第四次修订版

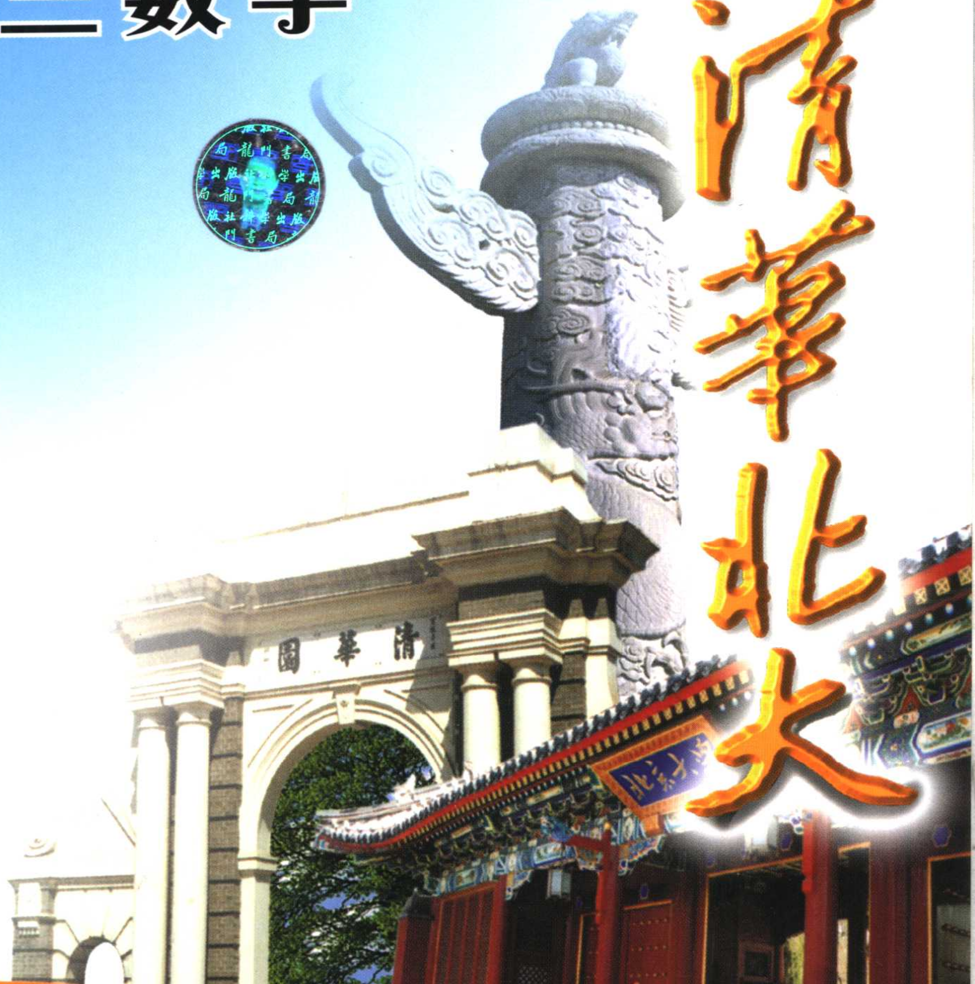
丛书主编 希 扬

主 编 李丽琴 屠新民

走向清华北大

同步导读

初三数学



龍門書局

www.Longmen.com.cn

走向清华北大

初三数学

走向清华北大·同步导读

（第四次修订版）

初三数学

主编 李丽琴 屠新民

编者 凯 临 屠新民 袁生海
李丽琴 兰社云 屠新虹
马建民 杜 瑜 郦 新
岳林宝

主编寄语

清华北大是科学家的摇篮——上清华北大，初中打好基础。

——希扬

龍門書局

北 京

图书在版编目(CIP)数据

走向清华北大同步导读.初三数学/希扬主编;李丽琴,屠新民分册主编.—修订版.—北京:龙门书局,2004

ISBN 7-80111-958-4

Ⅰ.走… Ⅱ.①希…②李…③屠… Ⅲ.数学课-初中-教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 006716 号

责任编辑:曾晓晖 夏少宁

封面设计:郭 建

龍門書局 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

http://www.longmen.com.cn

北京市东华印刷厂 印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2000 年 6 月第 一 版 开本:890×1240 A5

2004 年 5 月第四次修订版 印张:13 3/4

2004 年 5 月第十四次印刷 字数:420 000

印数:371 001-431 000

定 价: 15.50 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

品牌越世纪，书香二百年

——《走向清华北大·同步导读》序

“我要上清华！”“我要上北大！”这是时代的强音，是立志成才报效祖国的莘莘学子发自心底的呼声。1998年，在文教图书界享有盛誉的龙门书局应时推出了鼓舞人心、大气凝重的《走向清华北大·高考阶梯训练》丛书，在强手如林、竞争激烈的图书市场异军突起，好评如潮。丛书主编曾应邀在北京图书大厦及全国各大城市中心书店签名售书，又掀起一股股小波澜。

2000年，为了响应教育部全面推行素质教育、培养创新人才的号召，龙门书局又隆重推出了《走向清华北大·高考阶梯训练》丛书的姊妹篇——《走向清华北大·同步导读》丛书。

《走向清华北大》以她特有的风采，风风火火地走过了六个春秋，其销售量已达60余万套，她响亮的名字给人以鼓舞、她厚重的内容给人以自信、她所激发的灵感给人以无穷的智慧。莘莘学子因为有了她步入了理想的殿堂——圆梦重点高中、重点大学。

这套与现行教材同步的丛书，以能力培养为目的，以教育部最新教改精神为准绳，以最新教材为依据，精心编纂，自成一家。她具有“三名”“一新”的显著特色。

“三名”即名家策划、名师主笔、名社出版。

为了编纂一套高质量的教辅书，以便为全国重点院校培养更多人才，龙门书局特邀了教育界有影响的专家学者研究、策划，并编制蓝图与提纲；又聘请了多位工作在教学第一线的“高分老师”，尤其聘请了辅导高考卓有成效，每年都为清华北大等名校输送很多新

生的特、高级教师撰稿；再由久负盛名的龙门书局出版，构成了本书的“三名”特色。

“一新”即体例新，使本书别具一格，书香四溢。

在铺天盖地的教辅书世界里，最难作假，最逃不过读者明眼的，应该是书的质量。龙门书局在广泛调查文教图书市场之后，引发了新的思考，在博采众长的基础上，设计了科学、高效、实用、创新的新体例。同时，将试题中基础题、中等题和难题的比例设计为5:3:2，以便拉开档次，使高材生脱颖而出。60余万套的销量正是这套丛书质量的体现。

2004年新版的《走向清华北大·同步导读》丛书，新增与课标本配套的七、八年级语文、数学，能够满足更多的学生对知识的渴求，请接受她的爱吧，您的学习将因为有她而变得更加精彩。

希　扬

修订版前言

2004年是教育改革和教材改革力度最大的一年，中学教材进行了较大的改革和更新。《走向清华北大·同步导读》紧跟教改形势，保持了与现行最新教材同步到节(课)的特点，以全新的教学理念指导丛书的全面修订与内容更新，必将成为广大中学生不可多得的教学辅导用书。

丛书发行五年来，销量已达数十万套，颇受广大读者欢迎与厚爱。此次修订在保持内容的新颖性、同步性的基础上，对丛书的有关栏目、例题、习题进一步更新并加以整合，突出名师和读者的互动关系，形成作者与读者之间零距离的交流，使之更加贴近学生实际。修订后丛书的主要特点有：

每章依照课本的节(课)同步写成。每节(课)中设有"知识要点聚焦"、"重点问题点拨"、"高(中)考样题例释"、"高(中)考误区警示"和"创新互动训练"五个栏目，解读高(中)考的考点，剖析知识学习的重点与难点，点拨典型题型的解法，介绍解题技巧与方法，使读者在阅读典型例题以及创新互动训练过程中，形成渐悟、顿悟，最终大彻大悟，提升学识与能力。

每章的结尾附一套"考名校检测题"，用于检测学习效果与能力，指导读者循序渐进，脚踏实地，一步一个脚印地考上清华北大等中华名校。

总之，在修订中我们全面吸收了近五年高(中)考试题和各省、市模拟题的精华，充实到本丛书中，并且将我们数十年教学经验和指导学生所积累的宝贵资源倾囊而授，盼读者从本书中汲取知识精华，百尺竿头更进一步，跃上龙门，金榜题名。

走向清华北大·同步导读

丛书编委会

目　录

代 数 部 分

几 何 部 分

代数部分

第十二章　一元二次方程

导　言

本章的主要内容是一元二次方程的解法和列方程解应用题，一元二次方程的根的判别式、根与系数的关系，以及与一元二次方程有关的方程（分式方程、无理方程）的解法等. 此外，还介绍了简单的二元二次方程组的解法.

一元二次方程
$ax^2+bx+c=0$
$(a\neq 0)$

→ 根的判别式
$\Delta=b^2-4ac$

↓

判断方程根的情况：
$\Delta>0\Rightarrow$ 有不等二实根
$\Delta=0\Rightarrow$ 有相等二实根
$\Delta<0\Rightarrow$ 无实数根

↓

研究函数图象及几何图形的位置关系

一元二次方程 ↓

一元二次方程的解法：
1. 直接开方法
2. 配方法
3. 求根公式法
4. 因式分解法

↓

一元二次方程的解（根）

↓

根与系数的关系：
$x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}, x_1x_2=\dfrac{c}{a}.$

→ 研究方程理论：已知两根求方程；已知一根求未知系数和另一根；不解方程求与二根有关的代数式的值.

本章的重点是一元二次方程及无理方程的解法. 本章的难点是配方法和列方程解应用题.

12.1 用公式法解一元二次方程

知识要点聚集

1. 整式方程和一元二次方程的概念；
2. 灵活运用三种解法解一元二次方程；
3. 解含字母系数的一元二次方程.

重点问题点拨

掌握解一元二次方程的直接开方法；配方法；求根公式法是本节的重点.这是由于一般的一元二次方程都能用求根公式来解，并且配方法在以后学习中还会经常用到.这也充分说明了求根公式法、配方法是本节重点中的重点.

在学习用公式法解一元二次方程时，应注意掌握公式的推导，并有机地记忆公式；在学习用配方法解一元二次方程时，应注意在配方时，必须是在二次项系数为1的前提下，“方程两边都加上一次项系数一半的平方”.

中考样题例释

中考名题点评

例1 选择题：下列方程中无论 a 为何值，总是关于 x 的一元二次方程的是 ( )

(A) $(2x-1)(x^2+3)=2x^2-a$　　(B) $ax^2+2x+4=0$

(C) $ax^2+x=x^2-1$　　(D) $(a^2+1)x^2=0$

点悟：本题所给四个选择支都较复杂，故宜用直接法.抓住一元二次方程的特征：“关于 x 的一元二次方程，合并同类项后，x 的最高次数必须是2，且 x^2 的系数不等于零”，对四个选择支一一剖析即可.

解：(A)是一元三次方程；(B)当 $a=0$ 时，是 x 的一次方程；(C)当 $a=1$ 时，也是 x 的一次方程；再观察(D)，由于恒有 $a^2+1\neq0$，虽然它

没有一次项和常数项,仍为 x 的一元二次方程.

$\therefore$ 应选(D).

例 2 选用适当方法解下列方程:

(1)$4(x-1)^2=225$;

(2)$2x^2+8x-3=2x+x^2$;

(3)$(a^2-b^2)x^2-4abx+b^2-a^2=0(a\neq\pm b)$;

解:(1)$2(x-1)=\pm15$,

即 $2x-2=\pm15$,

$\therefore$ $x=\dfrac{2\pm15}{2}$,即 $x_1=\dfrac{17}{2}$,$x_2=-\dfrac{13}{2}$.

(2)整理,得 $x^2+6x-3=0$,

$x^2+6x+9=12$,$(x+3)^2=12$.

$x+3=\pm2\sqrt{3}$,

$\therefore$ $x=-3\pm2\sqrt{3}$.

即 $x_1=-3+2\sqrt{3}$,$x_2=-3-2\sqrt{3}$.

(3)$\because$
$$\begin{aligned}\Delta&=(-4ab)^2-4(a^2-b^2)(b^2-a^2)\\&=4a^4-8a^2b^2+4b^4+16a^2b^2\\&=4a^4+8a^2b^2+4b^4\\&=4(a^2+b^2)^2\end{aligned}$$

$\therefore$
$$\begin{aligned}x&=\frac{4ab\pm\sqrt{4(a^2+b^2)^2}}{2(a^2-b^2)}\\&=\frac{4ab\pm2(a^2+b^2)}{2(a^2-b^2)}\\&=\frac{2ab\pm(a^2+b^2)}{a^2-b^2}\end{aligned}$$

$\therefore$ $x_1=\dfrac{a+b}{a-b}$,$x_2=\dfrac{b-a}{a+b}$.

点拨:本例主要考查与训练作题者思维的选择性.仔细观察题目结构特点,选用最适合本题的解法.(1)题宜用直接开平方法;(2)题整理为一元二次方程的一般形式后既可用公式法也可用开平方法,显然用开平方法较简便;(3)题因含有字母系数,可用公式法,但事实上仔细研究后是可用因式分解法的.这种方法在后面将介绍到.

本例说明,一题在手,努力寻求最佳解法对于思维能力的训练是大有裨益的.

创新题型导学

例3 若关于 x 的方程 $x^2-ax-3a=0$ 的一个根是 -2,求它的另一个根. (2002年天津)

点悟:应先将 $x=-2$ 代入方程来求 a 的值.

解:将 $x=-2$ 代入已知方程,得

$(-2)^2-a\times(-2)-3a=0$,

即 $4+2a-3a=0$, $\therefore a=4$.

得 $x^2-4x-12=0$,

即 $x^2-4x+2^2-16=0$,

$\therefore$ $(x-2)^2=16$, $x-2=\pm4$.

$\therefore$ $x_1=6$, $x_2=-2$.

$\therefore$ 原方程的另一根为6.

点拨:配方法的一般步骤是:先把方程化成一般形式;再把二次项系数化为1;第三步,把常数项移到等号的右边;第四步,方程两边同加上一次项系数一半的平方,把左边配成一个完全平方式;第五步,用直接开方法求出解(条件是右边为非负数).

例4 解方程:$3y^2+1=2\sqrt{3}y$.

点悟:此题有两种解法.一是利用求根公式,需认清 a、b、c 代入求根公式即可;二是移项配方后解之.

解法1:移项,得

$3y^2-2\sqrt{3}y+1=0$,

$\because$ $a=3$, $b=-2\sqrt{3}$, $c=1$,

由求根公式,得

$$y=\frac{2\sqrt{3}\pm\sqrt{(-2\sqrt{3})^2-4\times3\times1}}{2\times3}$$

$$=\frac{2\sqrt{3}\pm\sqrt{0}}{6},$$

$\therefore$ $y_1=y_2=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

解法 2:移项,得

$$3y^2-2\sqrt{3}y+1=0,$$

即 $(\sqrt{3}y)^2-2\sqrt{3}y+1=0.$

$\therefore$ $(\sqrt{3}y-1)^2=0.$

$\therefore$ $\sqrt{3}y-1=0.$

故 $y_1=y_2=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}.$

点拨:利用解法 1 求解时,确定 a、b、c 的值时,要注意符号.

例 5 解关于 x 的方程

$$(x+m)(x-n)+(x-m)(x+n)=2m(mx-n).$$

点悟:先将原方程整理成一元二次方程的一般形式,然后在确定 $b^2-4ac\geqslant0$ 的情况下,把 a、b、c 代入求根公式求根.

解:展开,整理得

$$2x^2-2m^2x=0,$$

$\because$ $a=2,b=-2m^2,c=0,$

$b^2-4ac=4m^4\geqslant0,$

$\therefore$ $x=\dfrac{2m^2\pm\sqrt{4m^4}}{4}=\dfrac{2m^2\pm2m^2}{4},$

$\therefore$ $x_1=m^2,x_2=0.$

点拨:方程 $2x^2-2m^2x=0$,即 $x^2-m^2x=0$,也可以这样解:

$x(x-m^2)=0,$

$\therefore$ $x=0$ 或 $x-m^2=0,$

$\therefore$ $x_1=0,x_2=m^2.$

这种解法叫做因式分解法.下节我们将给予详细介绍.

例 6 方程 $(m-2)x^{m^2-5m+8}+(m-3)x+5=0$

(1) m 取何值时,是一元二次方程,并求此方程的解;

(2) m 取何值时是一元一次方程.

点悟:此题应注意对 x 项的指数与系数的讨论.

解:(1)当 $m^2-5m+8=2$ 且 $m-2\neq0$ 时,方程为一元二次方程.

由 $m^2-5m+8=2,$

解得 $m_1=2, m_2=3$,

又∵ $m-2\neq0$,得 $m\neq2$.

∴ $m=3$ 时方程为一元二次方程.

将 $m=3$ 代入原方程,

得 $x^2+5=0$,方程无实数解.

(2)由 $m-2=0$,得 $m=2$,且 $m-3\neq0$,这时方程为一元一次方程.

($m-2\neq0$ 时,$m^2-5m+8=1$ 和 $m^2-5m+8=0$ 均无解.)

点拨:解一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 时,$a\neq0$ 是关键,在二次项系数是含字母的代数式时,应特别注意这一条件.

综合题型巧解

例 7 已知 $x=1$ 是方程 $x^2-mx+1=0$ 的根,化简 $\sqrt{m^2-6m+9}-\sqrt{1-2m+m^2}$.

点悟:可将方程的根 $x=1$ 代入方程,求出 m 的值,再代入已知代数式化简之.

解:将 $x=1$ 代入方程

得 $1^2-m\cdot1+1=0$,

解得 $m=2$.

$$\begin{aligned}\therefore\quad &\sqrt{m^2-6m+9}-\sqrt{1-2m+m^2}\\ &=\sqrt{1}-\sqrt{1}\\ &=1-1\\ &=0.\end{aligned}$$

例 8 下列关于 x 的整式方程,是什么方程:

(1)$ax^2+bx+c=0$;

(2)$(x+a)(x-a)=(kx-1)^2$;

(3)$m^2x^2+kx=(1-x)(1+x)$.

解:对(1)可分类如下:

$$ax^2+bx+c=0\begin{cases}a\neq0\text{ 二次方程}\begin{cases}bc\neq0,\text{完全的二次方程;}\\ b\neq0,c=0,\text{缺常数项的二次方程;}\\ b=0,c\neq0,\text{缺一次项的二次方程;}\\ b=0,c=0,\text{平凡的二次方程.}\end{cases}\\ a=0\begin{cases}b\neq0,\text{一元一次方程;}\\ b=0,\text{不再是方程.}\end{cases}\end{cases}$$