



全国硕士研究生 入学统一考试 数学考试分析

2005 年版

教育部考试中心



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

全国硕士研究生入学统一考试

数学考试分析

(2005 年版)

教育部考试中心

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

全国硕士研究生入学统一考试数学考试分析:2005年
版/教育部考试中心. —北京:高等教育出版社,
2004.7

ISBN 7-04-015244-4

I.全... II.教... III.高等数学-研究生-入学
考试-自学参考资料 IV.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 065486 号

策划编辑 刘 佳 责任编辑 雷旭波 封面设计 王凌波
责任绘图 朱 静 责任校对 王小钢 责任印制 韩 刚

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社 址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-82028899		http://www.hep.com.cn

经 销 新华书店北京发行所
印 刷 北京市鑫霸印务有限公司

开 本	850×1168 1/32	版 次	2004年7月第1版
印 张	11.125	印 次	2004年8月第2次印刷
字 数	285 000	定 价	19.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

前 言

全国硕士研究生入学统一考试是国家选拔硕士研究生的主要途径,在教育类大规模、社会化全国统一考试项目(不含博士生录用考试)中,就考试的水准和层次来说,目前是我国最高水平的。

考试主要包括四个环节:命题、考试实施、评分和分数解释。这些环节互相制约、互相依赖,构成了一项复杂的系统工程。该系统的成败,首当其冲乃是命题环节。命制好一份试卷,不仅要靠命题教师的学术水平和教学经验,而且需要不断总结以往的命题经验,分析试题和试卷的质量。对已经考过的试题进行分析和研究,对提高命题水平具有重要作用。

《全国硕士研究生入学统一考试考试大纲》是教育部颁布指导命题和考生复习的法规性文件,它规定了考试的性质、考试内容和考试要求。随着社会主义市场经济的不断发展以及高等学校为适应 21 世纪社会主义现代化建设所需人才的素质要求而不断进行的教材建设、教学内容、教育观念等方面的改革,考试内容和考试要求也应随着形势发展不断变化。

为进一步总结命题工作的经验,同时也为了让社会和考生进一步了解新的《考试大纲》的变化,增加考试的透明度,缓解考生在考试中的焦虑心理,从而有利于考生正常发挥水平,2004 年我们继续出版政治理论、英语和数学等考试科目的《考试分析》。

《考试分析》主要包括命题说明、试题分析、试卷分析以及《考试大纲》的说明等内容。在命题说明中将重点对《考试大纲》的修订情况和新的要求作进一步的解释。试题分析部分主要是对近几年的试题进行分析,着重分析其命题思想、考查的知识和能力,并指出考生的典型错误。试卷分析部分主要是结合统计分析数据,对

2004年各科试卷难度、考试内容的覆盖面、试卷结构、题型比例以及考生成绩的分布等加以分析。

编辑出版全国硕士研究生入学考试各科《考试分析》是命题工作的重要组成部分,它是宣传和介绍硕士研究生入学考试的一个重要途径。一些发达国家和地区的各项考试每年都对试题进行详细的分析和评价,并且出版成书,广为宣传。系统地出版研究生入学考试《考试分析》丛书,既可以完整地保存历年的考试资料和研究成果,还可以为社会、考生客观公正地研究考试提供必要的参考资料。

本套《考试分析》丛书的编写任务由部分命题教师和各学科科秘书承担,但试题和试卷是广大命题教师集体智慧的结晶,考试统计数据的收集、整理和计算工作也蕴涵了教育部考试中心相关处室许多同志辛勤的劳动,高等教育出版社对该书的出版工作给予了极大的支持。在此,我们一并表示诚挚的谢意。

在编辑该书的过程中,撰写者力求保持资料的完整性和实用性。但由于时间和经验不足,难免有疏漏和不足之处,恳请读者指正。

应书增

2004年6月

目 录

一、数学科考试命题说明	1
(一) 考试性质	1
(二) 命题的指导思想	2
(三) 命题的基本原则	3
(四) 《参考答案及评分标准》的制订说明	3
(五) 试题、试卷和考试质量的评价指标	5
二、2004年全国硕士研究生入学统一考试数学考试分析	9
(一) 试卷分析	9
(二) 数学一试题分析	22
(三) 数学二试题分析	49
(四) 数学三试题分析	71
(五) 数学四试题分析	97
三、2001年—2003年全国硕士研究生入学统一考试数学 试题分析	114
(一) 数学一	114
(二) 数学二	190
(三) 数学三	249
(四) 数学四	304

一、数学科考试命题说明

(一) 考试性质

实行全国硕士研究生入学统一考试是目前我国招收研究生的主要方法,是评价考生能力水平的主要手段.从1987年开始,工学、经济学各专业的专业基础课数学实行全国统一命题考试.从1999年开始,管理学门类的各学科、专业也统考数学,这项考试称为全国硕士研究生入学数学统一考试(以下简称数学考试).

数学考试是为招收工学、经济学、管理学硕士研究生而实施的具有常模参照性的水平考试.

一方面,从数学考试成绩的使用功能上看,它是常模参照性的考试.所谓常模参照考试是指依据考生的成绩在全体考生的成绩量表中的位置来评价考生的成绩的优劣,离开考生群体解释考生的成绩意义不大.我国硕士研究生招生的录取方式是根据主要的学科门类划定考生四门科总分和单科分的分数线,各省招办及高校研究生院根据国家确定的招生规模和招生计划,从高分到低分,择优录取,这种优胜劣汰的录取方式是常模参照考试的主要特征,数学考试成绩对于工学、经济学和管理学各专业的考生是否被录取起着至关重要的作用.从这个意义上讲,数学考试具有明显的选拔功能,是常模参照考试.

另一方面,从数学考试测量功能上看,数学考试又是水平考试.水平考试是用来测量考生是否达到一定的水平,从而决定是否适应将来的某项任务的考试,主要特征是命题不以教学大纲和某一指定的教材为依据,而是以考试大纲为依据,考试大纲规定考试内容和考试要求,与教学大纲没有直接的关系.数学考试是测量工

学、经济学、管理学各专业的考生是否具备为完成相应专业研究生阶段的学习任务以及胜任工作后的研究任务所必需的数学知识和能力,数学考试大纲规定的考试内容和考试要求与教学大纲不完全相同,教学大纲中规定的有些教学内容考试大纲不要求考查,而考试大纲中的有些考试要求要略高于教学要求,可见,数学考试也符合上述水平考试的特征,因而是水平考试。

为了体现工学、经济学、管理学不同学科专业对硕士研究生入学应具备的数学知识和能力的不同要求,数学考试分为四个卷种,即数学一、数学二、数学三和数学四。数学一适合于对数学要求较高的工学各专业,数学二适合于对数学要求较低的工学、管理学有关专业,数学三适合于对数学要求较高的经济学各专业,数学四适合于对数学要求较低的经济学各专业,而且对不同卷种的考试内容有不同的要求。这种对不同学科、专业考生提出不同的考试要求的特征也是水平考试的重要标志。

(二) 命题的指导思想

根据数学考试的性质和目的,数学科考试的命题工作一直坚持两个“有利于”的指导思想,即既有利于国家对高层次人才的选拔,又有利于高等学校各类数学课程教学质量的提高,在这两个“有利于”中,重点是有利于为国家选拔高层次人才。

有利于国家对高层次人才的选拔,就是要求这项考试具有较高的信度和效度,能对考生群体进行有效的测量和甄别,从而区分出考生的优劣,并将数学基础好、有发展潜力并具有一定创新能力的考生选拔出来,进入更高层次的教育阶段学习、深造。

有利于高等学校各类数学课程教学质量的提高,要求数学考试试题编制能结合高等学校的教学实际,试题水平既能反映教学的实际水平,也能考查研究生新生应当具备的知识和能力,同时,正确利用考试这根“指挥棒”引导高校教学向培养学生应用数学能力的方向发展,使得学生学而有用,学而会用,从而对数学教学质

量的提高起到积极的促进作用。

(三) 命题的基本原则

1. 严格按照教育部颁布的《2004 年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》(简称《数学考试大纲》)规定的考试内容和考试要求进行命题。

考试大纲主要包括以下内容:考试性质、考试的基本要求、考试方法和考试时间、试卷分类以及各类试卷适用的招生专业、考试内容、考试要求、试卷结构(包括内容比例和题型比例)和样卷等,它是教育部颁布的法规性文件,是命题工作和考生复习的唯一依据。

按照考试大纲命题是指考查的内容不超过大纲的规定,各科目在试卷中的占分比例、题型比例与大纲要求基本一致,试卷的难易度与样卷的难易度基本一致,试卷中不出现超纲题、偏题和怪题。

2. 试题以考查数学的基本概念、基本方法和基本原理为主,在此基础上加强对考生的运算能力、抽象概括能力、逻辑思维能力、空间想像能力和综合运用所学知识解决实际问题的能力的考查。

3. 试题编制要符合各种题型编制原则。

4. 保持历年试题难度的稳定。

5. 试题编制应科学、公正、规范。

(四) 《参考答案及评分标准》的制订说明

制订《参考答案及评分标准》是命题工作的一个重要组成部分,它为全国范围内统一的评卷工作提供了一个公正、科学的量表和尺度,是考试公平性的重要保证。

数学填空题要求答案是确定的和唯一的,参考答案只给出应填的结果,不给出推导计算过程。一般每题 3 分,答对 3 分,答错 0

分.对于四选一的多项选择题有 A、B、C、D 四个备选项,其中三个是干扰项,一个是正确选项,参考答案只给出正确选项前的字母,不给出推导过程.选对得满分,选错得 0 分,不倒扣分,鼓励考生在不会作答时猜测选项.若有多道选择题,正确选项的字母的排列要求是随机的,即不要特地把各题正确选项的字母设定在同一个位置上,如都为 C 项或都为 B 项,以免少数考生凭运气猜测得太多的分数而影响考试的公平性和效度,对于计算题、证明题以及其他解答题一般提供一至两种参考解答和证明,有些试题有更多的解法甚至包括初等解法,但所提供的参考解答必须是与考试大纲规定的考试内容和考试目标相一致的解法和证明方法.参考答案的文字表述必须规范,推理过程必须表述清楚,避免因参考答案表述不清而造成评分误差.每题分值的设置与完成该题所花费的平均时间以及考核目标的层次有关,一般地说,综合性较强的试题、推理过程较多的试题、应用性的试题赋分的权重较大,分值较高.基本计算题、常规性试题或简单应用题的分值较低.各题的分值设定之后,就需要确定评分标准,即运算过程中关键步骤的赋分权重.计算题和证明题的评分标准是按照计算或推理的过程连续赋分的,比如,完成一道分值为 10 分的计算题需要三个关键步骤,完成到第一步骤给 3 分,完成到第二步骤给 6 分,三个步骤全部完成给 10 分.对于文科试题常常是按照要点单独赋分.为什么数学题不宜按每个步骤单独给分呢?这是考虑到对于数学计算或证明题,只有做对了前面步骤,才能完成后面的步骤这一特点.对于有多个解法的试题,一般到达同一结果给相同的分数,每一步骤分的给定不是随意的,如同确定每题分值一样,需要考虑该步骤在解答和证明过程中的复杂和重要程度,关键的步骤分值较高,反之较低.

《参考答案与评分标准》是评分的原则依据,一般各地在试卷评阅前,组织专家依照《参考答案与评分标准》对部分考卷进行试评,对评分标准作进一步的细化,制订评分细则,使评卷工作更具可操作性.

评分标准的制订直接关系到试卷的平均分,一份由很难的试题构成的试卷,可以通过较松的评分标准使其平均分较高,反之亦然.因此,评分标准制订的科学性和逐年稳定性是试卷质量的重要组成部分.

(五) 试题、试卷和考试质量的评价指标

根据研究生入学数学考试的性质,它是常模参照性的水平考试.对于常模参照性考试,通常用难度和区分度评价试题的质量;用平均分和标准差反映考生成绩分布情况,同时也作为评价试卷质量的重要指标;用信度和效度评价考试的质量.

1. 试题的评价指标

试题难度是反映试题难易程度的指标,它是考生在该题上的得分率,即考生在该题上的平均得分与该题满分之比,通常以小写的 p 表示,取值范围在 0 到 1 之间.由于不同的考生群体水平是有差异的,他们在同一题上的平均得分也不同,因此,同一题目相对于不同的考生群体难度值是不同的.也就是说题目难度依赖于考生样本.

但对于全国统一考试而言,由于参加考试的考生群体的水平是相对稳定的,可以把每年的考生群体视作基本不变的(实际每年考生水平是存在一定差异的).这样试题的统计难度值或估计值就可以用于比较和控制试卷质量.

对于数学考试而言,难度值在 0.3 以下的为难题,难度值在 0.3~0.8 之间的视为中等难度的试题,难度值在 0.8 以上的视为易题.试卷难度一般控制在 0.5 左右,一份试卷中难、中、易试题要有一个合适的比例.

在命题过程中,为保证试题的质量,需要估计题目难度.根据难度的定义,估计难度不仅要考虑题目自身的内容难度,而且要考虑考生群体的水平以及该题的评分标准的设计.

试题区分度是指题目对不同水平的考生加以区分的程度或鉴

别的能力,区分度通常表示某一群体的全体考生在该题上的得分与他们的试卷总分之间的相关系数,用 r 表示,一般 $-1 < r < 1$. 对于主观性试题,一般用积矩相关系数,对于客观性试题,如填空题和选择题,一般用双列相关计算公式.该公式比较复杂,可参考有关教育测量书籍,在此不作介绍.

一种近似的、适合于主客性试题区分度的计算方法是先将考生群体分出一个高分组和一个低分组,然后分别计算出高分组、低分组的得分率 $p(H), p(L), r = p(H) - p(L)$. 高分组一般是考生群体中成绩在前面的 27% 的考生,低分组一般是考生群体中成绩在后面的 27% 的考生.这种方法适合于较小规模的考试,不适用于大规模的考试.

一般认为区分度值在 0.3 以上的试题为合格,0.2~0.3 之间的试题应予以修正,0.2 以下的试题为不合格,应予以淘汰.

区分度与难度有一定的关系,难度越大或难度越小的试题其区分度通常较小,难度中等的试题区分度通常较大,为了综合难度和区分度这两项指标对试题进行评价,我们通常将试题分为六类,如下表所示.

在上述分类中,我们没有考虑区分度小于零的情况,因为这种试题一般不会出现.我们认为,第 V 类试题是测量效果较好的试题,在试卷中应占较大比例(达 80% 以上),第 I 类试题属于“题太难谁都不会做”,第 III 类试题属于“题太易谁都会做”,它们在试卷中仅起到降低或提高平均分,降低标准差的作用.因此,命题中我们严格控制出现这两类试题.同时,我们也不要求出现太多的第 II 类和第 VI 类试题,但第 IV 类试题在选拔性的研究生入学数学考试中具有非常重要的作用,它对区分中高水平的考生十分有效.通过前几年对试题的分析,这类试题往往是考查考生综合应用能力的试题.

试题的六大类型分类表

特征 类型	试题难度 p	试题区分度 r	试题特征
I	(0,0.3)	(0,0.3)	试题难且区分能力差
II	[0.3,0.8]	(0,0.3)	难度适中但区分能力差
III	(0.8,1)	(0,0.3)	试题易且区分能力差
IV	(0,0.3)	[0.3,1)	试题难但区分能力强
V	[0.3,0.8]	[0.3,1)	难度适中且区分能力强
VI	(0.8,1)	[0.3,1)	试题易但区分能力强

2. 试卷的评价指标

若将一份试卷看作一个题目,则像计算题目难度一样,也有一个试卷难度指标,即全体考生的平均分与试卷满分之比.在某项考试的满分逐年保持不变的情况下,全体考生的平均分成为衡量试卷难易程度的重要指标,试卷的平均分反映全体考生平均得分.试卷标准差反映考生成绩离散程度的指标,标准差愈大,说明考生成绩分布得愈广,该考试将不同水平的考生区分开来的效果愈强;标准差越小,说明考生成绩都集中在平均分附近,没有把考生水平拉开.

试卷平均分和标准差是反应试题难易度是否稳定的非常重要的指标.因为不同年份的同一科试卷是否稳定主要看考后考生成绩的分布是否稳定,在大规模考试中,一般情况下,考生的成绩近似服从正态分布,而正态分布由均值和标准差决定,试卷的平均分和标准差是考生成绩总体均值和标准差的良好估计.因此,控制试卷的难易度的稳定性,关键是控制试卷的平均分和标准差.

试卷的平均分与构成试卷的试题的难度有一种确定的关系式,即试卷的平均分等于每题的题分乘以该题的难度值后的相加值,在命题过程中可以通过有经验的命题教师对试题难度进行估

计,就可以利用上述关系式估计出试卷的平均分,从而达到控制试卷难度的目的.试题的区分度与试卷的标准差虽然没有确定的关系,但一般来说,试题的区分度愈大,该题对试卷标准差的贡献值就愈大.特别地,中等难度、区分度较大的第V类试题对标准差的贡献最大.因此,在命题中,尽量使第V类试题在卷中占分比例较大.

试卷的及格率是指获得满分的60%以上成绩的考生占考生总人数的比例,它是考生成绩分布曲线下大于60分的面积,此面积与成绩分布的均值和标准差有关,在命题中难以单独控制,把它作为评价考试情况的一个粗略的指标是可以的,但一般情况下,不把它作为试卷质量的评价指标.

3. 考试质量的评价指标

教育测量学认为考试的信度和效度是评价考试质量的重要指标.信度是反映考试可靠性的指标,可形象地解释为:只要测量对象本身没有变化,用同样的“尺子”去测量总可以得到相同的结果.常用的信度类型主要有再测信度、复本信度、分半信度和内部一致性信度.由主观性试题构成的考试的内部一致性系数又称为 α 系数.目前我们采用的是分半信度和 α 系数.效度反映一个考试是否测量了想要测量的东西.常用的效度类型主要有内容效度、效标关联效度和构想效度.关于信度和效度的计算公式可参照有关教育测量书籍.

在后面的试卷分析和试题分析部分将应用上述关于试题和试卷的评价指标.

二、2004 年全国硕士研究生入学统一考试 数学考试分析

(一) 试卷分析

根据研究生入学数学考试的性质和目的,数学科考试的命题工作一直坚持两个“有利于”的指导思想,即既有利于国家选拔高层次人才,又有利于提高高等学校各类数学课程的教学质量.在这两个“有利于”中,重点是有利于为国家选拔高层次的人才.

1. 《考试大纲》的修订

2003 年春命题组对大纲进行了修订.基于工学、经济学、管理学门类各学科专业对硕士研究生入学所应具有的数字知识和能力的不同要求,数学统考试卷仍分为数学一、数学二、数学三和数学四.对不同的试卷考试内容的深度和广度的要求进行了调整,以适合对数学要求不同的专业.数学一、二试卷高等数学部分,“函数、极限、连续”的考试要求的第 10 条作了修改,将“了解闭区间上连续函数的性质”改为“理解闭区间上连续函数的性质”.“一元函数微分学”的考试要求的第 5 条作了修改,改为“会求隐函数和由参数方程所确定的函数及反函数的导数”.数学二试卷高等数学部分增加“多元函数微积分学”内容,对其考试内容和考试要求作了规定.数学三中概率与数理统计部分,“随机变量的联合概率分布”的第 5 条改为“求其简单函数的概率分布”.数学四中概率论部分,“随机变量的数学特征”的第 3 条改为“了解切比雪夫不等式”.

对数学一、二、三、四试卷中的考试内容和要求的表述更进一步明确、规范和统一.在考试内容部分只列出内容范围,而将有关内容的要求层次和应用这些内容可以解决的问题在考试要求部分

列出.

调整了各卷种主、客观题的比例,选择题与填空题的比例由过去的 30% 增加到 40%,解答题(包括证明题)的比例减少到 60%.根据试卷结构的调整重新制定了样卷,增加两个选择题,选择题的总分为 32 分.减少一个解答题,解答题的总分为 94 分.每一卷种中,整卷各种类型试题统一排序,序号为(1)—(23).

2. 命题指导思想

(1) 以教育部颁布的《2004 年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》为指导进行命题.考试内容、考试要求、内容比例、题型比例符合大纲的规定.不出超纲题、偏题、怪题.

(2) 试题以考查数学的基本概念、基本方法和基本原理为主,在此基础上加强对考生的运算能力、抽象概括能力、逻辑思维能力、空间想像能力和综合运用所学知识解决实际问题能力的考查.

(3) 试卷难度控制在 0.5 左右,并确保试题具有较高的区分度,一般要求区分度在 0.3 以上,以便将优秀的学生区分出来.

(4) 题量和试卷分量适当.确定试卷题量标准是优秀水平的考生能在规定的时间内完成试题作答并有一定的检查时间.试题的排列顺序遵循先易后难,先简后繁的原则,有利于考生发挥其真实水平.

(5) 充分发挥各种题型功能.填空题主要用于考查三基以及数学的重要性质,一般不出需要大计算量的题,以中、低等难度的试题为主.选择题主要考查考生对数学概念、数学性质的理解并能进行简单推理、判定、计算和比较,以中等难度的试题为主.主观性试题也要有坡度,有些考查基本运算,有些考查综合运用,有些考查逻辑推理,有些考查分析问题和解决实际问题的能力.

(6) 试题要有一定的内容覆盖面,但不求面面俱到,以确保内容效度.由于数学考试内容广泛,而考试时间有限,题量有限,一般要求保证重点章节被考查.作为研究生入学考试,应注重考查能力,试题不追求面面俱到,节节有题.

3. 试卷结构分析

(1) 内容结构

2004 年数学试卷结构统计表

		高等数学	线性代数	概率论与数理统计	填空题	选择题	解答题	合计
数 学 一	题数	13	5	5	6	8	9	23
	分值	90	30	30	24	32	94	150
	比例	60%	20%	20%	16%	21.3%	62.7%	100%
数 学 二	题数	18	5		6	8	9	23
	分值	120	30		24	32	94	150
	比例	80%	20%		16%	21.3%	62.7%	100%
数 学 三	题数	13	5	5	6	8	9	23
	分值	74	38	38	24	32	94	150
	比例	50%	25%	25%	16%	21.3%	62.7%	100%
数 学 四	题数	13	5	5	6	8	9	23
	分值	74	38	38	24	32	94	150
	比例	50%	25%	25%	16%	21.3%	62.7%	100%

2004 年数学试卷统计表

卷 种	抽样人数	平均分	难度	标准差	α 信度
数学一	2 836	69.64	0.464	32.46	0.871 4
数学二	2 847	82.43	0.550	31.43	0.852 7
数学三	2 568	70.17	0.468	32.27	0.871 0
数学四	3 049	68.66	0.458	30.64	0.856 8