新编《信息、控制与系统》系列教材

Introduction to Control-Oriented System Identification

面向控制的系统辨识导论

周 彤 著

Zhou Tong

TUP
清华大学出版社

Springer

新编《信息、控制与系统》系列教材

面向控制的系统辨识导论

周 彤 著

清华大学出版社
北 京

内容简介

鲁棒性是控制系统分析与综合中的一个重要性能指标。为了实现这个性能指标,要求在建模过程中同时提供控制对象的名义模型及其与鲁棒控制理论相匹配的误差限。在系统辨识领域,该问题被称为模型集辨识。本书结合作者对该问题十余年研究的体会和结果,系统介绍鲁棒控制建模与传统系统辨识的异同、模型集辨识与鲁棒控制的联系以及鲁棒控制建模中的主要方法和结果。这些方法包括确定性框架下的模型集辨识与检验、随机框架下的模型集辨识与检验以及基于闭环实验数据的模型集辨识与检验等。具体内容包括基于这些方法的基本结论和其中尚需进一步研究的课题。本书同时还对这些方法所涉及的主要参考文献作了简要介绍。

本书内容丰富,在叙述过程中尽量兼顾结论的物理含义和理论的严谨性。本书可以作为控制科学与控制工程、系统科学、应用数学及其相关专业的理工科研究生和高年级本科生的教材,也可供从事该领域研究或教学的科技工作者和高等院校教师参考。

图书在版编目(CIP)数据

面向控制的系统辨识导论/周彤著.—北京:清华大学出版社,2004.10
(新编《信息、控制与系统》系列教材)
ISBN 7-302-09055-6

Ⅰ.面…　Ⅱ.周…　Ⅲ.系统辨识—高等学校—教材　Ⅳ.N945.14

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 070990 号

出 版 者:清华大学出版社　　地　　址:北京清华大学学研大厦
http://www.tup.com.cn　　邮　　编:100084
社 总 机:010-62770175　　客户服务:010-62776969

组稿编辑:王一玲
文稿编辑:魏艳春
印 刷 者:清华大学印刷厂
装 订 者:三河市金元装订厂
发 行 者:新华书店总店北京发行所
开　　本:175×245　印张:21　字数:436 千字
版　　次:2004 年 10 月第 1 版　2004 年 10 月第 1 次印刷
书　　号:ISBN 7-302-09055-6/TP·6397
印　　数:1～3000
定　　价:43.00 元

新编《信息、控制与系统》系列教材

出 版 说 明

信息、控制与系统学科是在20世纪上半叶形成和发展起来的一门新兴技术科学。在人类探索自然和实现现代化的进程中，信息、控制与系统学科的理论、方法和技术始终起着重要的和基础的作用。基于信息、控制与系统科学的自动化的发展和应用水平在一定意义上是一个国家和社会的现代化程度的重要标志之一。本系列教材是关于信息、控制与系统学科所属各个领域的基本理论和前沿技术的一套高等学校系列教材。

本系列教材所涉及的范围包括信号和信息处理、模式识别、知识工程、控制理论、智能控制、过程和运动控制、传感技术、系统工程、机器人控制、计算机控制和仿真、网络化系统、电子技术等方面。主要读者对象为自动控制、工业自动化、计算机科学和技术、电气工程、机械工程、化工工程和热能工程等系科有关的高年级大学生和研究生，以及工作于相应领域和部门的科学工作者和工程技术人员。

10多年前，清华大学出版社会同清华大学自动化系，曾经组编出版过一套《信息、控制与系统》系列教材，产生了较大的社会影响，其中多数著作获得过包括国家级教学成果奖和部委优秀教材奖在内的各种奖励，至今仍为国内众多院校所采用，并被广大相关领域科技人员作为进修和自学读物。我们现在组编的这套新编《信息、控制与系统》系列教材，从一定意义上说，就是先前那套教材的延伸和发展，以反映近些年来学科的发展和在科学研究与教学实践上的新成果和新进展，以适应当前科技发展和教学改革的新形势和新需要。列入这套新编系列教材中的著作，大多是清华大学自动化系开设的课程中经过较长教学实践而形成的，既有多年教学经验和教学改革基础上的新编著的教材，也有部分原系列教材的更新和修订版本。这套新编系列教材总体上仍将保持原系列教材求新与求实的风格，力求反映所属领域的基本理论和新近进展，力求做到学科先进性和教学适用性统一。需要说明的是，此前我们曾以《信息技术丛书》为名组编这套教材，并已出版了若干种著作。现为使“书”和“名”更为相符，这些已出版的著作将在重印或再版时列入这套新编系列教材。

我们希望，这套新编系列教材，既能为在校大学生和研究生的学习提供内容先进、论述系统和教学适用的教材或参考书，也能为广大科学工作者与工程技术人员的知识更新与继续学习提供适合的和有价值的进修或自学读物。我们同时要感谢使用本系列教材的广大教师、学生和科技工作者的热情支持，并热忱欢迎提出批评和意见。

新编《信息、控制与系统》系列教材编委会

2002年6月

新编《信息、控制与系统》系列教材编委会

前 言

对于复杂的物理世界，人们经常希望能够以简单的数学模型对其主要特征进行描述，并在此基础上对其行为进行预测乃至控制。为了保证根据简单数学模型设计的系统能够达到预定目标，在其综合过程中，要求控制器对控制对象的模型误差具有一定的“容忍性”。这种“容忍性”在学术上一般被称为控制系统的鲁棒性。控制系统设计中对鲁棒性的普适性要求意味着，在建模过程中不仅需要提供控制对象的名义模型，而且需要提供该名义模型与鲁棒控制理论相匹配的误差限。

由于实际控制对象对外部激励信号响应过程的复杂性，因此其名义模型所能反映的通常仅仅是它动态特性的“主导”部分。换言之，鲁棒控制理论中所要求的名义模型误差不仅需要包含该名义模型的参数误差，同时还必须包含控制对象未建模动态所导致的误差。鲁棒控制理论的这些特点导致了与其相对应的建模理论必须采用同经典系统辨识理论中“系统辨识＝模型定阶＋参数辨识”具有实质性差异的研究方法。

自 20 世纪 80 年代中后期以来，在以 H_∞ 优化理论为代表的鲁棒控制理论发展的激励下，研究人员对鲁棒控制建模问题的兴趣越来越高。经过众多研究人员二十余年的辛勤工作，围绕这一课题目前已经形成了一系列系统性很强的理论结果。虽然宣称这些理论结果已经完全成熟现在尚为时过早，但笔者认为对其现阶段结果进行系统性总结是非常必要的。这主要是因为，针对该课题所积累的大量研究文献已经到了初学者难以入门的状况。同时，对于该课题中的一些基本问题，目前已形成了一些被广泛接受的结论。鉴于以上考虑，本书尝试着结合作者本人对模型集辨识问题十余年研究工作的体会和结果，对其主要内容和基本结论进行系统性总结。其中包括确定性和随机性框架下模型集辨识与检验问题的描述和主要结论，基于时域实验数据和基于频域实验数据的模型集辨识与

检验问题的联系与特点，闭环情形下对模型集辨识与检验问题的处理，等等。为了便于读者阅读和理论其主要内容，本书还简要地介绍了模型集辨识与检验中所涉及的主要数学知识，并对鲁棒控制的基本思想和主要结论以及鲁棒控制理论中的模型集描述方法作了概略性叙述。同时，还针对具体的问题，对需要进一步研究的课题和与之相关的主要参考文献作了简要介绍。希望这种处理能够为读者更加深入地了解模型集辨识领域的状况提供一定的方便。

本书是作者多年来在这一领域工作的积累与总结。这些研究工作得到了国家教育部、国家自然科学基金会、荷兰控制与系统协会以及日本文部省等多项研究基金支持。清华大学自动化系郑大钟先生对本书的出版和作者本人的研究工作给予了许多热情鼓励和帮助。在此，一并表示感谢。最后，本人还要对前日本大阪大学教授、现日本东京大学教授的木村英纪先生表示谢意。他的为人态度与治学方法以及在作者攻读博士学位期间于研究课题上的前瞻性指导，使作者对研究工作的真实含义有了许多与从前不同的体会。

书中采用的主要符号(notation)

$\|a\|$	复数/实数 a 的绝对值。
$\\|a\\|$	向量/矩阵/算子 a 的范数。
$\\|\|a(t)\|\\|$	信号 $a(t)$(t 为连续/离散变量)的范数。
$p!$	正整数 p 的阶乘。
$\sup f(x)$	函数 $f(x)$的上确界。
$\operatorname{ess\,sup} f(x)$	函数 $f(x)$的本质上确界。
$\max f(x)$	函数 $f(x)$的最大值。
$\inf f(x)$	函数 $f(x)$的下确界。
$\operatorname{ess\,inf} f(x)$	函数 $f(x)$的本质下确界。
$\min f(x)$	函数 $f(x)$的最小值。
$\arg \sup\limits_{x} f(x)$	使函数 $f(x)$达到其上确界的自变量取值。类似地,可以定义 $\arg \max\limits_{x} f(x)$, $\arg \inf\limits_{x} f(x)$及 $\arg \min\limits_{x} f(x)$。
$\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}$	函数 $f(x,y)$相对于自变量 x 的偏微分。
$\bar{a}$ 或 a^*[①]	复数/复数向量/复数矩阵 a 的共轭。
$[a]$	小于 a 的最大整数。
$\mathrm{Re}(a)$	复数标量/向量/矩阵 a 的实部。
$\mathrm{Im}(a)$	复数标量/向量/矩阵 a 的虚部。
$[A]_{ij}$ 或 $a(i,j)$	矩阵 A 的第 i 行第 j 列元素。
e_i	n 维实数/复数欧几里得空间的第 i 个正交基,即除第 i 行元素为 1 外其余元素皆为零的 n 维列向量。
$a(i)$	列向量 a 的第 i 行元素/行向量 a 的第 i 列元素。
$[a_{ij}]_{i=1,j=1}^{i=m,j=r}$	第 i 行第 j 列元素为 a_{ij} 的 $m\times r$ 维矩阵。
A^{H}	矩阵 A 的共轭转置矩阵。
A^{T}	矩阵 A 的转置矩阵。
$A^{\dagger}$	矩阵 A 的 Moore-Penrose 伪逆矩阵。
A^{-1}	矩阵 A 的逆矩阵。
$\bar{\sigma}(A)$	矩阵 A 的最大奇异值。
$\sigma_i(A)$	矩阵 A 按递减顺序排列的第 i 个奇异值(相同奇异值计算重数)。
$\rho(A)$	矩阵 A 的谱半径,即矩阵 A 特征值幅度的最大值。

---

① 本书中向量和矩阵均用白体表示,以后不再说明。

$\det(A)$	矩阵 A 的行列式。
$\mathrm{rank}(A)$	矩阵 A 的秩。
$\mathrm{tr}(A)$	矩阵 A 的迹。
$\Vert A \Vert_F$	矩阵 A 的 Frobenius 范数，定义为 $\Vert A \Vert_F=\sqrt{\mathrm{tr}(AA^H)}$。
$\mathcal{N}(A)$	矩阵 A 的零化空间，即 $\mathcal{N}(A)=\{\alpha \mid A\alpha=0\}$。
$\mathrm{Range}(A)$	矩阵 A 的生成空间，定义为 $\mathrm{Range}(A)=\{x \mid x=A\alpha\}$。当 $a_i\vert_{i=1}^n$ 为具有相同维数的列向量时，$\mathrm{Range}(a_i\vert_{i=1}^n)$ 定义为 $\mathrm{Range}([a_1\ a_2\ \cdots\ a_n])$。
$\mathrm{diag}\{A_i\vert_{i=1}^n\}$	第 i 行第 i 列元素为 A_i 的对角阵，有时也记为 $\mathrm{diag}\{A_1\quad A_2 \cdots A_n\}$。当 A_i 为矩阵时，代表分块对角阵。
$A\otimes B$	矩阵 A 和矩阵 B 的 Kronecker 积。
$O(x)$	同阶无穷小。指任意具有性质 $\lim\limits_{x\to 0}\left\vert\dfrac{O(x)}{x}\right\vert<\infty$ 的函数。
$o(x)$	高阶无穷小。指任意具有性质 $\lim\limits_{x\to 0}\left\vert\dfrac{o(x)}{x}\right\vert=0$ 的函数。
$\mathrm{sgn}x$	符号函数。在 $x\neq 0$ 时，定义为 $\mathrm{sgn}x=\dfrac{x}{\vert x\vert}$。
$\ln x$	x 的自然对数。
Π_N	切尾算子(truncation operator)。对于无穷序列 $u=u_i\vert_{i=0}^{\infty}$，$\Pi_N(u)$ 定义为 $\Pi_N(u)=u_i\vert_{i=0}^{N-1}$。
$T_z(u,N,\rho)$	由序列 $u=[u_0\quad u_1\quad \cdots\quad u_{N-1}]$ 和实数标量 ρ 确定的下三角块状 Toeplitz 矩阵。具体定义为 $T_z(u,N,\rho)=\begin{bmatrix} u_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \rho u_1 & u_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{N-1}u_{N-1} & \rho^{N-2}u_{N-2} & \cdots & u_0 \end{bmatrix}$ 当 $\rho=1$ 或 N 不是十分重要时，ρ 或 N 通常被省略。
(x,y)	向量 x 与向量 y 的内积。
$\mathcal{HM}(\Phi,\varepsilon)$	ε 的齐次变换(homogenous transformation)。当 $\Phi=\begin{bmatrix}\Phi_{11} & \Phi_{12}\\ \Phi_{21} & \Phi_{22}\end{bmatrix}$ 时，定义为 $\mathcal{HM}(\Phi,\varepsilon)=[\Phi_{11}\varepsilon+\Phi_{12}][\Phi_{21}\varepsilon+\Phi_{22}]^{-1}$。
$\mathcal{F}_l(\Phi,\varepsilon)$	ε 的下线性分式变换(lower linear fractional transformation)。当 $\Phi=\begin{bmatrix}\Phi_{11} & \Phi_{12}\\ \Phi_{21} & \Phi_{22}\end{bmatrix}$ 时，定义为 $\mathcal{F}_l(\Phi,\varepsilon)=\Phi_{11}+\Phi_{12}\varepsilon[I-\Phi_{22}\varepsilon]^{-1}\times\Phi_{21}$。

$\mathscr{F}_u(\Phi,\varepsilon)$	ε 的上线性分式变换(upper linear fractional transformation)。当 $\Phi=\begin{bmatrix}\Phi_{11} & \Phi_{12}\\ \Phi_{21} & \Phi_{22}\end{bmatrix}$时,定义为 $\mathscr{F}_u(\Phi,\varepsilon)=\Phi_{22}+\Phi_{21}\varepsilon[I-\Phi_{11}\varepsilon]^{-1}\Phi_{12}$。
$\left[\begin{array}{c\|c}A & B\\ \hline C & D\end{array}\right]$	传递函数阵的状态空间实现。具体有如下三种形式: $G(s)=D+C(sI-A)^{-1}B$ (连续系统,拉普拉斯变换) $G(z)=D+C(zI-A)^{-1}B$ (离散系统,Z 变换) $G(\lambda)=D+\lambda C(I-\lambda A)^{-1}B$ (离散系统,Λ 变换)
$x(t)*y(t)$	函数 $x(t)$和函数 $y(t)$的卷积。
$\{G(z),C(z)\}$	由传递函数阵 $G(z)$和传递函数阵 $C(z)$构成的闭环系统。
$G^{\sim}(z)/G^{\sim}(\lambda)/G^{\sim}(s)$	$G^{\sim}(z)=G^{\mathrm{T}}(z^{-1})/G^{\sim}(\lambda)=G^{\mathrm{T}}(\lambda^{-1})/G^{\sim}(s)=G^{\mathrm{T}}(-s)$。
$\\|H(\lambda)\\|_2$	传递函数阵 $H(\lambda)$的 $\mathscr{L}_2$ 或 $\mathscr{H}_2$ 范数。定义为 $\\|H(\lambda)\\|_2=\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{tr}(H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})H^{\mathrm{H}}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}))\mathrm{d}\omega}$。$\\|H(s)\\|_2$ 具有类似的定义。
$\\|H(\lambda)\\|_\infty$	传递函数阵 $H(\lambda)$的 $\mathscr{L}_\infty$ 或 $\mathscr{H}_\infty$ 范数。定义为 $\\|H(\lambda)\\|_\infty=\sup\limits_{0\leqslant\omega\leqslant 2\pi}\bar{\sigma}(H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}))$。$\\|H(s)\\|_\infty$ 具有类似的定义。
$\\|H(\lambda)\\|_1$	传递函数阵 $H(\lambda)$的 l_1 范数。当 $H(\lambda)=\sum\limits_{i=0}^{\infty}H_i\lambda^i,H_i\in\mathscr{R}^{m\times n}$ 时,$\\|H(\lambda)\\|_1=\max\limits_{1\leqslant l\leqslant m}\sum\limits_{i=0}^{\infty}\sum\limits_{j=1}^{n}\|h_i(l,j)\|$。
$\mathrm{E}(x)$	随机向量 x 的数学期望/均值。
$\mathrm{var}(x)$	随机向量 x 的方差阵。
$\mathrm{cov}(x,y)$	随机向量 x 和随机相量 y 的协方差阵。
$\mathrm{Cum}(x_i\|_{i=1}^n)$	随机变量 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的 n 阶联合累积量(cumulant)。
$\mathrm{Prob}(x)$	随机事件 x 发生的概率。
$y\|(x=x_0)$	随机向量 x 取值为 x_0 时的随机向量 y。
$x\sim f_x(\alpha)$	随机向量 x 服从概率密度函数 $f_x(\alpha)$的分布。
$\mathscr{N}_r(\mu,\Sigma)$	数学期望为 μ、方差阵为 Σ 的实正态分布。
$\mathscr{N}_c(\mu,\Sigma)$	数学期望为 μ、方差阵为 Σ 的复正态分布。
$C_{\mathscr{N},\alpha}$	一个服从 $N_r(0,1)$分布的随机变量不超过 α 的概率。
$F(c,d)$	分子和分母自由度分别为 c 和 d 的 F 分布。
$C_{F,\alpha}^{c,d}$	一个服从 $F(c,d)$分布的随机变量不超过 α 的概率。
$\chi^2(n)$	自由度为 n 的 χ^2 分布。
$C_{\chi,\alpha}$	一个服从 $\chi^2(2)$分布的随机变量不超过 α 的概率。

书中采用的主要记号(symbol)

s. t.	subject to 的缩写,意思为在……条件下。
$\stackrel{\text{def}}{=}$	定义为。
$\forall$	任意的,全部的。
$\in$	属于。
$\cap$	求交集的运算。
w. p. 1	with probability 1 的缩写,意思为依概率 1。
$\xrightarrow{d}$	依分布收敛。
$\mathscr{R}$	由所有实数构成的空间。
$\mathscr{R}^n$	由所有 n 维实数列向量构成的空间。
$\mathscr{R}^{m\times n}$	由所有 $m\times n$ 维实数矩阵构成的空间。
$\mathscr{C}$	由所有复数构成的空间。
$\mathscr{C}^n$	由所有 n 维复数列向量构成的空间。
$\mathscr{C}^{m\times n}$	由所有 $m\times n$ 维复数矩阵构成的空间。
I_n	$n\times n$ 维单位矩阵。在维数不是十分重要时,下标 n 通常省略。
$\mathscr{D}$	复平面上以原点为中心的单位半径圆盘,即 $\mathscr{D}=\{\lambda \mid \lambda\in\mathscr{C}, \lvert\lambda\rvert\leqslant 1\}$。
$\partial\mathscr{D}$	复平面上以原点为中心的单位半径圆周,即 $\partial\mathscr{D}=\{\lambda \mid \lambda\in\mathscr{C}, \lvert\lambda\rvert=1\}$。
$\mathscr{D}_\rho$	复平面上以原点为中心半径为 ρ 的圆盘,即 $\mathscr{D}_\rho=\{\lambda \mid \lambda\in\mathscr{C}, \lvert z\rvert\leqslant\rho\}$。
$\mathscr{L}_\infty^{p\times q}(\partial\mathscr{D})$	单位圆周 $\partial\mathscr{D}$ 上有界的 $p\times q$ 维矩阵函数组成的集合。在维数不是很重要时,上标 $p\times q$ 通常省略。
$\mathscr{H}_\infty^{p\times q}(\mathscr{D})$	$\mathscr{L}_\infty^{p\times q}(\partial\mathscr{D})$ 中,在 $\lvert\lambda\rvert<1$ 时解析的所有矩阵函数构成的集合。在维数不是很重要时,上标 $p\times q$ 通常省略,有时也简写为 $\mathscr{H}_\infty$。
$\mathscr{H}_\infty^{-(p\times q)}(\mathscr{D})$	$\mathscr{L}_\infty^{p\times q}(\partial\mathscr{D})$ 中在 $\lvert\lambda\rvert>1$ 时解析的矩阵函数构成的集合。在维数不是很重要时,上标 $p\times q$ 通常省略,有时也简写为 $\mathscr{H}_\infty^-$。
$\mathscr{L}_2^{p\times q}(\partial\mathscr{D})$	单位圆周 $\partial\mathscr{D}$ 上 Frobenius 范数可积的 $p\times q$ 维矩阵函数组成的集合。在维数不是很重要时,上标 $p\times q$ 通常省略。
$\mathscr{H}_2^{p\times q}(\mathscr{D})$	$\mathscr{L}_2^{p\times q}(\partial\mathscr{D})$ 中,在 $\lvert\lambda\rvert<1$ 时解析的矩阵函数构成的集合。在维数不是很重要时,上标 $p\times q$ 通常省略。
$\mathscr{H}_2^{\perp(p\times q)}(\mathscr{D})$	$\mathscr{L}_2^{p\times q}(\partial\mathscr{D})$ 中,在 $\lvert\lambda\rvert>1$ 时解析的矩阵函数构成的集合。在维数

不是很重要时，上标$p\times q$通常省略。

$\mathscr{H}_1^{p\times q}(\mathscr{D})$　由在$|\lambda|<1$时解析且具有有限l_1范数的所有矩阵函数构成的集合。在维数不是很重要时，上标$p\times q$通常省略。

$\mathscr{H}_{\infty,M}^{p\times q}(\mathscr{D}_\rho)$　圆盘$\mathscr{D}_\rho$上最大奇异值不超过M的$p\times q$维矩阵函数组成的集合。在维数不是很重要时，上标$p\times q$通常省略。

$\mathscr{H}_2^{p\times q}(\mathscr{D}_\rho)$　由在圆盘$\mathscr{D}_\rho$内部解析且$\sup\limits_{0\leqslant r<\rho}\int_0^{2\pi}\mathrm{tr}(H(re^{j\omega})H^{\mathrm{H}}(re^{j\omega}))\mathrm{d}\omega$为有限值的$p\times q$维矩阵函数组成的集合。在维数不是很重要时，上标$p\times q$通常省略。

$l_\infty[0,\infty)$　由满足$\sup\limits_{k\geqslant 0}|w_k|<\infty$的复数序列$w_k|_{k=0}^{\infty}$构成的空间。

$\mathscr{B}l_\infty[0,\infty)(\epsilon)$　由满足$\sup\limits_{k\geqslant 0}|w_k|<\epsilon$的复数序列$w_k|_{k=0}^{\infty}$构成的空间。

$l_2^{p\times q}[0,\infty)$　由满足$\sum\limits_{k=0}^{\infty}\mathrm{tr}(w_k w_k^{\mathrm{H}})<\infty$的$p\times q$维复数矩阵序列$w_k|_{k=0}^{\infty}$构成的空间。在$p=q=1$时，上标$p\times q$通常省略。

$\mathscr{P}_n$　由所有阶数不超过$n-1$的有限单位脉冲响应模型构成的集合，即$\mathscr{P}_n=\left\{H(\lambda)\,\middle|\,H(\lambda)=\sum\limits_{i=0}^{n-1}H_i\lambda^i\right\}$。

$E(\mathscr{H}_{\infty,M}^{p\times q}(\mathscr{D}_\rho),\mathscr{P}_n)$　传递函数阵集合$\mathscr{H}_{\infty,M}^{p\times q}(\mathscr{D}_\rho)$和$\mathscr{P}_n$之间的距离。

目录

第1章 绪论

在科学研究中，一个非常重要的课题是认识所要研究的对象的运动规律。这种规律可以是用表格表示的，也可以是以曲线表示的，或者是以数学公式表示的，或者是这几种方法的混合使用。通常，这种对对象运动规律的描述被称为对象的模型。

在具体的建模过程中，一般有三种方法可以选择。第一种方法是根据基本的物理定律，通过对对象的结构进行分析，综合对象各组成部分的运动规律而得到对象整体的运动规律。第二种方法是建立在实验数据基础上的。在这种方法中，对象内部结构的重要性将不再十分突出，而对模型的评价却是本质性的。第三种方法是综合利用对象的结构特性和实验数据。

模型的建立基本上涉及了科学研究的所有领域。无论是社会科学，还是自然科学，人们都期望能够深刻地认识事物的内在运动规律，以便在此基础上对其运行过程中的某些结果进行预测乃至控制。建模工作的这种广泛性使得在不同领域耕耘的研究者们有了一些共同语言，如最小二乘法、极大似然法、模型的无偏性、模型的优效性等。同时，模型的广泛需求也使得任何一本关于模型构建的著作都必须与某一特定的应用领域密切地联系起来。根据不同的应用领域，模型的表达方式与评价都具有其本身的特殊性。这种现象是如此的普遍，足以使得人们对其不加任何抵抗地予以接受。例如，在考察宏观世界的运动时，牛顿力学模型通常被应用；而在研究微观世界时，量子力学已被证明是迄今为止的最好手段。又如，在讨论地球上物体的运动时，一般可以假设地球是静止不动的。但是，在人造卫星和宇宙飞船等的发射过程中，地球作为一个静止的参考系将不再正确。再如，在汽车驾驶过程中，我们经常需要实现车辆的加速、减速、左转、右转、前进、后退等动作。达到这些目的的手段目前依然是我们的手脚及汽车的方向盘等机械装置。技术娴熟