

大學叢書

高級統計學

艾 偉 著

商務印書館發行

大學叢書
高級統計學

艾偉著

商務印書館發行

大學叢書委員會
委員

丁燮林君 王世杰君 王雲五君
任鴻雋君 朱經農君 朱家驥君
李四光君 李建勛君 李書華君
李書田君 李聖五君 李權時君
余青松君 何炳松君 辛樹幟君
吳澤霖君 吳經熊君 周仁君
周昌壽君 秉志君 竺可楨君
胡適君 胡庶華君 姜立夫君
翁之龍君 翁文灝君 馬君武君
馬寅初君 孫貴定君 徐誦明君
唐鋮君 郭任遠君 陶孟和君
陳裕光君 曹惠羣君 張伯苓君
梅貽琦君 程天放君 程演生君
馮友蘭君 傅斯年君 傅運森君
鄒魯君 鄭貞文君 鄭振鐸君
劉秉麟君 劉湛恩君 黎照寰君
蔡元培君 蔣夢麟君 歐元懷君
顏任光君 顏福慶君 羅家倫君
顧頡剛君

大 學叢書

高 級 統 計 學

序

統計學在現在可算都知道他的重要了。關於統計學的教本，在坊間所出版雖已汗牛充棟，然他們大半為譯本，或由幾本外國書編譯而成，欲求一富有研究材料的書，實如鳳毛麟角，不可多得；其結果也，有許多問題在教科書上，殊無澈底之解決；而大學生於修完此課之後，轉往中學擔任教授之時，遂亦窮於應付。作者有鑒於是，在最近七年之中，於授課之餘，嘗自設題研究以求解決，或於授課之時，常常更換方法以資比較。最好者莫如學生之間難，因為有所問始有所答，所答而不能解其惑，則思之，重思之，以求新的解釋，簡單的解釋，或清楚的解釋。去年授課之時，有解釋未盡者，則於今年用新法解釋之；今年授課之時，又生新的問題，而不能解釋圓滿者，則留待明年解釋。總之，作者在教室中解釋問題，雖偶有不能詳盡者，而對於學生之發問，則仍極端歡迎。其實在本書中間有一二新穎材料，或新穎解釋，在他書中所未曾見者，皆七年來十次統計班同學發問之所賜也。不過，七年來十次授課，經驗極短，故問題之未能解釋詳盡者，仍所在皆是，希望再五年或十年後，再有新的經驗和實驗，再行供獻於世。

最近七年中，作者在國立中央大學，擔任中華教育文化基金董事會所設之教育心理講座，因此得有研究問題並應用統計之機會。本書

中所有之證例材料，大半取之於七年來之實驗結果中。這結果在現在已彙集得非常之多，本統計學因限於篇幅，未能盡量容納，惟有再俟數年，材料加多，另編試驗教育專書耳。

本書命名曰教育學院統計學或高級統計學，所以分別高級師範統計學或初級統計學也。近年以來吾國所出版之專書，實屬寥若晨星，不可多覩，因此，大學所用之教本，不但高中用之，即初中亦用之。結果：在授者方面，既含混其辭；而在學者方面，又囫圇吞棗。這當然不是一種辦法，我們亦應當急起圖救。補救之方在同時編兩級書，俾各自劃分，不相互用。所以作者的這本書是為教育學院學生或大學學生作統計教本用的，或為中學教員作參考書用的。至於高級師範統計學現在編輯中，希望後此一年出版以應需要。

這本書的材料雖不豐富，然每星期授課三次，在一學期內決授不完；即每星期授課四次，在一學期內亦授不完。在教育學院裏最好或至少將統計學定為一年的學程，而在這一年內每星期授課三小時。如此辦法，則除授完本書內容外，可令學生作有系統的長期練習，或總溫習。此辦法若做不到，則本書除刪去一部分次要的材料外，須於一學期內，每星期四小時，授完之。這樣辦法似為最低限度。統計學在教育學院裏既被承認為重要的學科，然則在一學期內每星期多花一小時豈不算是正當的嗎？

這本書雖名為高級統計學，而其實止分量加多。關於各公式的數學理論並未在此介紹，因為那是數理統計學所有的事。在這本書內間或應用微積分學以引申公式；這是因為重要的公式有引申之必要，且此

種引申又係直接的，即經一步微積分學之解釋，即能達到公式者。至於間接的引申，或用幾次高等數學原理，轉換幾個公式，始能引申到我們所用的公式者，則一概免去。其實，學者若於微積分學未曾習過，即此直接的引申亦可不必注意，因不注意於此，於應用上並不發生困難也。

這本統計學在從前是一部講義，數年來經過幾次更改者。作者於統計學既非專長，而所有經驗亦屬不豐，因此本書中挂漏遺誤之處諒亦難免。尚希引用此書者於閱讀之餘，指示一切，俾至再版時得以更正。

末了還有一句要聲明的是：此書之抄寫與校正，書內圖表之製定，以及各種計算上之核對在在俱費心思。此種精細之工作，在最近之一年內，承費景瑚女士及嚴謙六，湯翼雲，鄭渭川，曹仞千四先生盡力襄助，是作者所應當感謝的，而在這個當兒尤不能使作者忘記的是七年來十次統計班上常好發問以求清楚的解釋的同學。

艾 偉

民國二十一年二月

南京國立中央大學

高 級 統 計 學

目 次

第一章 緒論

1 統計的意義.....	1
2 統計學在科學上的地位.....	2
3 統計學對於教育的貢獻.....	3
4 統計的範圍.....	3

第二章 次數的統計

5 材料的整理.....	10
6 次數的統計方法.....	10
7 組距寫法的討論.....	14

第三章 統計的圖示法

8 圖示的重要.....	23
9 直方圖與多邊圖.....	23
10 中點的擇定.....	26
11 直方，多邊兩圖的比較.....	27
12 多邊圖的修勻法.....	28

13 其他重要的圖示.....	35
-----------------	----

第四章 均數

14 均數的普通公式.....	38
15 次數表上均數的統計法.....	39
16 均數的簡捷統計法.....	40

第五章 中數

17 中數與中成績.....	47
18 中數的計算法.....	49
19 幾個特殊例子.....	53

第六章 衆數

20 衆數與組距的關係.....	59
21 衆數與均數，中數之關係.....	67

第七章 幾何均數

22 幾何級數與幾何均數.....	73
23 學習問題上幾何均數的用處.....	74
24 人口與物價的增加上幾何均數的用處.....	77

第八章 調和均數

25 調和均數的意義.....	81
26 調和均數的公式.....	82
27 調和均數與算術均數之關係.....	84
28 次數表上調和均數的計算法.....	86

第九章 差數

29 差數的重要.....	88
30 兩極差.....	89
31 二十五分值或四分位數.....	91
第十章 均差	
32 簡單差數的平均.....	97
33 均差的普通公式.....	97
34 複雜差數的平均.....	98
35 環中數求均差的實驗研究	111
第十一章 均方差	
36 均方差的便利	129
37 均方差的計算法	129
38 差數在曲線上之位置	137
39 相關的差異	139
40 偏態之量法	141
第十二章 百分等級	
41 分數制度與其範圍	144
42 等級的簡單計算法	144
43 百分等級計算法	145
44 百分等級的公式	147
45 百分等級的圖的表示	148
46 百分曲線的另一繪法	150
第十三章 二項分配	

47 錯列 155

48 組合 157

49 簡單機率 159

50 二項展開式 162

51 機率實驗 165

第十四章 常態曲線

52 曲線與公式 170

53 常態曲線公式的引申 171

54 次數多邊圖使成常態曲線 176

55 理論與實際 180

第十五章 常態分配圖的面積

56 面積的計算方法 189

57 等級與地位 192

58 常態圖面在測驗上的應用 198

第十六章 取樣的可靠性

59 樣子與全體之關係 203

60 機誤及其限度 204

61 機誤的公式 205

62 一個機誤的實驗 209

63 兩數相差的機誤 215

64 其他的機誤公式 216

第十七章 二數相關

65 緒論	218
66 相關係數	218
67 正相關與負相關	221
68 簡單的相關係數計算法	225
69 次數表上相關係數之求法	229
70 相關係數的意義	239

第十八章 回歸線

71 緒論	244
72 回歸線的求法	245
73 回歸的意義	247
74 回歸線與材料的數量	247
75 回歸方程	252
76 回歸方程上的差誤與機誤	260

第十九章 等級相關

77 等級相關的公式	262
78 等級相關的計算法	263
79 等級相關的機誤	267
80 幾個特殊例子	268

第二十章 非直線相關

81 非直線相關的重要	272
82 非直線相關的公式	273
83 相關比的限度	277

84 相關比的計算法 278

85 直線性的試驗 280

86 相關比與組距之關係 282

第二十一章 品質相關

87 緒論 285

88 四格表 287

89 皮爾生氏的餘弦 π 法 289

90 西巴 (Sheppard) 氏的異號法 290

91 接觸係數 292

92 質量相關 297

第二十二章 多數相關

93 部分相關 304

94 多數相關 310

95 部分的迴歸方程 313

表 次

表一	國立第四中山大學入學試驗錄取本預科新生 之國文成績表.....	12
表二	統計材料之初步整理.....	13
表三	組距之各種寫法.....	14
表四	第八種組距之詳細寫法.....	19
表五	中點與次數.....	26
表六	同上.....	27
表七	次數表(以 20 為組距).....	30
表八	次數表(以 5 為組距)	32
表九	均數與均方差之機誤.....	39
表十	均數計算的第一法.....	40
表十一	均數計算的第二法(a).....	41
表十二	均數計算的第二法(b).....	42
表十三	均數計算的第三法.....	43
表十四	中數計算的第一法.....	49
表十五	中數計算的第二法(a).....	51
表十六	中數計算的第二法(b).....	52
表十七	中數的特殊計算法(a).....	53
表十八	中數的特殊計算法(b).....	54

表十九	中數的特殊計算法(c).....	55
表二十	中數的特殊計算法(d).....	56
表二十一	中數的特殊計算法(e).....	56
表二十二	次數表(以二爲組距).....	60
表二十三	次數表(以三爲組距).....	60
表二十四	次數表(以四爲組距).....	60
表二十五	次數表(以六爲組距).....	61
表二十六	次數表(以七爲組距).....	61
表二十七	次數表(以八爲組距).....	61
表二十八	次數表(以九爲組距).....	61
表二十九	常態分配中之均中衆三數.....	68
表三十	偏態分配中之均中衆三數(a).....	69
表三十一	偏態分配中之均中衆三數(b).....	70
表三十二	理解成績之進步.....	75
表三十三	每次成績進步之表示.....	76
表三十四	均數與調和均數在應用上之分別	84
表三十五	次數表(計算調和均數).....	86
表三十六	二十五分值的計算(例一)	92
表三十七	二十五分值的計算(例二).....	94
表三十八	均差的計算(第一法).....	99
表三十九	均差的計算(第二法 a)	100
表四十	均差的計算(第二法 b)	102

表四十一	均差的計算(第三法)	106
表四十二	環中數與環均數的兩均差之比較(用第二法)	118
表四十三	環中數與環均數的兩均差之比較(用第三法)	120
表四十四	組距之大小在均差計算上之影響(用第一或 第二法)	121
表四十五	組距之大小在均差計算上之影響(用第三法)	122
表四十六	均方差的計算 第一法(a)	130
表四十七	均方差的計算 第一法(b)	131
表四十八	均方差的計算 第二法(a)	132
表四十九	均方差的計算 第二法(b)	133
表五十	均方差的證驗法	135
表五十一	計算差異係數的材料(a)	140
表五十二	計算差異係數的材料(b)	140
表五十三	百分等級表	146
表五十四	問題數與學生數之統計	151
表五十五	國幣連擲十次的機率表	163
表五十六	理論與實驗之比較	166
表五十七	第二實驗之結果	168
表五十八	σ 與其相當之縱線	177
表五十九	教師評判之等第表	193
表六十	化等第為 σ (甲)	194
表六十一	化等第為 σ (乙)	196

表六十二	化等第爲 σ (丙)	197
表六十三	等第化爲 σ 的總表	197
表六十四	問題艱難度之求法	199
表六十五	T 分數之求法	200
表六十六	機誤的機遇表	207
表六十七	均方差的機遇表	208
表六十八	機遇的實驗結果(第一次)	210
表六十九	機遇的實驗結果(第二次)	211
表七十	<u>塞艾二氏</u> 實驗結果之比較	213
表七十一	兩種教授法之比較	215
表七十二	簡單相關係數的計算法(其一)	226
表七十三	簡單相關係數的計算法(其二)	227
表七十四	求相關的材料	227
表七十五	簡單計算法(其三)	228
表七十六	統計班兩次月考成績	231
表七十七	相關表 第一步的整理	232
表七十八	相關表 第二步的整理	233
表七十九	相關係數的計算法(其一)	284
表八十	相關係數的計算法(其二)	287
表八十一	一部分計算法之表示	238
表八十二	相關係數大小及其等第之比較	240
表八十三	縱橫兩線的均數(由表七十八計算而出)	245