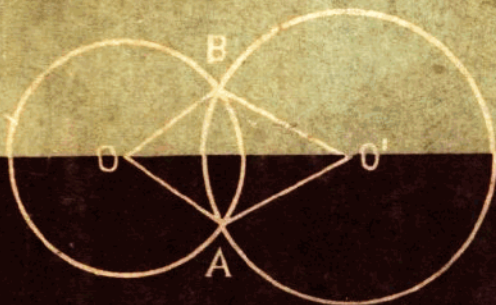


函授初級师范学校

平面几何自学指导

河北省教师进修学院 編



河北人民出版社

函授初级师范学校
平面几何自学指导
河北省教师进修学院 编

★

河北人民出版社出版（保定市裕华东路）

河北省书刊营业许可证第三号

河北人民印刷厂印刷

河北省新华书店发行

★

1958年9月第一版 1958年9月第一次印刷

787×1092 1/32 5号印张·124,000字

印数 1—21,000册 定价：(2)0.31元

统一书号：K 086·123

說 明

一、本自学指导是根据中学数学教学大纲，初級中学課本平面几何（人民教育出版社1955年第一版）及學員具体情况編写的、可供函授初級师范、业余师范學員和在职自修的同志們使用，其目的在于帮助解决自学教材的困难，以提高学习質量。

二、为了減輕学习負担，对初級中学課本平面几何的內容做了适当精簡（精簡意見附后）。精簡后全書学习時間約用132小时，第一章15小时，第二章46小时，第三章16小时，第四章26小时，第五章20小时，第六章9小时。各章的学习時間均包括复习時間在內。至于各章的学习時間分配，各函授校或學員可以根据实际情况灵活掌握。

三、本自学指导，各章的开始均提示了全章主要内容，各章的末尾均提出了全章复习提綱，每一章又以課本目录每一部分为編写单元，一般的包括有：教材、学习目的、重点难点解說、总结、复习思考題及書面作业等五項，其中以重点难点解說为主要部分。它不仅提出教材的重点和难点，而且还通过浅显易懂的解說指出了理解知識的思維路綫与学习几何应注意的特点，这对初学几何的人來說，指导作用是比较良好的。

四、使用本自学指导書的建議。在学习每章教材之前，先看一下“本章內容提示”，以初步掌握全章教材輪廓。学习每章各单元之前，将“学习目的”看一看，明确学习的目的性；然后将本单元的教材通讀一遍，并标出难懂或不懂

的部分；逐节学习教材时，結合自学指导有关各节的重点难点解說进行深入鑽研；学完本单元各节教材之后，結合閱讀“总结”回忆本单元所学知識，达到比較概括的全面的理解与掌握；学完单元教材之后，根据“复习思考題”逐一思考回答，必要时亦可做出書面答案；“書面作业”尽可能独立完成，遇有困难时再按照提示去鑽研；当学完全章教材之后，一定要按照“本章复习提綱”結合教材进行系統复习，因为它能帮助自己系統的綜合的巩固与掌握全章知識。当然，这仅是使用的建議，讀者还应根据自己的实际情况，灵活的使用。

五、这本自学指导書，編写的時間較短，研究討論的不够，审修工作也很粗糙，再加上我們的业务水平限制，估計缺点和錯誤是很难避免的，希望讀者多提出珍貴意見，帮助我們更好的改进今后各学科自学指导的編写工作，提高編写質量。

1958年8月

关于函授初級师范学校、业余师范学校
使用普通初級中学几何課本的精簡意見

章 次	节 次	精 簡 內 容
第 一 章 緒 論	10	例1、例2
	17	課文第4段
	26	图52及說明
	31	例1、例2
第 二 章 三 角 形	37	图76、图77及說明
	56—59	全部課文
	67	例2、例3
第 三 章 平 行 綫	76—77	全部課文
	80—81	全部課文
第 四 章 四 边 形	86	定理、图148、图149、图150
	87	全部課文
	96	全部課文
第 五 章 圓	117	全部課文
	121—122	全部課文
第 六 章 圓內接与外切三 角形和四边形	125	全部課文
	128—130	全部課文

說明：精簡意見仅供自学参考用。

目 录

第一章 緒論	1
I 基本概念	4
II 直綫	4
III 圓的概念	9
IV 角的概念	14
V 角的量法	20
VI 定义、公理、定理	27
本章复习提綱	32
第二章 三角形	36
I 关于多边形和三角形的概念	37
II 軸对称的几何图形	43
III 等腰三角形的性質	48
IV 三角形的全等	52
V 三角形的外角和它的性質	60
VI 三角形的边和角的相互关系	64
VII 三角形两边的和与差	68
VIII 两对边对应相等的两个三角形	69
IX 从一点到一直綫的垂綫和斜綫的长度的比較	72
X 直角三角形的全等	75
XI 綫段的垂直平分綫的性質和角的 平分綫的性質	80
XII 基本作图題	83
XIII 三角形的作图題	88

本章复习提綱	96
第三章 平行綫	112
I 基本定理	113
II 三角形的內角和	119
本章复习提綱	121
第四章 四边綫	123
I 平行四边綫	124
II 几种特殊的平行四边綫: 矩形、菱形、正方形	129
III 以平行四边綫的性質为基础的某些定理	134
IV 梯形	137
本章复习提綱	140
第五章 圓	143
I 圓的一般性質	143
II 弧、弦和弦心距間的相依关系	148
III 直綫和圓的相互位置	152
IV 两个圓的相互位置	155
V 和圓有关的角、切綫的作法	157
本章复习提綱	165
第六章 圓內接与外切三角形和四边綫	168
I 圓內接与外切三角形	169
II 圓內接与外切四边綫	171

第一章 緒 論

本章內容提示：

本章教材共分六個單元。第一單元說明什麼是幾何學以及它的產生和發展；介紹體、面、綫、點的概念及幾何圖形的基本性質；說明直綫、平面的性質及幾何圖形的研究方法。第二至第五這四個單元說明直綫、圓、角等幾何圖形的基本性質，並介紹與這些圖形有關的一些概念。第六單元說明定義、公理、定理等概念以及定理的組成和證明。

本章敘述了關於幾何學的一些基本知識，這些知識是學習幾何學的基础。

I 基本概念

一、教材 §1——§6

二、學習目的

1. 了解幾何學研究的對象以及它的產生和發展；
2. 了解幾何圖形的概念和它的基本性質；
3. 了解直綫和平面的性質；
4. 了解平面幾何圖形的概念和研究幾何圖形的方法。

三、重點、難點解說

§1 幾何學

1. 幾何學是數學的一個部門，它是研究物體的形狀、大

小和相互間的位置关系，但不研究物体的物理性質和化学性質。

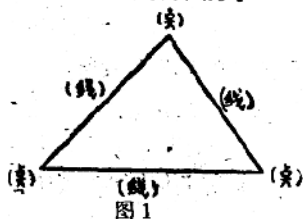
§ 2 几何图形

2. “几何体”和“物体”这两个概念是有区别的，不能混淆。如形状、大小完全相同的木球、皮球和鉄球，它們的材料不同，物理性質也不同：鉄球較重，木球次之，皮球較輕，因此它們是不同的物体，可是单就形状、大小來說，它們都是完全相同的几何体。

3. 体、面、綫、点之間有何联系？

任何物体都是用它的面来和邻接的其它物体分开的。面与面相交就形成綫，綫与綫相交就形成点；返过来，如果一个点任意移动，那末它在运动中就画出一条綫，如果一条綫从一个位置移动到另一个位置，那末它在这种运动中就可能画出一个面。

4. 教材指出：“点、綫、面、体或者它們的集合叫做几何图形”。这就是說，点、綫、面、体四者都叫做几何图形，点、綫、面、体的集合也叫做几何图形，如下面的三角形中（图1），既有点，又有綫，或者說它是点和綫的集合，所以它是几何图形。



5. 几何图形在空間移动不改变它的形状和大小，这是所有几何图形的共同性質。应当注意，这个性質并不适用于几何图形所代表的物体，因为物体在空間移动

后，如果条件不同，物体的形状和大小往往发生改变，比如冬天将冰块移动到火爐旁边，很快的溶化成水，冰块原来的形

状和大小都发生了改变。所以几何图形的这个性质，不能理解为物体本身也具有这个性质。

§3 直 线

6. 教材指出：“过任意两点，可以引一条直线，并且只能引一条直线”。我们怎样理解直线的这个性质呢？

前一部分“过任意两点，可以引一条直线”是指不管你取怎样的两点，过这两点总可以引出一条直线来；后一部分“并且只能引一条直线”是说过任意两点不能引出一条以上的直线来。

学习这节教材，不妨在纸上任意取两个点，试用直尺通过这两点引一条直线，再看看能不能引出一条以上的直线。

§4 平 面

7. 平面的性质（见本节教材）是从实际中得来的真理。如木工用刨子刨光一块木板后，为了检查木板是否平滑，总要数次用精确的直尺放在木板不同的地方，看看直尺的边上所有的点是否紧紧的贴在木板的面，如果是紧紧贴着的，就说明这块木板已经刨得很平滑了。

研究这个性质时，不妨用直尺检查一下所用的办公桌的表面是不是平面。

§6 研究几何图形的方法

8. 研究几何图形的性质主要是运用推理的方法，也就是从已知图形的性质出发，而推导出新的性质来。这种从已知到未知的推理方法是符合科学原理的，这样的推理方法需要逐步掌握。将来就会理解到，很多实际测量解决不了的问题（如测量河宽），能够用几何推理的方法来解决。

四、总结

本单元一开始就指出几何学是研究物体的形状、大小和

相互位置的科学，它是由人类生活的实际需要产生的，接着介绍了体、面、线、点的概念及几何图形在空间移动而不改变它的形状和大小的性质。

直线是最简单的线。“过任意两点可以引一条直线，并且只能引一条直线”这是直线的重要性质。

平面是最简单的面。在初中几何中所研究的图形都是平面上的图形，所以叫平面几何学。研究几何图形的性质主要是应用推理的方法。推理的过程叫做证明。

五、复习思考题：

- (1) 几何学研究什么？
- (2) 什么叫几何体？它和物体有什么区别？
- (3) 一张薄纸是否就是几何的面？
- (4) 一根头发是否就是几何的线？
- (5) 一颗砂粒是否就是几何的点？
- (6) 什么叫几何图形？它有什么性质？
- (7) 什么叫全等形？
- (8) 直线有什么性质？

II 直 线

一、教材 §7——§9

二、学习目的

1. 了解直线、射线、线段的概念及它们的表示法；
2. 了解线段的相等、不等及线段的和与差的概念，并学会用圆规和直尺作与已知线段相等的线段及线段的和与差。

三、重点、难点解说

§7 直线、射线、线段

1. 直线、射线、线段有何不同？

直线可以向两方无限伸长；射线、线段都是直线的一部分。射线一方有界限（即端点），一方没有界限；线段的双方都有界限（即端点）。

在纸上（或者黑板上）可以做出一条线段的图形（大概形象）；但无法作出一条直线或一条射线的全部图形，只能作出一条线段来表示直线或者射线。应当注意，直线、射线、线段的表示法是不同的（图2）。

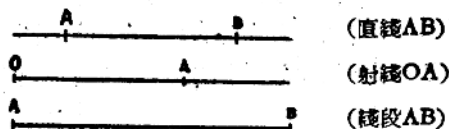


图 2

2. 已知线段的两个端点A、B，可以用直尺靠近这两个端点画出这条线段（图3）。作以A、B为端点的线段，我们常说成“连结AB”。



图 3

以AB为端点的线段能作几条呢？

由直线的性质：“过任意两点，可以引一条直线，并且只能引一条直线”，以A、B为端点的线段是过这两点的直线的一部分。显然，连A、B两点的线段有一条并且只能有一条。

3. “延长线段AB”、“反向延长线段AB”和“线段AB的延长线”是有区别的。延长线段AB是指从B点起把AB延长；反向延长线段AB是指从A点起把BA延长；线段延长的部分叫做原线段的延长线（图4）。

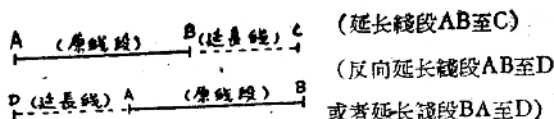


图 4

§ 8 线段的相等和不等

4. “相等的线段”这个概念是建立在“全等形”概念的基础上的。根据全等形的意义：“如果把一个几何图形放到另一个几何图形上，它们的各部分能够完全重合，这两个几何图形就叫做全等形” (§ 2)，又因为“以任意两点为端点，只能做一条线段”，所以，“把一条线段放在另一条线段上，如果能够使它们的端点分别重合，这两条线段就是相等的线段”，因为两条线段的两个端点如能重合，两条线段就完全重合。

把线段AB放在CD上 (图 5)，使A和C重合，并使AB

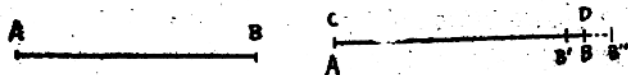


图 5

顺着CD落下，这时B可能与D重合，也可能落在CD上B'点的位置，还可能落在CD的延长线上B''点的位置。只有这三种可能。第一种情况， $AB=CD$ ；第二种情况， $AB<CD$ ；第三种情况 $AB>CD$ 。

§ 9 线段的加减

5. 线段的加减实际上就是按一定的方法截取和已知线段相等的线段。

线段AB加上CD，就是从端点B (或者端点A) 起，在AB的延长线上截取BE (或者AF) 等于CD，那末AE (或者BF) 就等于AB与CD的和 (图 6)，就是：

$$AE = AB + CD \quad BF = AB + CD$$

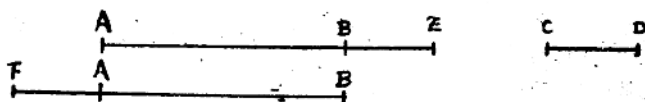


图 6

从较长的线段AB减去线段CD，就是从端点A（或者端点B）起，在AB上截取AE（或者BF）等于CD，于是EB（或AF）就是AB和CD的差（图7）。就是：

$$EB = AB - CD \quad AF = AB - CD$$

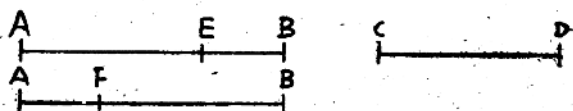


图 7

由上可知，线段的和或差仍是线段。

6. 把三条线段AB、CD、EF加起来，方法如下：先从端点B起在AB的延长线上截取BG等于CD，再从端点G起在AG的延长线上截取GH等于EF，于是AH就是AB、CD、EF的和（图8）。就是：

$$AH = AB + BG + GH = AB + CD + EF$$

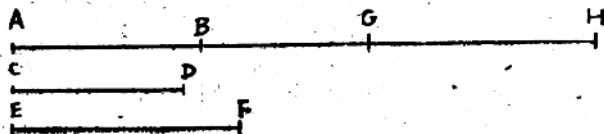


图 8

7. 作一条线段使它等于已知线段的若干倍与作若干条线

段的和的方法是一样的。比方，作一条线段，使它等于AB的5倍，只要从端点B起在AB的延长线上连续地截取BC、CD、DE、EF都等于AB，线段AF就等于AB的5倍（图9）。就是：

$$\begin{aligned} AF &= AB + BC + CD + DE + EF \\ &= AB + AB + AB + AB + AB = 5AB. \end{aligned}$$

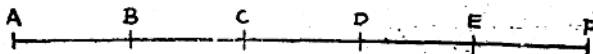
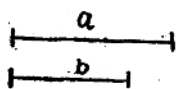


图9

8. 作线段和差的练习题时，应注意书写格式。书写格式可参考下面的范例：

（题目）：已知线段 a 和 b ($a > b$)，求作一条线段，使它等于 $3a - 2b$ 。

已知：线段 a 和 b ($a > b$) (图10)。



求作：作一条线段使它等于 $3a - 2b$ 。

作法：

图10

①作任意一条直线 l ；

②在直线 l 上从任意一点 A 起截取 $AB = 3a$ ；

③从 A 点起在线段 AB 上截取 $AC = 2b$ ；

④线段 CB 就是求作的线段。

即：

$$CB = AB - AC = 3a - 2b \quad (\text{图11}).$$



图11

四、总结

本单元一开始就说明了直线、射线、线段的概念，和它们的表示法。应注意它们的区别：直线两方都没有界限；射线一方有界限（即端点）一方没有界限；线段两方都有界限（即端点）。

用圆规可以截取相等的线段。应当注意：所谓相等的线段，就是把一条线段放到另一条线段上，能够使它们的两个端点重合的两条线段。如端点不能重合，这两条线段就是不等。

最后研究了线段的和与差的概念，并研究了怎样作线段的和与差。应注意：线段的和与线段的差仍是线段。

五、复习思考题及书面作业

1. 复习思考题：

- (1) 直线、射线、线段有何不同？怎样表示它们？
- (2) 什么叫做两点间的距离？
- (3) 什么叫做相等的线段？什么叫做不等的线段？
- (4) 什么叫线段的和？什么叫线段的差？
- (5) 什么叫线段的中点？

2. 书面作业：

习题一第2、4（1）题。

III 圆的概念

一、教材§11—§13

二、学习目的

1. 了解圆和弧的概念及它们的表示法；

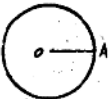
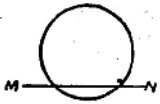
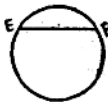
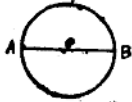
2. 了解与圆有关的一些名称的意义并熟悉它们的图形;

3. 了解弧的相等与不等以及弧的和与差的概念, 并且学会用圆规来作相等的弧与弧的和或差.

三、重点、难点解说

§11 圆、弧

1. 学习与圆有关的一些概念时, 可参考下表进行比较.
(应特别注意割线与弦的区别、扇形与弓形的区别).

名称	定 义	图 形	表 示 法
圆	射线绕着它的端点旋转一周, 射线上的一点所画出的一条线		$\odot O$
半 径	圆上任意一点和圆心的连线		半径OA
割 线	过圆上任意两点的直线		割线MN
弦	连接圆上任意两点的线段		弦EF
直 径	过圆心的弦		直径AB