

DAXUESHENG
WULI
JINGSAI SHITI JIEDA
YU FENXI

李长江 等编

大学生 物理竞赛 试题解答 与分析

中国建材工业出版社

大学生物理竞赛试题 解答与分析

李长江 等编

中国建材工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学生物理竞赛试题解答与分析/李长江等编. —北京:中国建材工业出版社, 2004. 4

ISBN 7-80159-565-3

I. 大... II. 李... III. 物理—高等学校—解题
IV. 04-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 025286 号

大学生物理竞赛试题解答与分析

李长江 等编

出版发行:中国建材工业出版社

地 址:北京市西城区车公庄大街 6 号

邮 编:100044

经 销:全国各地新华书店

印 刷:北京鑫正大印刷有限公司

开 本:787mm×960mm 1/16

印 张:17.25

字 数:296 千字

版 次:2004 年 6 月第一版

印 次:2004 年 6 月第一次

印 数:1~4000 册

书 号:ISBN 7-80159-565-3/G·101

定 价:24.00 元

本书如出现印装质量问题,由我社发行部负责调换。联系电话:(010)68345931

前 言

《大学生物理竞赛试题解答与分析》一书是根据 1984~2003 年北京每年举办一届的自第一届至第二十届非物理类专业大学生物理竞赛试题编写的一本教学参考书。旨在引导学生通过大学物理课的学习,能够比较全面和系统地认识和正确地理解物理基础知识中的概念、理论和方法,并能够提高学生的自学能力、独立工作能力和灵活运用知识解决问题的能力。期望本书的出版能对辅导非物理类专业大学生用正确的方法学好物理学,激发他们对物理学的兴趣,活跃学习空气,提高物理素质起到良好的作用。

本书内容涵盖大学物理课程教学基本要求的全部基础知识,但不拘于教学大纲,也不受教材限制。此外,试题中还包括物理实验方面的内容。包括质点力学、刚体力学、静电场、磁场与电磁感应、热学、振动与波动、光学、近代物理(含相对论基础、量子物理基础及其他)和物理实验等 9 章。全书共收入由选择题(含判断题)、填空题和计算题(含问答题与论证题)组成的 400 个试题,每题均作出详解。每章后均给出了题后分析一节,对该章试题所涉及的基本概念与原理,定理、定律的表述及数学表示,物理意义及适用条件等知识点、知识结构及解题方法做了总结和概括。这对学生深入理解物理概念并应用这些概念分析问题和解决问题,系统复习和准备竞赛考试是有益的。

本书由北京化工大学李长江、王云、刘丽敏,北京工商大学李宝河、刘漪和北京工业大学实验学院孔岩等合作编写,限于编者水平,错误和不妥之处,恳请读者批评指正。

编 者

2004 年 5 月

目 录

1 质点力学	1
1.1 选择题	1
1.2 填空题	9
1.3 计算题	20
1.4 题后分析	34
2 刚体力学	38
2.1 选择题	38
2.2 填空题	40
2.3 计算题	46
2.4 题后分析	55
3 静电场	58
3.1 选择题	58
3.2 填空题	62
3.3 计算题	73
3.4 题后分析	84
4 磁场与电磁感应	88
4.1 选择题	88
4.2 填空题	91
4.3 计算题	105
4.4 题后分析	118
5 热学	122
5.1 选择题	122
5.2 填空题	125

5.3 计算题	134
5.4 题后分析	148
6 振动和波	152
6.1 选择题	152
6.2 填空题	154
6.3 计算题	160
6.4 题后分析	168
7 光学	172
7.1 选择题	172
7.2 填空题	174
7.3 计算题	189
7.4 题后分析	203
8 近代物理	207
8.1 选择题	207
8.2 填空题	210
8.3 计算题	222
8.4 题后分析	225
9 物理实验	231
9.1 选择题	231
9.2 填空题	235
9.3 计算与问答题	241
9.4 题后分析	262
附录 A 部分数学公式	264
附录 B 物理学常量表	266

1 质点力学

1.1 选择题

1.1.1 已知质点的运动学方程为 $\mathbf{r} = 2t\mathbf{i} + (4 - t^2)\mathbf{j}$, 在 $t > 0$ 的时间内的情况是 ()。

- (A) 位置矢量可能和加速度垂直, 速度不可能和加速度垂直
- (B) 位置矢量不可能和加速度垂直, 速度可能和加速度垂直
- (C) 位置矢量和速度都可能与加速度垂直
- (D) 位置矢量和速度都不可能和加速度垂直

解: (A)

欲判断 $\mathbf{r}$ 、 $\mathbf{v}$ 、 $\mathbf{a}$ 是否可能彼此垂直, 只要判断它们彼此的标积是否可能为零即可。

$$\text{由 } \mathbf{r} = 2t\mathbf{i} + (4 - t^2)\mathbf{j} \text{ 得 } \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = 2\mathbf{i} - 2t\mathbf{j} \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -2\mathbf{j}$$

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{v} = xv_x + yv_y = 4t - 2t(4 - t^2) = 2t \cdot (t^2 - 2)$$

所以在 $t > 0$ 的时间内, 当 $t = \sqrt{2}$ 时, $\mathbf{r} \cdot \mathbf{v} = 0$ 。

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{a} = xa_x + ya_y = -2(4 - t^2)$$

所以在 $t > 0$ 的时间内, 当 $t = 2$ 时, $\mathbf{r} \cdot \mathbf{a} = 0$

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{a} = v_x a_x + v_y a_y = 4t$$

所以在 $t > 0$ 的时间内, $\mathbf{v} \cdot \mathbf{a} \neq 0$ 。

故在 $t > 0$ 的时间内位置矢量与加速度有可能垂直, 位置矢量与速度矢量有可能垂直, 速度不可能与加速度垂直。

综合考虑选(A)

1.1.2 质点以加速度 $a = -f(t)$ 作直线减速运动, 经历时间 T 后停止, 在这段时间质点运动的距离为 ()。

(A) $\int_0^T f(t) dt$

(B) $-\int_0^T f(t) dt$

$$(C) \frac{1}{2} \int_0^T f(t) t^2 dt$$

$$(D) \int_0^T \int_t^T f(t) dt dt'$$

解:(D)

由于质点作直线运动,直线取为 x 轴

由 $a = -f(t)$ 有

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt = \int_0^t -f(t) dt$$

得到

$$v = v_0 - \int_0^t f(t) dt$$

考虑到 $t = T, v = 0$ 有 $v_0 = \int_0^T f(t) dt$

位移 $x = \int_0^T v dt'$

$$= \int_0^T \left[v_0 - \int_0^{t'} f(t) dt \right] dt'$$

$$= \int_0^T \left[\int_0^T f(t) dt - \int_0^{t'} f(t) dt \right] dt'$$

$$= \int_0^T \left[\int_{t'}^T f(t) dt \right] dt'$$

此即(D)式

1.1.3 飞机以 $350 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 的速度飞行,在纬度()的飞机上的人可以看见太阳不动地停在空中。

(A) 约 78° 由东向西飞行

(B) 约 12° 由东向西飞行

(C) 约 78° 由西向东飞行

(D) 约 12° 由西向东飞行

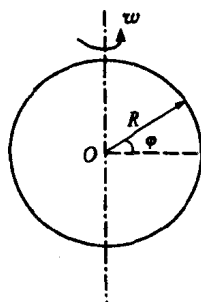
解:(A)

若飞机在地心参照系中静止,则飞机上人看太阳将几乎不动地停在空中。地球自西向东自转,飞机应自东向西飞行,且其相对地球飞行速度与所在处地球自转速度大小相等,方向相反。设飞机纬度为 φ ,地球近似为球体,半径为 R ,自转角速度为 ω ,如图所示,则

$$v = \omega R \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{v}{\omega R} = \frac{350 \times 10^3 / 3600}{\frac{2\pi}{3600 \times 24} \times 6.4 \times 10^6} \approx 0.208$$

$$\varphi \approx 78^\circ$$



1.1.4 作用力和反作用力大小相等、方向相反,所以两者所作功的代数和必为零。()

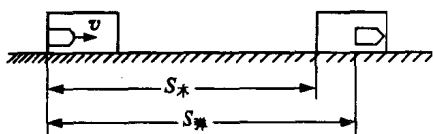
(A)对

(B)不对

解:(B)

由牛顿第三定律知:作用力与反作用力大小相等、方向相反,即 $F = -F'$,但由于相互作用的不同质点的位移往往不尽相同,因此两者所作功的代数和就会不为零。

如子弹打入可移动的木块,在子弹和木块的相互作用过程中,子弹的位移大小



$S_{\text{弹}}$ 和木块的位移大小 $S_{\text{木}}$ 不同(如图所示),则子弹和木块间相互作用力所作功的代数和不为零。又如两个彼此互相靠近的分别带正负电的粒子,虽然其间相互作用力的矢量和为零,但它们相向移动时,这两个力都作正功,因此这一对作用力和反作用力所作功之和不为零。

1.1.5 作用力和反作用力大小相等、方向相反,并在同一直线上,所以两者对同一点力矩之和必为零。()

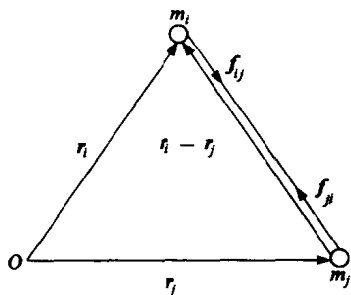
(A)对

(B)不对

解:(A)

如图所示,由空间任一点 O 向任意两质点 m_i 和 m_j 各引一矢径 r_i 和 r_j ,相互作用力为 f_{ij} 和 f_{ji} ,由矢量三角形可知: $(r_i - r_j)$ 与 f_{ij} 反向,则

$r_j \times f_{ji} + r_i \times f_{ij} = r_j \times f_{ji} - r_i \times f_{ji} = (r_j - r_i) \times f_{ji} = 0$,所以作用力与反作用力对同一点的力矩之和必为零。



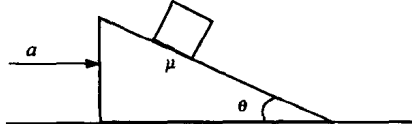
1.1.6 如图(a)所示,一倾角为 θ 的斜面放置在光滑桌面上,斜面上放一木块,两者间的摩擦系数为 $\mu (< \tan\theta)$,为使木块对斜面静止,木块的加速度 a 必须满足()。

(A) $a \leq \frac{\tan\theta - \mu}{1 + \mu \tan\theta} g$

(B) $a \leq \frac{\tan\theta - \mu}{1 + \mu \tan\theta} g$

(C) $\frac{\tan\theta - \mu}{1 + \mu \tan\theta} g \leq a \leq \frac{\tan\theta + \mu}{1 - \mu \tan\theta} g$

(D) $\frac{\tan\theta - \mu}{1 + \mu \tan\theta} g \leq a \leq \frac{\tan\theta + \mu}{1 - \mu \tan\theta} g$



图(a)

解:(C)

设木块质量为 m , 它的受力情况及坐标选取如图(b)所示。由牛顿第二定律

x 方向:

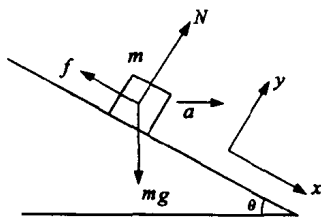
$$mg \sin \theta - f = ma \cos \theta \text{ 得 } f = m(g \sin \theta - a \cos \theta)$$

y 方向:

$$N - mg \cos \theta = ma \sin \theta \text{ 得 } N = m(g \cos \theta + a \sin \theta)$$

木块对斜面静止条件为: $-\mu N \leq f \leq \mu N$

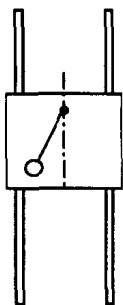
可以解得: $\frac{\tan \theta - \mu}{1 + \mu \tan \theta} g \leq a \leq \frac{\tan \theta + \mu}{1 - \mu \tan \theta} g$ 此即(C)式。



图(b)

1.1.7 一单摆挂在木板上的小钉上, 木板质量远大于单摆质量。木板平面在竖直平面内, 并可以沿两竖直轨道无摩擦地自由下落。如图(a)所示现使单摆摆动起来, 当单摆离开平衡位置但未达到最高点时木板开始自由下降, 则摆球相对于板()。

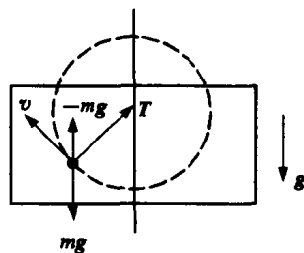
- (A) 静止
- (B) 仍作简谐振动
- (C) 作匀速率圆周运动
- (D) 作非匀速率圆周运动
- (E) 上面结论都不对



图(a)

解:(C)

如图(b)所示木板以重力加速度 g 下落, 它是非惯性系。在木板参照系中, 摆球受到惯性力 $-mg$ 、重力 mg 和摆线的拉力 T 。因惯性力和重力恰好抵消, 故摆球受的合力为 T 。因单摆未摆到最高点时相对于木板必有速度 v , $v \perp T$, 而 T 为向心力, 故摆球必以此速率作匀速圆周运动。注意: 只有木板自由下落时, 惯性力与重力恰好抵消。



图(b)

1.1.8 一端固定在天花板上的长细线下, 悬吊一装满水的瓶子(瓶的质量不可忽略), 瓶底有一小孔, 在摆动过程中, 瓶内的水不断向外漏, 如忽略空气阻力, 则从开始漏水到水漏完为止的整个过程中, 此摆的摆动频率()。

- (A) 越来越大
- (B) 越来越小
- (C) 先变大后变小
- (D) 先变小后变大
- (E) 保持不变

解:(D)

选瓶子和水作为研究系统,此系统的摆动频率为 $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$, l 是系统质点到悬点的距离。在水漏的过程中系统的质心的位置在不断地变化。设开始时水和瓶子的质心重合,漏水后瓶子中的水的质心要往下降,故瓶子中的水和瓶子整个系统的质心也要往下降,但当水刚漏完时系统的质心又上升到瓶子的质心,显然,在漏水的过程中,瓶子中的水和瓶子这个系统的质心必先往下降后往上升。而此摆的频率与系统的质点到悬点的距离的平方根成反比,频率与质量无关。故此摆的频率应先变小后变大。

1.1.9 质量为 m 的铁锤竖直落下,打在木桩上面后静止下来。设打击时间为 Δt ,碰前铁锤的速率为 v ,则在打击木桩的时间内,铁锤所受平均合外力的大小为 ()。

- (A) $\frac{mv}{\Delta t} - mg$ (B) $\frac{mv}{\Delta t}$ (C) $\frac{mv}{\Delta t} + mg$ (D) $\frac{2mv}{t}$

解:(B)

选向上为坐标正向,对铁锤分析受力有重力 $-mg$ 和木桩对它的平均作用力 F 。由动量定理得

$$(F - mg)\Delta t = 0 - (-mv) = mv$$

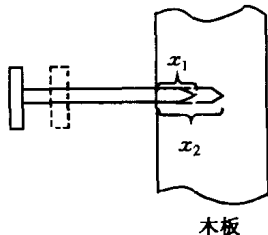
平均合外力的大小 $(F - mg) = \frac{mv}{\Delta t}$,此即(B)式。

1.1.10 用铁锤将一铁钉击入木板,设铁钉受到的阻力与其进入木板内的深度成正比,铁锤两次击钉的速度相同,第一次将钉击入木板内 1cm,则第二次能将钉继续击入的深度(不是指总的深度)为()。

- (A) 1cm (B) 0.5cm (C) $(\sqrt{2}/2)$ cm (D) $(\sqrt{2} - 1)$ cm

解:(D)

铁锤击铁钉时,铁锤的动能 E_k 全部用来克服铁钉所受的阻力做功。铁钉所受的阻力的大小为 $F = kx$ (x 为铁钉进入木板的深度, k 为常数)。如图所示,由功能原理知:



$$\text{第一次击钉时有 } E_k = \int_0^{x_1} F dx = \int_0^{x_1} kx dx = \frac{1}{2} kx_1^2,$$

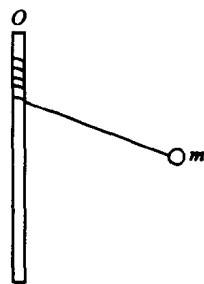
$$\text{第二次击钉时有 } E_k = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{1}{2} k(x_2^2 - x_1^2).$$

$$\frac{1}{2} kx_1^2 = \frac{1}{2} k(x_2^2 - x_1^2) \quad x_2 = \sqrt{2}x_1$$

第二次将钉继续击入的深度为

$$x_2 - x_1 = \sqrt{2}x_1 - x_1 = (\sqrt{2} - 1) \text{ cm}$$

1.1.11 质量为 m 的小球系在不可伸长的细线的一端,细线的另一端系于一根竖直的固定圆柱的上端 O (O 点在柱轴上)。给小球一定初速,使细线逐渐缠绕在柱上,如图,在缠绕过程中()。



- (A)小球的动能守恒
- (B)小球的机械能守恒
- (C)小球对 O 点的角动量的竖直分量守恒
- (D)小球对 O 点的角动量的水平分量守恒

解:(B)

设细线任何部分与柱子接触后不产生滑动,将柱子及全部细线作为研究系统,无外力做功,内部非保守力的功为零,只有重力可能做功,所以机械能守恒。其实这若从普遍能量守恒原理考虑问题:柱子不变形,细线不伸长,柱与线不发生摩擦生热的现象,又不计空气阻力,机械能(小球动能加重力势能)不可能转化为其他形式的能量,必定维持不变。

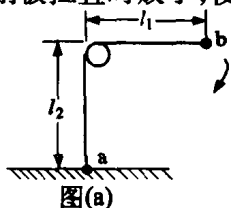
1.1.12 一力学系统由两个质点组成,它们之间只有引力作用。若两质点所受外力的矢量和为零,则此系统()。

- (A)动量、机械能以及对一轴的角动量都守恒
- (B)动量、机械能守恒,但角动量是否守恒还不能断定
- (C)动量守恒,但机械能和角动量是否守恒还不能断定
- (D)动量和角动量守恒,但机械能是否守恒还不能断定

解:(C)

由外力矢量和为零,得出系统动量守恒。但合外力为零时,合外力的功或合外力矩仍可能不为零,故机械能和角动量是否守恒还不能断定。

1.1.13 如图(a)所示,一根跨越一固定的水平光滑细杆的轻绳,两端各系一个小球,球 a 置放于地面,球 b 被拉到与细杆同一水平的位置,在绳刚被拉直时放手,使球 b 从静止状态向下摆动。设两球质量相等,则球 a 刚要离开地面时,跨越细杆的两段绳之间的夹角为()。



- (A) $\arccos \frac{1}{3}$
- (B) $\arcsin \frac{1}{3}$

图(a)

(C) 45°

(D) $\arcsin \frac{l_1}{\sqrt{l_1^2 + l_2^2}}$

解:(A)

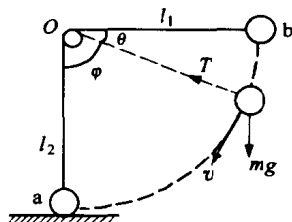
在 a 球离地前,释放后的 b 球一直以 l_1 为半径作竖直圆周运动,设 b 球下摆至任一位置时,速度为 v ,摆线与水平方向成 θ 角,如图(b)所示,取小球和地球为系统,系统机械能守恒。选悬点 O 所在高度为重力势能零点,则有

$$-mgl_1\sin\theta + \frac{1}{2}mv^2 = 0$$

由此得 $v = \sqrt{2gl_1\sin\theta}$, 当 $T = mg$ 时, a 球刚好离地,对 b 球可列出法向牛顿方程

$$mg - mg\sin\theta = m \frac{v^2}{l_1} = m \frac{2l_1g\sin\theta}{l_1}$$

化简得 $1 - \sin\theta = 2\sin\theta$, $\sin\theta = \frac{1}{3}$ $\theta + \varphi = 90^\circ$ 选(A)



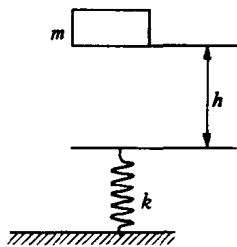
图(b)

1.1.14 如图所示,一质量为 m 的物块处于无质量的直立弹簧之上 h 处,自静止下落,设弹簧的倔强系数为 k ,问物块所能获得的最大动能是多少? ()

(A) mgh (B) $mgh + \frac{1}{4} \frac{m^2 g^2}{k}$

(C) $mgh + \frac{1}{2} \frac{m^2 g^2}{k}$ (D) $mgh + \frac{m^2 g^2}{k}$

(E) $2mgh$



解:(C)

物体自由下落碰到弹簧后压缩弹簧,直至弹簧力等于重力时速度为最大,即动能最大。设此时的弹簧被压下 x 距离,则 $mg = kx$, $x = \frac{mg}{k}$

选 m 、弹簧和地球为系统,有 $E = C$,则 $mg(h + x) = \frac{1}{2}kx^2 + E_k$

$$E_k = mgh + \frac{m^2 g^2}{k} - \frac{1}{2}k \cdot \frac{m^2 g^2}{k^2} = mgh + \frac{1}{2} \frac{m^2 g^2}{k}$$

1.1.15 一水平放置的轻弹簧,倔强系数为 k ,其一端固定,另一端系一质量为 m 的滑块 A, A 旁有一质量相同的滑块 B,如图所示。两滑块与桌面



间皆无摩擦。若加外力将A、B一起推进,使弹簧由原长缩短 d ,然后撤消外力,则B离开A时()。

(A)速度为 $d \sqrt{k/2m}$

(B)速度为 $d \sqrt{k/m}$

(C)速度为 $d/2k$

(D)因条件不足,速度不能判定。

解:(A)

撤消外力后,A、B一起向右加速,直到弹簧恢复原长时,达到最大的共同速度,以后A减速,二物分离,B向右匀速运动。在B刚要离开A时,由机械能守恒得

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}(m+m)v^2$$

$$v = d \sqrt{k/2m}$$

1.1.16 人造卫星绕地球作圆周运动,由于受到空气的摩擦阻力,人造卫星的速度和轨道半径将如何变化? ()。

(A)速度减小,半径增大

(B)速度减小,半径减小

(C)速度增大,半径增大

(D)速度增大,半径减小

解:(D)

无摩擦作用时卫星绕地球做圆周运动,万有引力为向心力:

$$m \frac{v^2}{r} = G \frac{mM}{r^2} \quad v^2 = \frac{GM}{r}$$

两边微分有 $2v dv = -\frac{GM}{r^2} dr$ (1)

卫星具有的机械能为 $E = -G \frac{mM}{r} + \frac{1}{2}mv^2$

考虑摩擦阻力,讨论 dt 时间内卫星的运动趋势。由功能原理知摩擦力作的元功 dA_f 等于卫星机械能的增量,即

$$dA_f = dE = d\left(-G \frac{mM}{r} + \frac{1}{2}mv^2\right) = G \frac{mM}{r^2} dr + mvdv$$

将(1)式代入得 $dA_f = -2mvdv + mvdv = -mvdv$

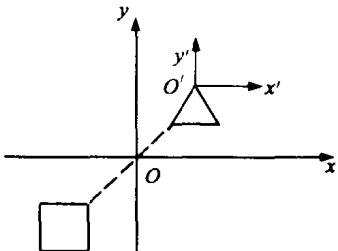
$$dA_f < 0 \quad dv > 0$$

再由(1)式可知 $dr < 0$

即卫星速度增大,轨道半径减小。

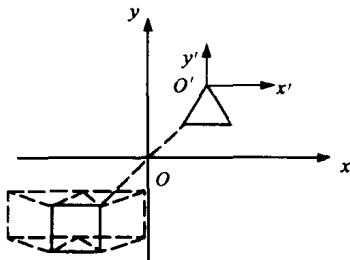
1.2 填空题

1.2.1 在 Oxy 坐标平面上有一个正三角形和一个正方形, 正三角形的每条边长和正方形的每条边长相同, 它们的方位如图(a)所示。现在建立一个活动的 $O'x'y'$ 的坐标平面, 它的坐标原点开始时位于正三角形的上顶点, 而后 O' 点沿着正三角形的三条边绕行一周, 绕行时 x' 轴始终与 x 轴平行, y' 轴始终与 y 轴平行。试在图中清楚、准确地画出正方形相对 $O'x'y'$ 坐标平面运动而形成的区域的边界线。



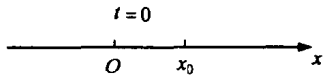
图(a)

解: 边界线如图(b)所示



图(b)

1.2.2 作直线运动的质点, 在 $t \geq 0$ 时, 它沿 x 轴方向的速度为 $v_x = \alpha x$, 其中 α 为一个正的非零常量。已知 $t = 0$ 时, 质点位于 $x_0 > 0$ 的位置, 那么质点运动过程中的加速度 a_x 与位置 x 之间的函数关系为 $a_x = \underline{\hspace{2cm}}$, 质点位置 x 与时间 t 之间的函数关系为 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



解: $\alpha^2 x$; $x_0 e^{\alpha t}$

由加速度定义得 $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d(\alpha x)}{dt} = \alpha \frac{dx}{dt} = \alpha v_x = \alpha^2 x$

由速度定义得 $v_x = \frac{dx}{dt} = \alpha x \quad \frac{dx}{x} = \alpha dt$

积分得 $\int_{x_0}^x \frac{dx}{x} = \int_0^t \alpha dt \quad \ln \frac{x}{x_0} = \alpha t$

$\therefore x = x_0 e^{\alpha t}$

1.2.3 地面上垂直竖立一高 20m 旗杆, 已知正午时分太阳在旗杆的正上方。在

下午 3 时整,杆顶在地面上影子速度的大小为 _____ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$;在 _____ 杆影将伸展至 20m。

解: $\frac{\pi}{1620}$; 下午 3 时

以地球为参照系,考虑地球自转相当于太阳绕地球转动,则地球自转一周时间 $24 \times 60 \times 60\text{s}$ 等于太阳绕地球转动一周时间。故太阳绕地球转动的角速度为:

$$\omega = \frac{2\pi}{24 \times 60 \times 60}$$

从正午时分开始计时,则杆的影长为: $S = h \tan \omega t$

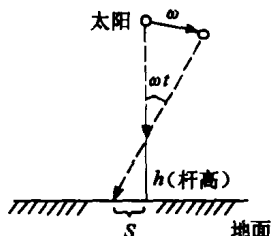
下午 2 时整杆顶在地面上影子的速度的大小为:

$$v = \frac{dS}{dt} = h\omega \frac{1}{\cos^2(\omega t)} = \frac{\pi}{2160} \frac{1}{\cos^2(\frac{\pi}{6})}$$

$$= \frac{\pi}{2160} \times \frac{4}{3} = \frac{\pi}{1620} \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{当 } S = h \text{ 时,则 } t = \frac{1}{\omega} \tan^{-1} \frac{S}{h} = \frac{1}{\omega} \tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{4} \times \frac{24 \times 60 \times 60}{2\pi} = 3 \times 60 \times 60\text{s}$$

即为下午 3 时整。



1.2.4 在地面上的同一地点分别以 v_1 和 v_2 的初速先后向上抛出两个小球,第二个小球抛出后经过 Δt 时间与第一个小球在空中相遇。改变两球抛出的时间间隔,便可改变 Δt 值。若 $v_1 > v_2$,则 Δt 的最大值为 _____;若 $v_1 < v_2$,则 Δt 的最大值为 _____。

$$\text{解: } \frac{2v_2}{g}; \frac{v_2 - \sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{g}$$

调节两小球抛出的时间间隔,可使两球有多种相遇的机会。由运动学方程有:

$$h_1 = v_1 \Delta t_1 - \frac{1}{2} g (\Delta t_1)^2$$

$$h_2 = v_2 \Delta t_2 - \frac{1}{2} g (\Delta t_2)^2 = v_2 \Delta t - \frac{1}{2} g (\Delta t)^2$$

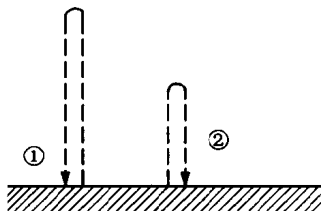
两球相遇即: $h_1 = h_2$ 且 $\Delta t_1 > \Delta t$

当 $v_1 > v_2$ 时,最大的 Δt 对应相遇方式如图(a)所示,两球经各自最高点后在出发点处相遇。

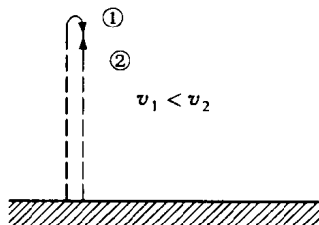
$$\text{由 } h_2 = v_2 \Delta t - \frac{1}{2} g (\Delta t)^2, \text{ 令 } h_2 = 0 \quad \text{得 } \Delta t = \frac{2v_2}{g}$$

当 $v_1 < v_2$ 时,注意应有 $\Delta t_1 > \Delta t$,最大的 Δt 对应的相遇方式如图(b)所示,即在第一个小球的最高点处相遇。由 $v_{1t} - v_1 = -gt_1$ 得 $t_1 = \frac{v_1}{g}$,代入 $h_1 = v_1 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$

$$= \frac{v_1^2}{g} - \frac{1}{2}g \frac{v_1^2}{g^2} = \frac{v_1^2}{2g}$$



图(a)



图(b)

再代入

$$h_1 = h_2 = v_2 \Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$$

有

$$\frac{1}{2}g(\Delta t)^2 - v_2 \Delta t + \frac{v_1^2}{2g} = 0$$

由求根公式和 $\Delta t < \frac{v_2}{g}$ 得

$$\Delta t = \frac{v_2}{g} - \frac{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{g}$$

1.2.5 由空中垂直下落的物体所受空气阻力 f 与空气的密度 ρ 、物体的有效横截面积 S 、下落的速率 v 的平方成正比,阻力的大小可表示为 $f = C\rho S v^2$,其中 C 为阻力系数,一般在 $0.2 \sim 0.5$ 之间, $\rho = 1.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$,物体下落经过一段时间将达匀速,这称为终极速率。试估算质量为 80 kg 、有效横截面为 0.6 m^2 的某人从高空跳下,他下落的终极速率 $v = \underline{\hspace{2cm}} \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ (千米·小时 $^{-1}$)。

解: 216

$$\text{当 } f = mg \text{ 时, } v = \sqrt{\frac{mg}{C\rho S}} = \sqrt{\frac{80 \times 9.8}{0.3 \times 1.2 \times 0.6}} = 60.2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 216 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

式中 C 取 0.3 。

1.2.6 半径为 r 的小球在空气中下降速度为 v 时,所受空气阻力为 $f(v) = 3.1 \times 10^{-4}rv + 0.87r^2v^2$,式中各量均为国际单位制。则半径为 2 mm 的雨滴在降落过程中所能达到的最大速度(即收尾速度)为 $\underline{\hspace{2cm}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

解: 9.6

$$\text{已知: } r = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$M = \frac{4\pi r^3}{3} \rho = \frac{4\pi \times (2 \times 10^{-3})^3}{3} \times 10^3 = 3.3 \times 10^{-5} \text{ kg}$$

雨滴达到收尾速度时,其受力必平衡,故有

$$Mg = f(v) = 3.1 \times 10^{-4}rv + 0.87r^2v^2$$

