

中国数学史大系

李冶
朱世杰
与
金元数学

孔国平 著

王渝生 刘钝 主编

河北科学技术出版社

中国数学史大系

王渝生 刘钝 主编

李冶朱世杰与金元数学

孔国平 著

河北科学技术出版社

A Series of the History of Mathematics in China
Chief Editors Wang Yusheng & Liu Dun

**Li Ye , Zhu Shijie and Mathematics in
Jin and Yuan Dynasties**

Kong Guoping

Hebei Science and Technology Publishing House
1999

图书在版编目 (CIP) 数据

李冶朱世杰与金元数学/孔国平著. — 石家庄: 河北科学技术出版社, 2000

(中国数学史大系/王渝生, 刘钝主编)

ISBN 7-5375-1884-X

I. 李… II. 孔… III. ①数学史-中国-金代②数学史-中国-元代 IV. 0112

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 11833 号

中国数学史大系

李冶朱世杰与金元数学

孔国平 著

河北科学技术出版社出版发行(石家庄市和平西路新文里8号)

河北新华印刷一厂印刷 新华书店经销

850×1168 1/32 15.125 印张 393000 字 2000 年 2 月第 1 版

2000 年 2 月第 1 次印刷 印数:1—3000 定价:38.00 元

编委会成员

顾问 苏步青 吴文俊 程民德 杜石然

主编 王渝生 刘 钝

编委 (以姓氏笔画为序)

孔国平 王浩荧 纪志刚 孙天放

刘永亭 何绍庚 劳汉生 杜同彦

张奠宙 邹大海 郭书春 韩 琦

傅祚华

《中国数学史大系》编委会工作会议



著名数学家吴文俊院士与《中国数学史大系》

编委会部分人员合影

前排左起：郭书春 张奠宙 吴文俊 何绍庚 王浩荧

后排左起：孔国平 韩琦 傅祚华 王渝生 杜同彦

刘钝 刘永亭 邹大海

振兴中华
复兴中华传统数学

此祝

《中国数学史大系》

出版问世

吴文俊敬贺

一九九八.十二.二十八

序

中国古代数学是中国传统科学文化百花园中一朵璀璨的奇葩。自先秦以迄清末，在广袤的中国大地上，出现了一批又一批天才的数学大师，撰写了一部又一部经典的数学名著，取得了一项又一项领先世界的辉煌成就。近代以来，中国数学家又在艰难困苦中，继承中国古代数学的优秀传统，汲取西方近代数学的先进精华，中西结合，融会贯通，努力攀登数学高峰。可以预料，中国将在 21 世纪成为世界上的数学大国，其前景灿烂，令人备受鼓舞。

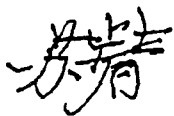
中国数学史的现代研究，肇始于李俨(1892—1963 年)、钱宝琮(1892—1974 年)两位前辈。近百年来，中国数学史家人才辈出，中国数学史专著蔚为大观。中国数学史的研究成果极大地丰富了中国传统科学文化的宝库，增强了炎黄子孙的民族自尊心和自信心；而且所发掘出



来的中国传统数学思想和方法，对当代数学科学前沿研究也有很大的借鉴和启发作用，中国机械化数学的崛起就是其中成功的一例。

中国科学院自然科学史研究所两位比较年轻的数学史学者王渝生和刘钝，是改革开放以来中国招收的第一批数学史专业研究生。他们积 20 年来的学习心得和研究成果，组织了 10 多位老、中、青数学史学者，编撰了这套 12 卷本的《中国数学史大系》，以时间顺序为经，以重要人物、典籍、成就、事件等内容为纬，纵横交识出一部中国数学发展历程的宏伟画卷；不仅涉及到重要的数学家、数学著作、数学思想、理论和方法，而且兼及数学与其他学科以及政治、经济、文化的关系和中外数学交流与比较等，叙述较为全面、系统和新颖，具有自己的风格和特色。

中国科学院将此套丛书的编撰列为“九五”重点科研课题，河北科技出版社斥资支持此项研究工作并高质量、高速度地出版这套丛书，我闻讯至为欣慰，是为序。



1999 年 3 月 12 日

于上海

前言

众所周知，宋金元数学是中国传统数学的高峰，在世界数学史上占有重要的地位。这一时期的数学发展主流是方程理论，从金代的天元术，经二元术、三元术到元代的四元术，呈现出一种连续发展的趋势。金代数学的抽象性比前代增强，体例也开始发生变化，出现了以演绎为主的数学体系。另外，金元数学还实现了程序化和半符号化。李冶的《测圆海镜》及朱世杰的《四元玉鉴》表明，金元数学在代数领域居于世界领先地位。不幸的是，自朱世杰以后，中国数学便走了下坡路，直到明末清初才由于西方数学的传入而有所回升。

那么，金元数学的繁荣局面是怎样形成的？这一时期有哪些令人瞩目的数学成果？是如何取得的？数学家们表现出哪些杰出的思想？元末的数学理论为什么会衰退？本书的宗旨就是探讨这些问题，并试图给出答案。

实际上，金元时代的数学已引起国内外数学史界的广泛关注。笔者也在这方面发表过若干著作和论文，如《李冶传》、《测圆海镜导读》、《再论宋元时期的天元术》、《朱世杰评传》、《宋元时期的哲学与数学》、《对李冶〈益古演段〉的



研究》、《测圆海镜的构造性》等。作为一部总结性著作，本书尽量把本人及其他学者的研究成果包容进来，并在此基础上提出一些新观点，给出一些新材料。（元代后期数学与明代数学关系密切，故由撰写明代数学的学者执笔。为避免重复，本书从略。）

在写作过程中，笔者先后参考了古今中外文献 200 余种，包括不少当代学者的著述。现择要记之，以表示对这些学者的感谢（按作者姓氏笔画排序）：白尚恕、李迪，《十三世纪中国数学家王恂》；劳汉生，《元代数学教育史》；杜石然，《朱世杰研究》、《试论宋元时期中国和伊斯兰国家间的数学交流》；李迪，《中国数学史简编》；（法）林力娜（K. Chemla）撰，郭世荣译，《李冶〈测圆海镜〉的结构及其对数学知识的表述》；胡明杰，《四元术的一般化程度》；郭书春，《〈河防通议〉算法门初探》；钱宝琮，《中国数学史》；梅荣照，《李冶及其数学著作》；（新加坡）蓝丽蓉、（马来西亚）洪天赐，《李冶和〈益古演段〉》。

在上述学者中，我要特别感谢李迪先生和杜石然先生，我是在两位恩师的引导下步入数学史之门并登堂入室的。十余年来，我在先生的治学精神感召下，不管是当老师还是做编辑，始终不忘数学史研究，在业余时间笔耕不辍，发表著述百余万字。可谓“十年冷板凳，百万拙文章”！

由于笔者的水平及时间所限，书中的缺点错误在所难免，欢迎数学史界同仁及各界读者批评、指正。

孔国平

1998 年 12 月 28 日

目 录

第一章 金元数学概观	[1]
第一节 时代背景.....	[1]
一、数学知识的积累酝酿着新的数学思想	
.....	[1]
二、生产力的发展对数学的促进	[2]
三、数学教育	[3]
四、思想自由的社会环境	[9]
五、各哲学流派对金元数学的影响	[10]
第二节 主要成就.....	[15]
一、从天元术到四元术	[15]
二、天文历法和水利工程中的数学	[18]
三、高阶等差级数	[21]
第三节 中外数学交流.....	[22]
一、中国数学的外传	[22]
二、阿拉伯数学的传入	[25]
第四节 元代数学衰落之原因.....	[28]
一、传统数学本身的局限性	[28]
二、元代数学衰落的社会原因	[30]
第二章 李冶生平及学术思想	[36]
第一节 李冶生平.....	[36]
一、李冶在金末的生活	[36]
二、流亡中的学术生涯	[42]



三、李冶回元氏以后的活动	[47]
第二节 李冶的学术思想	[61]
一、崇尚自然	[61]
二、执着追求	[65]
三、独立思考	[66]
四、晓然示人	[68]
五、人性论	[68]
六、文学思想	[70]
七、史学思想	[73]
第三章 《测圆海镜》	[81]
第一节 《测圆海镜》成书背景	[81]
一、古代的方程理论	[81]
二、早期的天元术著作	[82]
三、洞渊的天元术	[83]
四、石信道的天元术	[88]
五、《测圆海镜》是怎样写成的	[89]
第二节 内容分析	[90]
一、天元式与天元术	[90]
二、各卷内容评介	[93]
三、演绎体系	[118]
第三节 《测圆海镜》的学术价值	[130]
一、体例上的进步	[130]
二、摆脱几何思维的束缚	[133]
三、先进的数学符号	[147]
四、《测圆海镜》的不足之处	[150]
第四节 后人《测圆海镜》的研究	[152]
一、明清学者对《测圆海镜》的研究	[152]
二、朝鲜学者对《测圆海镜》的研究	[159]

三、20 世纪学者对《测圆海镜》的研究	[160]
第五节 《测圆海镜》版本考	[163]
第四章 《益古演段》	[173]
第一节 内容分析	[173]
一、书名和体例	[173]
二、数学名词	[183]
三、题的核心部分——法	[184]
四、全书问题一览表	[193]
第二节 条段法与天元术	[196]
一、条段法是几何方法	[196]
二、从条段法到天元术	[200]
三、用条段法证明天元术	[205]
四、天元术的优越性	[208]
第三节 数学理论的创新	[211]
一、化多元问题为一元问题	[211]
二、连枝同体术与之分术	[217]
第四节 《益古演段》评述	[220]
一、《益古演段》的价值	[220]
二、《益古演段》的缺点和局限性	[221]
第五节 《益古演段》版本考	[223]
第六节 李冶与笛卡儿	[227]
第五章 王恂及其数学成就	[231]
第一节 王恂的生平及学术思想	[231]
一、王恂生平	[231]
二、王恂的学术思想	[233]
三、王恂与郭守敬的关系	[237]
第二节 王恂的数学成就	[238]
一、《授时历》中的数学	[238]

二、三次内插法	[240]
三、坐标变换	[248]
四、天元术与开方法	[254]
第六章 《革象新书》与《河防通议》	[261]
第一节 赵友钦与《革象新书》	[261]
一、赵友钦生平	[261]
二、《革象新书》	[263]
三、赵友钦的割圆术	[265]
第二节 沙克什与《河防通议》	[270]
一、沙克什生平	[270]
二、《河防通议》	[272]
三、《河防通议》中的数学成就	[276]
第七章 朱世杰生平及数学思想	[291]
第一节 朱世杰生平	[291]
第二节 朱世杰的数学思想	[294]
一、以明理为务	[294]
二、数学的纯粹性与应用性相结合	[298]
三、朱世杰的转化思想	[301]
四、提高数学的抽象程度和一般化程度	[306]
五、重视数学的普及	[308]
第八章 《算学启蒙》	[312]
第一节 内容分析	[312]
一、总括	[312]
二、卷上	[320]
三、卷中	[328]
四、卷下	[336]
第二节 学术价值	[349]
一、线性方程组解法的创新	[349]

二、用代数方法解决几何问题	[352]
三、算法研究	[355]
四、垛积术	[358]
第三节 《算学启蒙》的流传与影响	[360]
第九章 《四元玉鉴》	[363]
第一节 《四元玉鉴》成书背景	[363]
第二节 内容分析	[366]
一、卷首	[367]
二、卷上	[379]
三、卷中	[389]
四、卷下	[402]
第三节 四元术	[412]
一、关于四元高次方程组的建立	[412]
二、四元消法	[414]
三、四元式的运算	[425]
四、四元术的局限性	[428]
第四节 垛积、招差	[431]
一、垛积术	[431]
二、招差术	[439]
第五节 《四元玉鉴》的学术价值	[444]
一、天元术的发展	[445]
二、四元术的创立	[446]
三、高阶等差级数求和	[447]
四、深入的几何研究	[448]
第六节 《四元玉鉴》的流传与影响	[449]
附录一 高次方程的数值解法	[454]
附录二 沈钦裴的四元术补草	[463]

第一章

金元数学概观

第一节 时代背景

一、数学知识的积累酝酿着新的数学思想

宋金元数学高潮的出现决不是偶然的,有着深刻的内在原因。枝叶繁茂的金元数学之树,深深扎根于前代。从汉到唐,方程理论已有了相当的发展。二次方程的解决早已被人们掌握,唐代又解决了三次方程问题。到北宋时期,贾宪发明了解高次方程的增乘开方法,但方程的常数项恒为正。刘益的正负开方术则突破这一限制,各系数可正可负。贾宪的方程都是 $x^n = B$ (其中 $n \leq 4$, B 为正有理数) 的特殊形式,刘益则解出了一般的四次方程。在此基础上,考虑更高次乃至任意次方程的解法是顺理成章的。金代的李冶及同时期的南宋数学家秦九韶,都掌握了任意次的方程解法。李冶书中的方程最高为六次,秦九韶书中的方程最高为十次。

宋金时期的方程推导方法也有重大改变。

