \cdots Q_n$ 位于闭合曲面 S 的外部。则由前面关于点电荷电场的结论

$$\Phi_{E_i} = \frac{Q_i}{\varepsilon_0}, \quad (i = 1, 2 \cdots k)$$

$$\Phi_{E_i} = 0, \qquad (i = k+1, k+2 \cdots n)$$

所以,

$$\Phi_E = \sum_{i=1}^{n} \Phi_{E_i} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{k} Q_i,$$

式中 $\sum Q_i$ 为闭合曲面所包围电荷电量的代数和。这一表达式就是高斯定理的数学表示式(1-9)。

为了理解高斯定理的物理意义，我们设想所有电荷都分布在闭合曲面 S_1 的内部，在 S_1 的外部作一个包围 S_1 面的闭合曲面 S_2，如图 1-8 所示。根据高斯定理，通过 S_1 和 S_2 两闭合面的 $\boldsymbol{E}$ 通量应相等。从 $\boldsymbol{E}$ 线的观点来看，穿过 S_1 面和 S_2 面的 $\boldsymbol{E}$ 线的数目必须相等。它表明：$\boldsymbol{E}$ 线不可能由不存在电荷的空间发出，也不可能在不存在电荷的空间终止。即 $\boldsymbol{E}$ 线必须从电荷发出，或者必须终止于电荷。从高斯定理还可看出，闭合曲面包围的电荷 Q 为正电荷时，$\Phi_E>0$，即 $\boldsymbol{E}$ 线穿出闭合面；Q 为负电荷时，$\Phi_E<0$，即 $\boldsymbol{E}$ 线穿入闭合面。所以得到结论是，$\boldsymbol{E}$ 线从正电荷发出，终止于负电荷，即静电场是有源场。

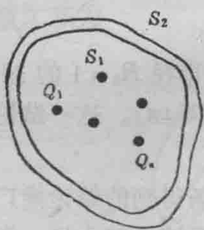


图 1-8

五、关于均匀带电球面、无限长均匀带电柱面、无限大均匀带电平面的电场的讨论

1. 均匀带电球面的电场

设有半径为 R 的球面，其上均匀分布着电荷 Q，如图 1-9 a 所示。现讨论其电场的特点，并进一步计算各点的场强。由于电荷在球面上呈均匀分布，因此任意一点的场强 $\boldsymbol{E}$ 必须沿着过该点的半径方向(设想场强沿如图虚线 E' 方向，则表示右半球面的电荷

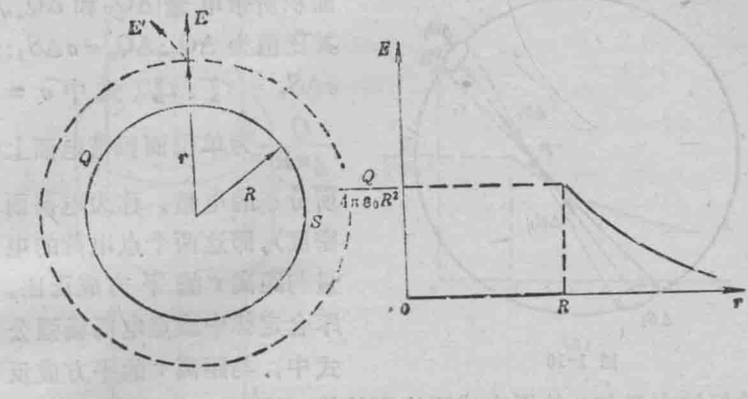


图 1-9

对场的贡献大于左半球面，这是不可能的）。并且 $\boldsymbol{E}$ 的量值只能是场点离开球心距离 r 的函数，与带电球面同心的任一球面上 $\boldsymbol{E}$ 的量值都相同。这样，若选用一个半径为 r 的同心球面为高斯定理中的闭合曲面(简称高斯面)，通过该球面的 $\boldsymbol{E}$ 通量可表示为 $\Phi_E=4\pi r^2 E$。另一方面，若 $r>R$，高斯面内包围的总电量等于Q，若 $r<R$，高斯面内不包围电荷。所以

$$4\pi r^2 E=\frac{Q}{\varepsilon_0},$$

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^2}。\quad (r>R), \qquad (1\text{-}10a)$$

或

$$4\pi r^2 E=0,$$

$$E=0。\quad (r<R)。\qquad (1\text{-}10b)$$

场强随到球心的距离 r 变化关系如图 1-9b 所示。由此可见，均匀带电的球面对球外各点的作用，正像球面上所带的电荷全部集中于球心的点电荷一样。至于在均匀带电球面内任一点场强为零，则可由库仑定律或点电荷的场强公式来作出解释。参看图 1-10，球面上任一小面积 ΔS_1 对 P 点张一小锥形，从 P 点向相反方向伸展锥形在球面上截取对应的一小面积 ΔS_2，设 P 点到小面积 ΔS_1 和 ΔS_2 的距离分别是 r_1 和 r_2，则 $\Delta S_1:\Delta S_2=r_1^2:r_2^2$；每一小

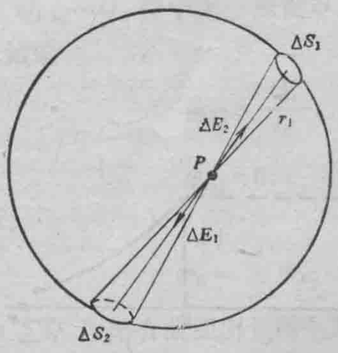


图 1-10

面积所带电量 ΔQ_1 和 ΔQ_2，其比值为 $\Delta Q_1:\Delta Q_2=\sigma\Delta S_1:\sigma\Delta S_2=r_1^2:r_2^2$（式中 $\sigma=\dfrac{Q}{4\pi R^2}$ 为单位面积带电面上所分布的电量，称为电荷面密度），即这两个点电荷的电量与距离 r 的平方成正比。库仑定律中或点电荷场强公式中，与距离 r 的平方成反比恰好被电量与 r 的平方成正比所补偿，所以它们在 P 点产生的场强量值相等而方向相反，它们的合场强相消为零。整个带电球面可看作无数对这样的点电荷的集合，于是整个带电球面在其内部产生的场强为零。这是库仑定律中 r 的幂次数精确地等于 -2 的必然结果。

2. 无限长均匀带电圆柱面的电场

设有半径为 R 的无限长均匀带电圆柱面，电荷面密度为 σ，单位轴向长度上的电量 $\lambda=2\pi R\sigma$，在圆柱面上 L 长的一段带电量 $Q=2\pi RL\sigma=L\lambda$。由于电荷分布对圆柱轴线呈轴对称性分布，任何一点 P 的场强 $\boldsymbol{E}$ 的方向必定在过轴线的平面内且垂直于轴线，如图 1-11a 所示；场强 $\boldsymbol{E}$ 的量值只能与 P 点离开轴线的距离 r 有关。若过 P 点作一个半径为 r 的、与带电圆柱面同轴的圆柱面，再作两个距离等于 L 且垂直圆柱轴线的平面，形成一个闭合的圆柱表面。通过圆柱侧面的 $\boldsymbol{E}$ 通量等于 $2\pi rLE$（因圆柱面上各点 $\boldsymbol{E}$ 的方向与圆柱面正交且量值相等），通过两底面的 $\boldsymbol{E}$ 通量为零（$\boldsymbol{E}$ 的方向与底面平行），所以

$$\Phi_E=\oint\!\!\!\oint_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=\iint_{\text{圆柱面}}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}+\iint_{\text{上底面}}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}+\iint_{\text{下底面}}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

$$=\iint_{\text{圆柱面}}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=2\pi rLE。$$

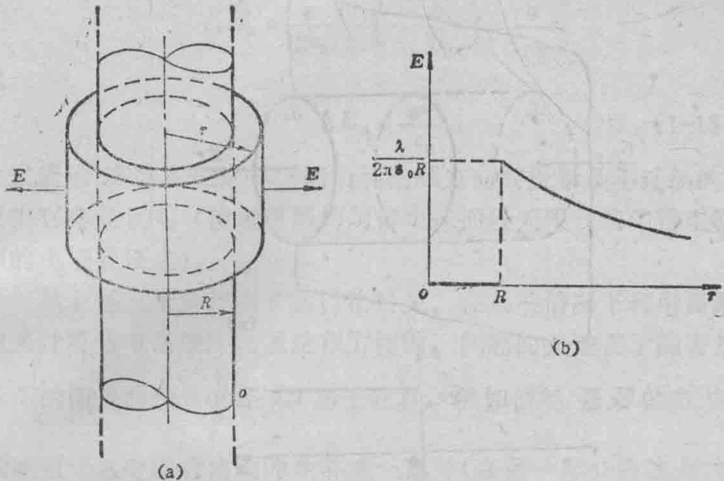


图 1-11

根据高斯定理，$\varepsilon_0\Phi_E$ 等于闭合圆柱面内包围的电荷总量。若 $r>R$，闭合面内包围有电荷，其电量为 $Q=2\pi RL\sigma=L\lambda$，则

$$2\pi rLE=\frac{2\pi RL\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{L\lambda}{\varepsilon_0},$$

所以

$$E=\frac{R\sigma}{\varepsilon_0 r}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r},(r>R)。\tag{1-11a}$$

若 $r<R$，闭合曲面内不存在电荷，$Q=0$，则

$$E=0,\ (r<R)。\tag{1-11b}$$

场强随场点离开圆柱面轴线距离的变化关系，如图 1-11b 所示。

3．无限大均匀带电平面的电场

设无限大均匀带电平面，电荷面密度为 σ，由于电荷均匀分布于延伸到无限远的整个平面上，任意一点 P 的场强 $\boldsymbol{E}$ 的方向必定垂直于平面，且场强 $\boldsymbol{E}$ 的量值只能与场点离开平面距离 d 有关（读者试分析何故？）。如图 1-12 a，我们作一个柱面，其母线与带电平面正交，再在带电平面两侧作两个平行平面，它们与带电平面距离都等于 d，形成一个闭合柱面。由于在两底面 S_1 和 S_2 上，$\boldsymbol{E}$