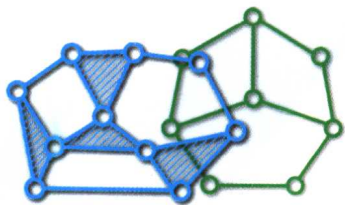


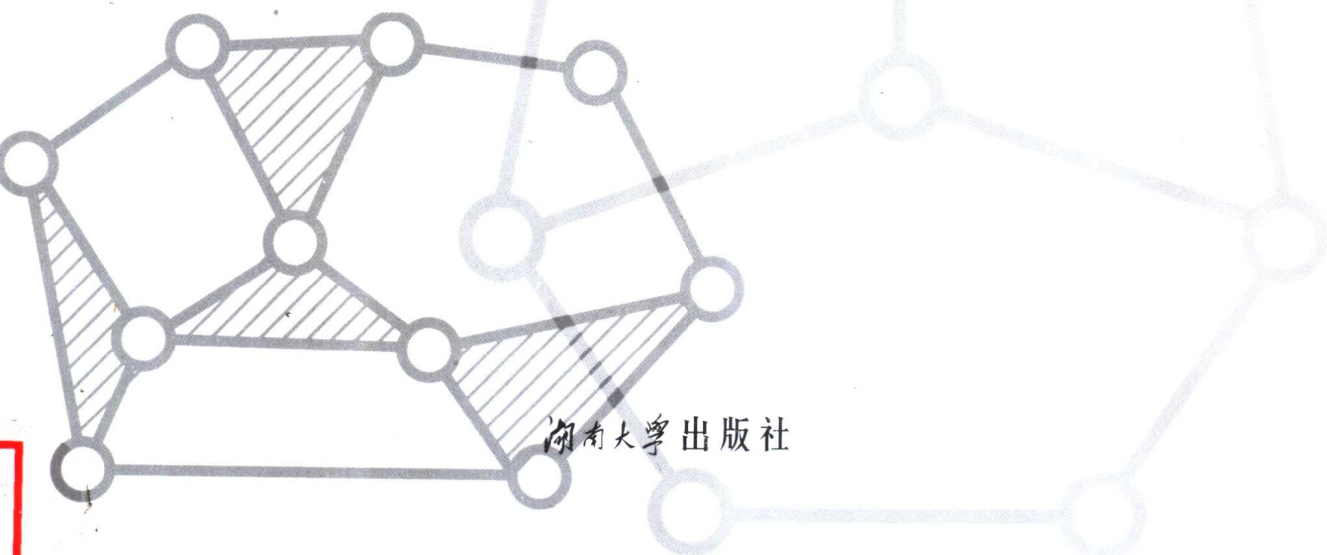
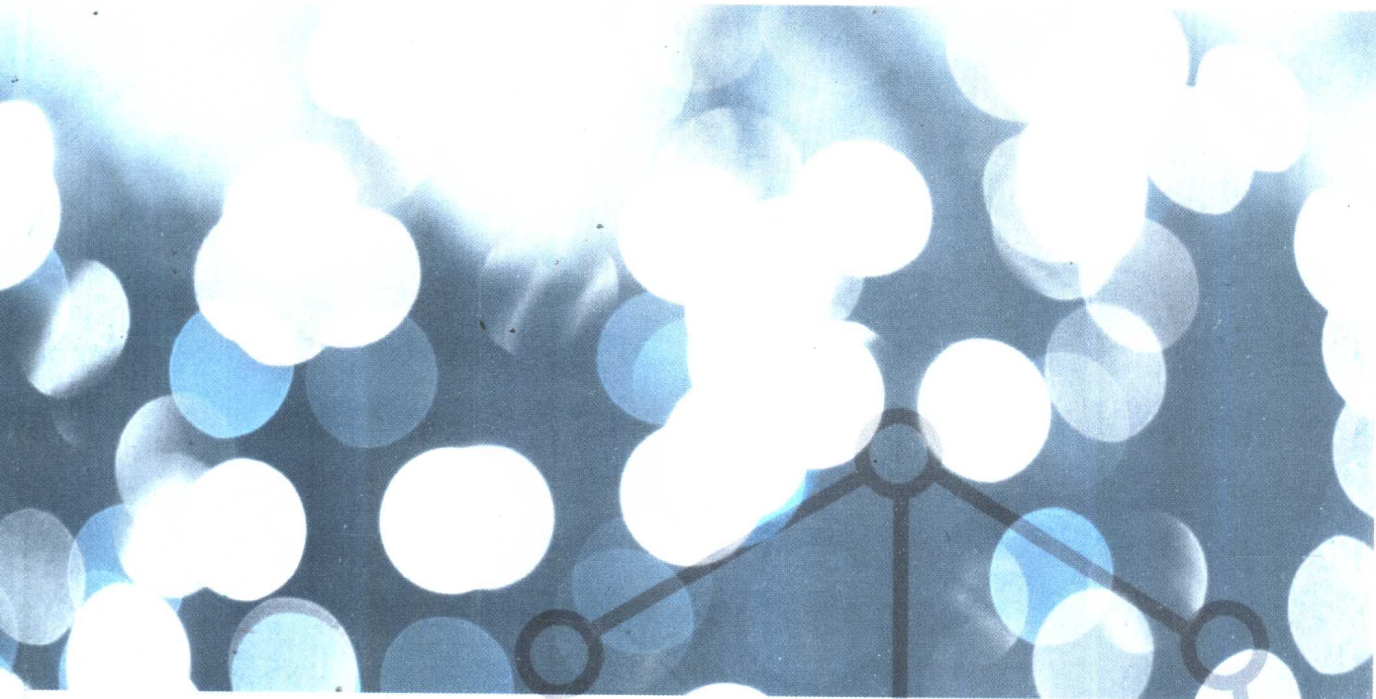
Jigou Shejixue

湖南省高等教育 21 世纪课程教材



机构设计学

符 炜 主编



湖南大学出版社

湖南省高等教育 21 世纪课程教材

机 构 设 计 学

主 编 符 炜
参 编 邹树梁 朱 理
 聂松辉 何哲明

湖 南 大 学 出 版 社

2001 年·长沙

内 容 简 介

本书系统地阐述了机构设计学所研究的一些主要问题,是大学机械原理课程的引申、深化和扩展。其内容包括:机构的结构理论与型综合创新、平面连杆机构的运动分析、平面连杆机构的运动综合、平面连杆机构的动力分析与平衡、空间机构的运动分析与综合、高速凸轮机构的动态分析与设计、非圆齿轮机构的传动设计、步进机构的分析与设计、组合机构与机构变异、机构的优化设计等。

本书可作为高等院校机械类专业高年级学生的必修或选修课教材,也可作为相关专业的研究生教材,还可供有关教师、科研人员及从事机械设计、制造的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

机构设计学/符炜主编. —长沙:湖南大学出版社, 2001.10

ISBN 7-81053-413-0

I. 机... II. 符... III. 机构学 IV. TH112

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第063911号

机构设计学

Jigou Shejixue

主编 符 炜

参编 邹树梁 朱 理 聂松辉 何哲明

责任编辑 俞 涛 袁作兴

封面设计 张 敏

出版发行 湖南大学出版社

社址 长沙市岳麓山 邮编 410082

电话 0731-8821691 0731-8821315

经 销 湖南省新华书店

印 装 湖南省地质测绘印刷厂



开本 787×1092 16开 印张 18.5 字数 474千

版次 2001年10月第1版 2001年10月第1次印刷

印数 1-2 000册

书号 ISBN 7-81053-413-0/TH·9

定价 26.00元

(湖南大学版图书凡有印装差错, 请向承印厂调换)

序

从1875年累罗 (Reuleaux F) 的《机械运动学》以及1914年密尔查洛夫 (Мерцалов Н И) 的《机构动力学》问世至今, 机构学作为一门学科已经历了100多年的发展历史。今天, 随着微电子技术、信息技术的突飞猛进和计算机的广泛应用, 给机械科学的发展提供了新的活力与契机。现代机械正朝着机-电-液-信息一体化的方向迈进, 并以高速、精密、轻型、智能为其主要特征。

机器是现代社会进行生产、生活的五大要素之一, 是人类利用和改造自然的有力执行工具。而作为传递和变换机械运动的人工系统即机构, 则仍然是大多数机器的最重要组成部分。为了用机器代替复杂的、高难度的手工劳动, 为了实现生产过程的自动化和智能化, 为了改善机器的高速、超高速运转性能, 为了节省能源、降低噪声以达到人-机-环境的高度协调等等, 在很大程度上都取决于设计制造新颖的、短小轻薄的机构。

近20年来, 随着高新技术产品的不断涌现, 关于机构设计的理论、方法的研究也取得了显著进展。设计实践表明, 在现代机械产品的创新开发过程中, 从构思原理方案到确定运动尺寸, 从分析机器性能到优化结构、形状, 无不与机构设计的理论和方法密切相关。机构设计学就是研究机构设计的理论、方法的一门技术基础学科, 是机械原理课程内容的引申、深化和扩展。本人于1990年编写了《机构学》讲义, 1995年主编《机构设计学》, 并得以出版, 先后在湘潭大学等校机械设计制造及其自动化专业87~98级的教学中连续使用了12届。现在编著出版的这本《机构设计学》, 是在上述教学实践的基础上, 结合作者自身的科研成果并注意吸收国内外有关论著的可贵内容, 对原书作出较大修改、补充而成的。

本书可作为高等院校机械类本科专业高年级学生的必修或选修课教材, 也可作为相关专业的研究生教材, 还可供有关教师、科研人员及从事机械设计、制造的工程技术人员参考。

参加本书编著的有: 湘潭大学符炜、聂松辉, 南华大学邹树梁, 湖南工程学院朱理, 常德师范学院何哲明。其中, 绪论和第1、2、3、6、7章由符炜编著, 第4章由朱理编著, 第5、10章及8.4节由邹树梁编著, 第8.1、8.2、8.3节由聂松辉编著, 第9章由何哲明编著。全书由符炜主编。本书的大部分插图由99级研究生彭朝琴、2000级研究生郭承志、张淑锋在计算机上悉心绘制。

本书承湖南大学何季雄教授仔细审阅, 提出了许多宝贵意见。本书被列为湖南省高等教育21世纪课程教材(第一批), 并得到资助。

由于知识水平有限, 书中缺点、错误在所难免, 敬请有关专家和广大读者批评指正。

符 炜

2001年6月于北斗村

目 次

0 绪 论	(1)
0.1 机构设计在现代机械设计中的地位	(1)
0.2 机构设计学的研究范畴与发展趋势	(2)
0.3 学习本课程的目的与要求	(4)
1 机构的结构理论与型综合创新	(6)
1.1 基本概念	(6)
1.2 机构自由度的计算	(8)
1.3 机构的结构综合	(15)
1.4 机构型综合的创新构思法	(28)
1.5 阿苏尔机构结构原理及向有源组的引申	(39)
习 题 1	(44)
2 平面连杆机构的运动分析	(49)
2.1 复数矢量的基本概念	(49)
2.2 平面四杆机构的运动分析	(51)
2.3 平面多杆机构运动分析的迭代法	(57)
2.4 平面多杆机构运动分析的杆组解法	(62)
2.5 包含有源组的平面连杆机构的运动分析	(78)
习 题 2	(82)
3 平面连杆机构的运动综合	(85)
3.1 连杆机构运动综合问题的分类与方法	(85)
3.2 函数逼近法	(87)
3.3 位移矩阵法	(103)
习 题 3	(117)
4 平面连杆机构的动力分析与平衡	(119)
4.1 平面连杆机构动态静力分析的解析法	(119)
4.2 平面连杆机构振摆力的完全平衡	(124)
4.3 平面连杆机构振摆力矩的平衡	(129)
4.4 平面连杆机构的弹性动力学分析	(134)
习 题 4	(140)
5 空间机构的运动分析与综合	(142)
5.1 空间机构运动分析的复数矢量法	(142)
5.2 空间机构运动分析的位移矩阵法	(144)
5.3 空间机构运动分析的对偶数法	(150)
5.4 用位移矩阵法综合空间连杆机构	(159)
习 题 5	(163)

6	高速凸轮机构的动态分析与设计	(165)
6.1	高速凸轮机构的动态运动偏差与振动.....	(165)
6.2	构件动力学模型的建立方法.....	(167)
6.3	凸轮机构的动力学模型及其简化.....	(174)
6.4	从动件的动态响应.....	(180)
6.5	高速凸轮机构的动态设计.....	(185)
	习 题 6.....	(191)
7	非圆齿轮机构的传动设计	(192)
7.1	非圆齿轮的节曲线.....	(193)
7.2	非圆齿轮的齿形与压力角.....	(198)
7.3	椭圆齿轮机构.....	(203)
7.4	卵形齿轮机构.....	(207)
7.5	偏心齿轮及其与非圆齿轮共轭.....	(211)
	习 题 7.....	(216)
8	步进机构的分析与设计	(217)
8.1	移动槽轮机构.....	(217)
8.2	凸轮步进机构.....	(223)
8.3	星轮步进机构.....	(230)
8.4	步进机构的定位.....	(235)
	习 题 8.....	(237)
9	组合机构与机构变异	(238)
9.1	组合机构的分类与应用.....	(238)
9.2	组合机构的分析与设计.....	(244)
9.3	机构的变异技巧.....	(251)
	习 题 9.....	(254)
10	机构的优化设计	(256)
10.1	基本概念.....	(256)
10.2	一维搜索法.....	(262)
10.3	无约束优化设计法.....	(266)
10.4	约束优化设计法.....	(271)
10.5	机构优化设计举例.....	(276)
	习 题 10.....	(286)
	参考文献	(287)

0 绪 论

0.1 机构设计在现代机械设计中的地位

随着科学技术的日益进步和电子计算机的广泛应用，现代机械正朝着机-电-液-信息一体化的方向发展。功能齐全、品质优良、自动化程度高、使用维护方便的高新技术产品不断涌现，大大改变了人们以往关于传统机械、纯机械的观念。但是，不论现代机械如何发展，作为传递和变换机械运动的人工系统——机构，仍然是大多数机器的最重要组成部分。

为了用机器代替精密的、高难度的手工劳动，为了实现复杂的运动以使生产过程自动化，为了改善机器的高速、超高速运转性能等等，在很大程度上都取决于设计制造精巧的机构。一台机器可以包含一个或多个机构以及其他辅助装置，能够完成有用的机械功或转换机械能，而机械则是机器和机构的总称。只要分析一下机械设计的一般进程，则机构设计在现代机械设计中的地位就一目了然。

图 0-1 所示，为现代机械设计的一般进程。首先通过市场调查①掌握产品营销情况和用户要求，然后提出设计任务②。一般来说，设计任务常常只是提出总体规格和目的说明，必须通过收集资料③，查阅有关书籍杂志、专利文献、图纸档案等并结合相近实物、设计经验将设计任务明确表示为一组相互独立且没有冗余的功能要求④。在此期间如果发现设计任务中含有不合理的甚至违反客观自然法则的部分，则应反馈修改。然后根据功能要求进行结构型式综合⑤，此即通常所谓的总体方案设计。方案设计要尽量运用各种创造性方法、系统工程方法、简明的可行性计算以及个人设计经验等，从白纸状态构思并限定设计对象的总体方案之待选范围，这是设计进程中最有创造性的阶段，也是决定最后成功与否的关键。因此应进行优选设计方案⑥，运用价值分析方法、优选方法等从中择取最有希望的一种。接下去按照选定的结构型式进行尺度综合⑦和结构、形状、材料优化⑧，充分运用优化设计技术以获得详细的设计解。该设计解是否满足前述的功能要求，可经由运动、动力分析⑨作理论分析以至实验验证来加以确认。对已被确认的设计解提出制造技术要求⑩，然后进行设计评价⑪，以对设计解作出全面、系统的评价。根据评价结果，凡存在的问题应视其性质作相应的反馈修改，再进行试制—鉴定⑫。一个产品只有在严格的鉴定过程中顺利获得通过，才能最后进入生产—销售—消耗—回收⑬。

应该指出，设计进程本身是一个不断反馈循环的过程，设计者在每一步都可能获得新的信息，从而反馈到前面的步骤。因此，一个出色的设计往往要经历图 0-1 所示进程的多次反复才能真正达到。

按图 0-1 并结合上述可知，在整个设计进程中，从最有创造性的第⑤步起到性能分析的第⑨步止，其所含工作内容诸如构思设计方案、确定主要尺寸、分析运动和动力特性等等，无不与机构设计的理论和方法密切相关。如前所述，大多数机器的最重要组成部分是机构，这就决定了机构设计在整个机械设计中的地位和作用。设计实践证明，如果设计者具备机构分析与综合的现代理论知识，熟悉各种常用机构的性能、用途和设计要点，掌握机构的组合

创新技巧与优化设计方法等，就可在整个设计进程中取得主动。按照一定的理论法规去分析综合和创造构思，而不囿于经验与直觉，这正是现代机械设计工作中所必不可少的。

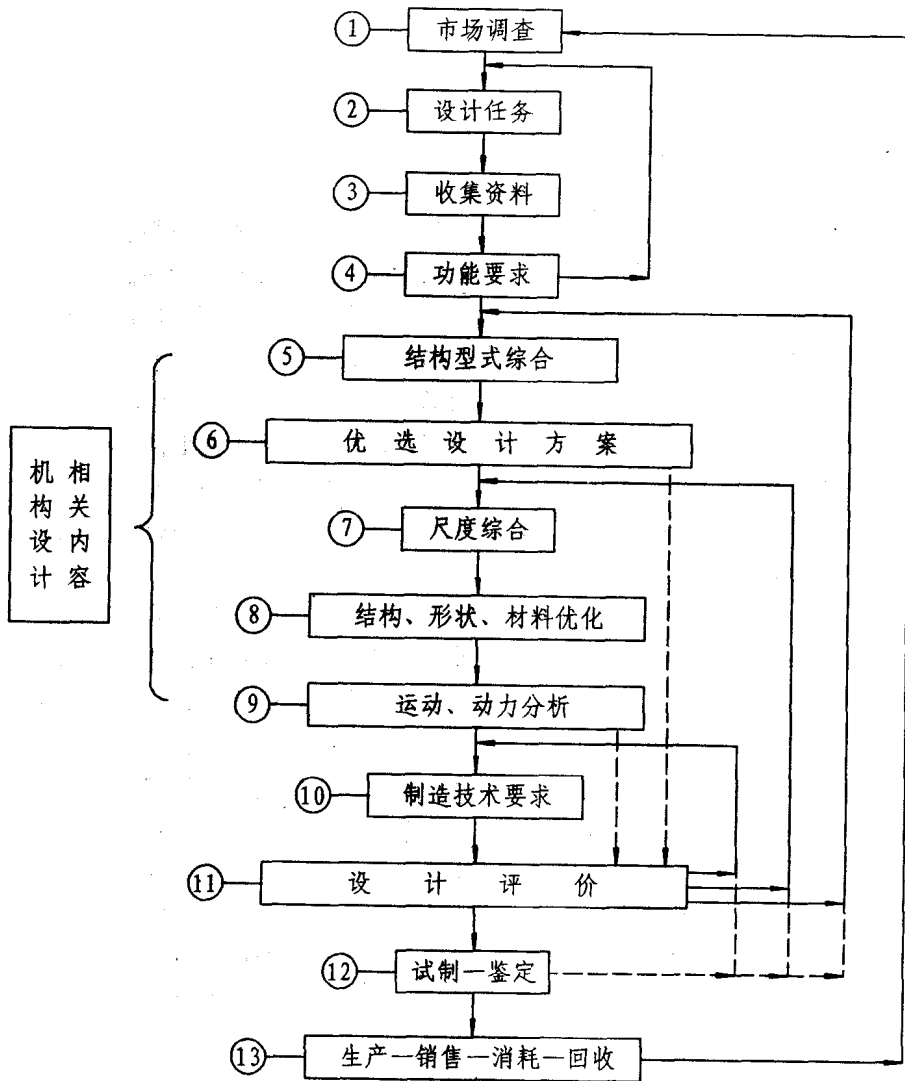


图 0-1 现代机械设计的一般进程

0.2 机构设计学的研究范畴与发展趋势

近 20 年来，随着机械工业的发展和高新技术产品的开发，关于机构设计理论与方法的研究也取得了显著进展。机构设计学是研究机构设计的理论、方法和技巧的一门技术基础学科，其主要内容及发展趋势如下：

① 机构设计方法论

机构设计方法论也称机构设计方法学或机构设计哲学。它研究机构设计的一般进程，提出解决问题的合理逻辑步骤，推动设计过程的科学化、自动化；探索机构设计中的思维规

律，从创造性思维活动中总结出格式化、实用化的理论条规，以便于人们掌握、仿效，并在设计过程中起到激发创造能动性的作用；它还研究具体的设计方法，如功能原理法、逻辑模块法、型综合的创新构思法等等。机构设计方法论的研究成果，对于获得好的设计方案具有指导意义。

② 机构的结构理论

机构的结构理论主要研究机构的组成原理、结构综合、机构分类以及机构具有确定运动的条件等方面的问题，是进行机构分析与综合的基础。近年来，由于机器人、行走机构、人工假肢等的发展需要，对多自由度、多闭环的平面连杆机构和开式运动链机构，以及包括液压、气动、光电等非机械传动元件的组合机构的结构理论研究也日趋广泛。

在机构结构理论的研究中，采用了图论、网络分析、矩矢代数等数学工具，并用电子计算机来系统分析机构的结构类型、机构的自由度等问题。

③ 连杆机构的分析与综合

平面连杆机构的分析与综合是研究得比较广泛、深入的一个领域，已经取得了许多研究成果，并能借助于电子计算机进行复杂的分析与综合运算。对于多自由度、多闭环的平面连杆机构，以及具有可变杆长结构和可变运动、动力参数的平面连杆机构的研究，近年来也逐步深入。

空间连杆机构的分析与综合较为复杂，多采用矢量、张量、矩阵、对偶数等数学工具进行研究。对于七杆以下空间闭式链机构的研究比较多，对于多自由度的空间多杆机构以及空间开式链机构的分析与综合等也都开始进行。

④ 凸轮与高速凸轮机构

为了改善凸轮机构的高速运转性能，设计动力特性良好的凸轮廓线是一个重要的研究内容。对于高速凸轮机构，采用多项式运动规律的凸轮廓线以及其他符合动力特性要求的凸轮廓线，以使从动件系统的残留振动降至最小。在凸轮-从动件系统的动力学问题研究中，对系统动力学模型的建立方法、从动件动态响应的分析以及凸轮机构设计参数的选择等，都有较多的研究。为了建立更符合实际情况的动力学模型和更为精确的分析设计方法，考虑质量分布、弹性变形、间隙、阻尼、润滑、外界干扰、不平衡力等多种因素的动力学问题已经受到重视。

⑤ 齿轮与非圆齿轮机构

齿轮在各种机械中应用最为广泛，其传动比可以是定数也可以是变数，其中定传动比的齿轮机构应用最多。近年来，关于齿轮啮合原理和设计制造技术的研究均有迅速发展，除了普通渐开线圆形齿轮和点啮合圆弧齿轮以外，曲线齿、变长渐开线等特种齿轮以及非圆齿轮的研究都已达到应用阶段。

非圆齿轮机构是一种用于变传动比的齿轮机构，它填补了圆形齿轮机构、连杆机构、凸轮机构所难以实现的某些特殊运动要求。而且随着数控加工方法的推广，提高了非圆齿轮的加工精度，使其在轻工、机床和仪器仪表工业中获得了越来越多的应用。

⑥ 步进运动机构

步进运动机构可把主动件的连续或断续输入运动转变为从动件的周期性停歇且单向不可逆的输出运动。在多工位自动机械和自动生产线中，常常采用步进运动机构，使机器的执行部件作周期停歇的单向运动，以完成转位、换向、进给、送料、加工、检测、计数等工艺操作。常见的步进运动机构，有棘轮机构、槽轮机构、凸轮步进机构、星轮步进机构、不完全

齿轮机构等等。为了改善动力性能、提高定位精度、缩短转位时间，近年来对步进运动机构的结构形状设计以及气、液压步进机构和组合步进机构的设计等，均有较多的研究。

⑦ 组合机构与机构变异

在生产实际中，对机构的运动特性和动力特性的要求是多种多样的，而齿轮机构、凸轮机构或连杆机构等单一的基本机构，由于结构型式等方面的限制往往难以满足这些要求。因此常常需要把几个基本机构作适当组合，这就是所谓组合机构。组合机构由于使总体结构简化而又能实现单一机构所不能实现的运动要求，所以在纺织、印刷、包装等轻工机械以及农业、冶金机械和机床工业中皆有广泛应用。

机构的变异则是在原机构的基础上对其结构、尺寸等加以改变，从而演变出新机构的一种实用技法。它在机构设计的实践中，具有开拓思路、简化问题、启迪创新的作用。

熟悉各种组合机构的类型、特点，掌握机构组合及变异创新的技巧，将有助于形成新机械结构方案的设计思路和方法。

⑧ 机构的动力学问题

作为一般的机构动力学问题，首先是在给定机构运动和生产阻力时求解驱动力矩和运动副反力的动态静力计算问题；其次是在所有输入输出外力已知时，考虑各构件质量而求解机构运动规律的问题。

对于高速、重载以及精密机械，必须考虑构件弹性变形和运动副间隙的影响。近年国外同时考虑运动学、动力学和弹性变形及应力对机构进行设计时，提出了追求机构综合性能最优的 KED 设计方法。国内在这方面也做了不少研究。

机构的平衡，是动力分析与综合的又一重要问题，对平面机构振摆力完全平衡的研究已较充分，对平面机构振摆力矩平衡的研究也有不少成果。对于平面和空间连杆机构的振摆力、振摆力矩的综合优化平衡，也正在逐步深入。

⑨ 机构的优化设计

机构的优化设计，就是将机构设计问题转化为最优化问题，然后采用合适的优化方法并借助于电子计算机从若干可行设计方案中找出实现预期目标的最优设计方案。机构优化设计问题多属于非线性规划问题，一般可以分为无约束优化设计法和约束优化设计法两类，其中前者如变量轮换法、鲍威尔法、梯度法、牛顿法、变尺度法，后者如约束随机方向搜索法、复合形法、罚函数法等。

机构优化设计的应用十分广泛，如平面连杆机构、凸轮机构的运动综合和动力综合，组合机构中再现函数与轨迹的设计，齿轮传动的体积最小、承载能力最大等等，均采用了优化设计方法。此外，对机构的优化平衡、机构的弹性动力学优化以及空间机构的优化问题的研究，也已取得明显进展。现在，机构优化设计已成为机构综合中普遍应用的方法和重要的发展方向。

0.3 学习本课程的目的与要求

作为一门技术基础课，机构设计学是对机械原理课程内容的引申、深化和扩展。对大学本科机械设计制造及其自动化专业和其他机械类专业的学生来说，在学完机械原理之后继续学习本课程的内容，可以充实和深化机构分析与综合的理论知识，提高机构设计的能力和水平，为高年级学生开展机构设计和其他机械设计的专题研究提供基础。为此，学习本课程必

须做到：

(1) 熟悉机构分析与综合的现代理论，掌握机构设计的一般方法，并注意与数学、力学、计算机、优化技术、机械 CAD 等相关知识紧密结合。

(2) 培养机构方案设计的创造性和构思力。在一般机构的结构方案设计中，能运用所学知识针对设计基本要求提出数种初始方案，并能作出相应的分析、选择和判断。

(3) 加强实际设计能力的训练。机构设计在机械设计中起着基础和关键的作用，因此加强机构实际设计能力的训练并与后续专业课程相结合，将有助于提高专业机械和其他产业机械的设计能力和水平，并为毕业后从事具体机械的研究与开发打下基础。

1 机构的结构理论与型综合创新

机构的结构理论，主要研究机构的组成原理、结构综合、机构分类以及机构具有确定运动的条件等方面的问题，它是进行机构分析、综合与创新的基础。机构结构理论与型综合创新方法的发展，为改造现有机械和创造新机械指出了途径。

1.1 基本概念

机构是由具有确定相对运动的构件组成的、可以传递或变换机械运动的人工系统。构件是机构中的运动单元，它对参考系作受约束的相对运动。构件一般可认为是刚体，但也可以是弹性体、挠性体等其他抗力物体。在机构中，如果有液体或气体参与了运动的传递或变换，则该机构就相应地称为液压机构或气动机构。

运动副是由两构件直接接触组成的、能够限制某些相对运动的可动联接。运动副元素则是构件上直接参与接触而组成运动副的几何形体（点、线、面）。

如图 1-1 所示，一个作空间运动的孤立构件，具有六个独立的基本运动。或者说确定该构件的位置需要六个独立的运动参数（也称广义坐标），而这六个参数皆可取任意值，故自由运动的空间孤立构件具有六个自由度。当然，机构中绝无孤立构件存在，当两个构件组成运动副后，彼此之间受到某些约束，但仍须保留一定的相对运动。因此，一个运动副引入的约束数目最多为 5 个，而剩下的相对运动自由度最少为 1 个。运动副可以按其提供的约束数目进行分级，也可按其具有的自由度数进行分类。即具有一个自由度的称为 I 类运动副，具有两个自由度的称为 II 类运动副，……具有五个自由度的称为 V 类运动副（详见表 1-1 所列）。

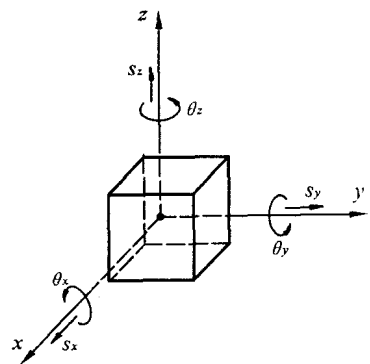


图 1-1 构件的自由度

此外，按组成运动副的两构件的接触情况，又把运动副分为低副和高副。前者是面接触的运动副，而后者则是点或线接触的运动副。在高副两元素之间可以产生滚动、滑动或滚动兼滑动三种相对运动，而在低副元素之间则只能产生相对滑动。对照表 1-1 可知，在 I、II、III 类运动副中，既有面接触也有线接触，故既有低副也有高副；而在 IV 类及 V 类运动副中，都是点或线接触，故均为高副。

运动链是以运动副联接而成的构件系统。若组成运动链的每个构件至少具有两个运动副元素，则形成首尾封闭的所谓闭式运动链；反之，若有的构件只具有一个运动副元素，则形成所谓开式运动链。图 1-2 (a) 所示为一闭式运动链，当分别取其杆 1 和杆 2 为机架时，便得到图 1-2 (b)、1-2 (c) 所示的两个机构。前一机构常用于使 M 点描绘一定轨迹；后一机构可用于使杆 3 与杆 1 的转角之间满足一定的传动函数关系。由此可见，在运动链中，如将

表1-1 运动副及其代表符号

类别	自由度	约束度	简图	名称	代号
I	1	5		转动副	R
				移动副	P
				螺旋副	H
				平面纯滚动高副	
II	2	4		圆柱副	C
				球销副	S'
				环副	T
				平面滑动兼滚动高副	
III	3	3		球面副	S
				平面副	E
				球销-圆柱副	
IV	4	2		圆柱-平面副	
				球-圆柱副	
V	5	1		球-平面副	

某一构件加以固定而成为机架，且所有可动构件又均有确定运动，则该运动链便成为机构。

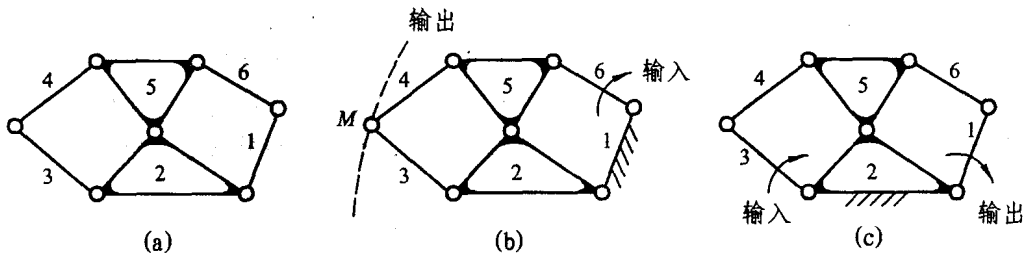


图 1-2 运动链与机构

如果组成机构的每一构件均为二副件，则机构的各构件将组成一简单封闭形，称为单环机构，如大家熟知的铰链四杆机构等。单环机构的结构特点是其构件总数 N 与运动副数 P 相等。多环机构可认为是在单环机构基础上叠加 $P - n = 1$ (n 为活动构件数) 的运动链组成。每叠加一个这样的链，便构成一个新的独立环 (如图 1-3 所示)。因此，多环机构的环数 L 与其构件总数 N 及运动副数 P 之间有以下关系

$$L = P - N + 1.$$

(1-1)

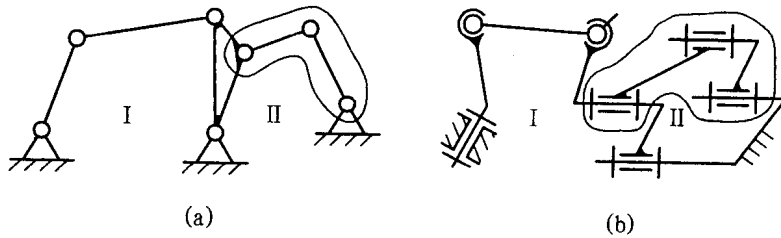


图 1-3 运动链的叠加与多环机构

1.2 机构自由度的计算

计算机构的自由度并判断其运动是否确定，不论对设计新的机械或者分析现有机械都是十分重要的。

1.2.1 机构的自由度及其基本计算公式

如前所述，一个作空间自由运动的构件具有六个自由度，这六个自由度可看作是确定其位置的六个独立运动参数。因为这六个参数决定了整个构件的空间位置，所以又称之为广义坐标。同理，决定机构各构件相对于机架位置的独立运动参数，称为机构的广义坐标。

机构的自由度就是确定其位置所必须给定的独立运动参数数目（或者说必须给定的独立广义坐标数目）。它等于该机构中活动构件的自由度总数与运动副引入的约束总数之差。即

$$W = 6n - 5P_1 - 4P_2 - 3P_3 - 2P_4 - P_5. \quad (1-2)$$

式中 n 为机构中的活动构件数目；

$P_1 \sim P_5$ 分别为 I ~ V 类运动副的数目。

上式即为一般空间机构的自由度计算公式。按其计算结果，若 $W \leq 0$ ，则为刚性结构；若 $W > 0$ 但原动件数（通常一个原动件只给定一个独立运动参数）与 W 不相等，则机构或者随意乱动或者卡死不动；若 $W > 0$ 且原动件数与 W 相等，则机构可实现预期的确定运动，此即机构具有确定运动的条件。

对于平面机构，其各活动构件只能作平行于某一固定平面的平面运动，即所有构件均受到三个公共约束。而运动副只能是具有一个自由度的 I 类副中的平面运动副和具有两个自由度的 II 类副中的平面运动副，且在运动副引入的约束中，有三个与公共约束相重复，应不予考虑。故有

$$\begin{aligned} W &= (6-3)n - (5-3)P_1 - (4-3)P_2 \\ &= 3n - 2P_1 - P_2 \\ &= 3n - 2P_l - P_h. \end{aligned} \quad (1-3)$$

式中 P_l 为 I 类副 P_1 中的平面低副（即转动副、移动副）和平面纯滚动高副数目；

P_h 为 II 类副 P_2 中的平面滑动兼滚动高副数目。

上式即为一般平面机构自由度的计算公式，亦称威贝谢夫（Чебышев）-格吕勃勒（Gruebler）公式。当用该公式计算平面机构的自由度时，应注意的有关事项和处理办法，参见机械原理课程及有关文献，此处不再赘述。

1.2.2 空间机构自由度的计算

由前述表 1-1 可知, 任一运动副所容许的自由度与其具有的约束度之和皆等于 6, 故可将一般空间机构自由度的计算公式 (1-2) 改写成如下形式, 即

$$\begin{aligned} W &= 6n - 5P_1 - 4P_2 - 3P_3 - 2P_4 - P_5 \\ &= 6n - (6P - \sum_{i=1}^P f_i) \\ &= 6(n - P) + \sum_{i=1}^P f_i. \end{aligned} \quad (1-4)$$

式中 P 为机构中运动副的总数;
 f_i 为第 i 个运动副的自由度.

① 空间开式链机构的自由度

因在开式链机构中, 活动构件数 n 等于运动副总数 P , 故式 (1-4) 简化为

$$W = \sum_{i=1}^P f_i. \quad (1-5)$$

上式说明, 开式链机构的自由度数就等于各运动副的自由度数之和.

例 1-1 计算图 1-4 所示机械手的自由度.

解 该机构中, 运动副总数 $P=5$, 其中转动副 4 个、圆柱副 1 个, 为 RRCRR 空间机构. 其自由度按式 (1-5) 得

$$W = \sum_{i=1}^5 f_i = 1 + 1 + 2 + 1 + 1 = 6.$$

通常, 开式链机构的自由度较多, 为使其运动确定, 所需输入的独立运动参数或原动件的数目也较多.

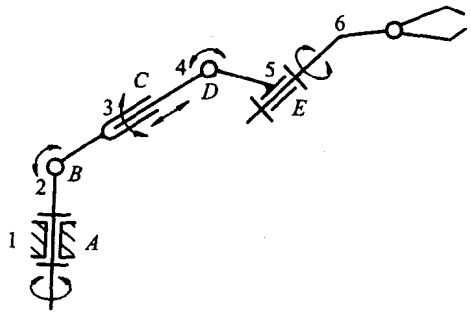


图 1-4 工业机械手

② 空间闭式链机构的自由度

空间闭式链机构自由度的计算较开式链为复杂, 为便于掌握, 现分述于下:

(1) 一般单环机构

如前所述, 单环机构的结构特点是 $N=P=n+1$, 即 $P-n=1$, 故可由式 (1-4) 得

$$W = 6(n - P) + \sum_{i=1}^P f_i = \sum_{i=1}^P f_i - 6. \quad (1-6)$$

例 1-2 计算图 1-5 所示空间四杆机构的自由度.

解 该机构中, 运动副总数 $P=4$, 其中转动副 2 个、球面副 1 个、圆柱副 1 个, 为 RSCRR 空间机构. 其自由度按式 (1-6) 得

$$\begin{aligned} W &= \sum_{i=1}^4 f_i - 6 \\ &= 1 + 3 + 2 + 1 - 6 = 1. \end{aligned}$$

(2) 具有公共约束的单环机构

在某些机构中, 由于运动副或构件几何位置的特殊配置, 使全部构件都失去了某些运动的可能性, 即等于对机构所有构件的运动都加上了若干个公共约束. 因此, 在计算这些机构

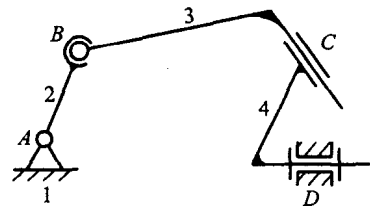


图 1-5 RSCRR 空间四杆机构

的自由度时, 就不能再用式 (1-6) 了.

若设机构中的公共约束数目为 m , 则其任一活动构件在与其他构件以运动副联接之前, 均只剩下 $(6 - m)$ 个自由度; 而其运动副所引入的约束之中, 均有 m 个与公共约束相重复. 故参照式 (1-4) 及 (1-6) 可得

$$\begin{aligned}
 W &= (6 - m)n - (6P - \sum_{i=1}^P f_i - mP) \\
 &= (6 - m)(n - P) + \sum_{i=1}^P f_i \\
 &= \sum_{i=1}^P f_i - (6 - m) \\
 &= \sum_{i=1}^P f_i - \lambda.
 \end{aligned} \tag{1-7}$$

式中 m 为机构的公共约束数目;

λ 为开链的末杆自由度, 亦称封闭约束条件数.

将上式与式 (1-5) 对比可知, 其第

一项 $\sum_{i=1}^P f_i$ 相当于把机架断开后, 以被断开机架之一部分为末杆的开式链机构 (如图 1-6 (b) 所示) 的自由度; 而其第二项 λ 则相当于把开式链的末杆再固接于机架上后 (如图 1-6 (a) 所示), 所需减去的末杆自由度. 由于减去 λ 后便形成了封闭形状, 所以又称 λ 为封闭形存在的封闭约束条件数或环约束条件数. 显然, 对于开式链机构来讲, 其各构件的运动自由度完全取决于各运动副所提供的约束, 且各构件的运动将累积地反映到末杆上来, 即末杆集中反映了各构件的运动. 当设末杆自由度为 λ 时, 则 $(6 - \lambda)$ 就是末杆所受到的约束数, 而且由式 (1-7) 知

$$\lambda = 6 - m$$

$$\text{或 } m = 6 - \lambda. \tag{1-8}$$

即末杆所受到的约束数 $(6 - \lambda)$ 就等于机构的公共约束数 m .

综上所述, 为了确定机构的公共约束数 m , 只要砍断机架求出开链末杆的自由度 λ 就行了. 末杆自由度 λ 的求法甚多, 下面仅对直观判断法作一介绍.

图 1-7 所示为一由闭式链断开机架

后所得的开式链, 其中 n' 为机架、 n 为末杆. 构件之间的具体运动副类型没有示出, 但不

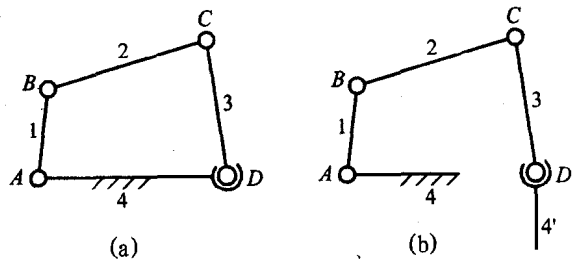


图 1-6 砍断机架法

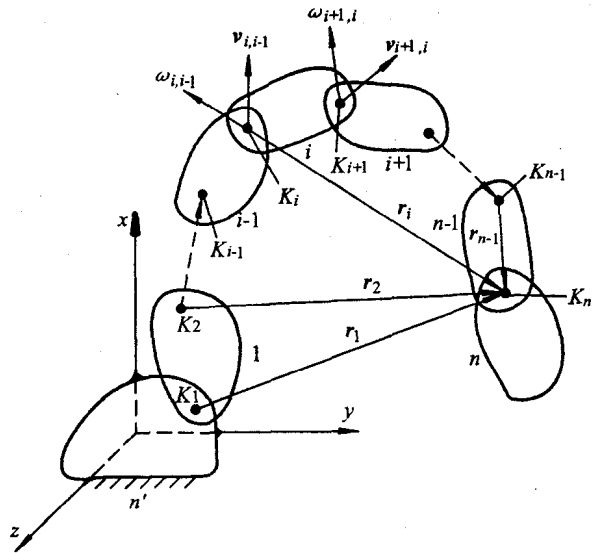


图 1-7 末杆自由度分析

妨假定所有运动副都既容许相对转动又容许相对移动。同时设构件 i 相对于构件 $i-1$ 的转动速度向量为 $\omega_{i,i-1}$ 、移动速度向量为 $v_{i,i-1}$ ，余类推。由理论力学知，刚体构件的任何空间运动都可看作是由该构件上某任选基点的牵连移动和绕过该点轴线的相对转动合成的。所以末杆 n 的运动可看作由以其上 K_n 点（通常取与构件 $n-1$ 相接触且相对运动关系明确的点）为基点的牵连移动和相对转动所合成。考虑到各构件的运动将累加于末杆上，且在分析某一运动副所容许运动对末杆的影响时，假定其他的运动副暂时刚结。于是，末杆 n 以 K_n 点为基点的转动速度向量 ω 和移动速度向量 v 可分别表示为

$$\begin{aligned}\omega &= \omega_{1,0} + \omega_{2,1} + \cdots + \omega_{n-1,n-2} - \omega_{n,n-1} \\ &= \sum_{i=1}^n \omega_{i,i-1},\end{aligned}\quad (1-9a)$$

$$\begin{aligned}v &= (v_{1,0} + \omega_{1,0} \times r_1) + (v_{2,1} + \omega_{2,1} \times r_2) + \\ &\quad \cdots + (v_{n-1,n-2} + \omega_{n-1,n-2} \times r_{n-1}) + v_{n,n-1} \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} (v_{i,i-1} + \omega_{i,i-1} \times r_i) + v_{n,n-1} \\ &= \sum_{i=1}^n v_{i,i-1} + \sum_{i=1}^{n-1} \omega_{i,i-1} \times r_i.\end{aligned}\quad (1-9b)$$

由式 (1-9a) 可知，末杆的基本转动个数 λ_r 仅与运动链中所含运动副容许的固有相对转动向量 $\omega_{i,i-1}$ 有关。由于 $\omega_{i,i-1}$ 的方向取决于运动副转动轴线的方向，故由各运动副的轴线方向配置便可分析确定末杆的基本转动个数 λ_r 。

又由式 (1-9b) 可知，末杆的基本移动个数 λ_t 既与运动链中所含运动副容许的固有相对移动向量 $v_{i,i-1}$ 有关，又与有相对转动的运动副中由固有相对转动所衍生的移动向量 $\omega_{i,i-1} \times r_i$ 有关。通常先分析固有的基本移动个数 λ_u ，若 $\lambda_u < 3$ 则再分析由转动衍生附加的基本移动个数 λ_{tr} ，这两者之和即为末杆的基本移动个数 λ_t 。而末杆的自由度 λ 则为

$$\lambda = \lambda_r + \lambda_t = \lambda_r + \lambda_u + \lambda_{tr}.\quad (1-10)$$

末杆固有的基本转动个数 λ_r 和固有的基本移动个数 λ_u ，可以分别就所有运动副中容许的相对转动和相对移动的轴线方向进行直观判断。因 λ_r 、 λ_u 皆最多为 3，故若各有关运动副的相对转动轴线或相对移动方向均平行于一个方向，则由于向量共线而有 $\lambda_r = 1$ 或 $\lambda_u = 1$ ；若分别平行于两个不同的方向，则由于向量共面而有 $\lambda_r = 2$ 或 $\lambda_u = 2$ ；若还有不与前两个方向线共面的第三个方向，则由于合成向量为空间任意方向而有 $\lambda_r = 3$ 或 $\lambda_u = 3$ 。

前已述及，当 $\lambda_u < 3$ 时应就相对转动衍生的移动向量 $\sum_{i=1}^{n-1} \omega_{i,i-1} \times r_i$ 的方向进行补充分析，以判断有无衍生附加的基本移动 λ_{tr} 。这个问题的分析较为复杂，其中最常用到的判断方法是：当构件绕两个平行轴线转动时，由这两个固有基本转动可衍生一个附加的基本移动（移动方向垂直于转动轴线）；当构件绕三个或三个以上的平行轴线转动时，则衍生两个附加的基本移动（在垂直于转动轴线的平面内）。

例 1-3 在图 1-8 (a) 所示的犁轮调整机构中，转动副 C 与螺旋副 B 共轴线，转动副 A 、 D 、 E 的轴线互相平行，试计算该机构的自由度。

解 设想将机架 5 断开得一开式链，如图 1-8 (b) 所示。由于运动副 A 、 D 、 E 的转动轴线平行于一个方向，而运动副 C 的转动轴线沿着另一个方向，故 $\lambda_r = 2$ ；因有一个螺旋副，故 $\lambda_u = 1$ 。又由于 A 、 D 、 E 三轴线平行，将衍生两个附加的基本移动，但因它们是与 λ_u 共面的向量，即其中有一个与 λ_u 线性相关，故 $\lambda_{tr} = 1$ 。所以末杆 5' 的自由度或封闭约束条件数 $\lambda = \lambda_r + \lambda_u + \lambda_{tr} = 2 + 1 + 1 = 4$ ，于是由式 (1-7) 得机构自由度为