



战略学习法实践丛书

丛书总主编 黄玉峰

丛书顾问 金武官

数学战略学习

(高中卷)

黄 坪 主编

同济大学出版社



战略学习法实践丛书

丛书总主编 黄玉峰

丛书顾问 金武官

数学战略学习

(高中卷)

黄 坪 主编



同济大学出版社

战略学习法实践丛书(高中卷)

编 委 会

总主编： 黄玉峰

顾 问： 金武官

编 委： (按姓氏笔画为序)

许华弟 范小辉

施永新 黄玉峰

黄 坪 谭振海

总 序

同济大学出版社策划这套战略学习丛书,是很早以前的事了,但我任总主编却是4个月前.对这类书,我照例是一口回绝.这倒并非“武官不怕死,文官不爱钱”,是什么清高之类;也并非觉得教辅之类的东西一概不好.社会上既有这样的需求就会有这样的产品.问题是,粗制滥造,出得太多太滥,扰乱了图书市场,给应试教育推波助澜.然而出版社的编辑对我说:“我们决不出那种习题集之类的东西,我们正是想给学生提供一本切实有用、简明易懂的好书,我们将从学习方法上进行一些指导,这也许与你的理念是吻合的吧.”

话虽这么说,但要做到谈何容易,一不小心,仍会加入到“狂轰滥炸”的队伍里去.

后来几天中,出版社又接连来了两封信,再述初衷,言辞恳切,似难推却.经过审慎考虑,我答应一试,但约法三章:(1)书必须尽可能实而简;(2)必须从学习方法入手,编写要体现学习规律;(3)必须是编写老师自身的一线教学心得,务必有新意,不求全而求有用,决不可拼拼凑凑、剪剪贴贴.

接着便是确定编写的老师,标准是不在名气而在有实力、有经验.这一条完全做到了.编写的教师几乎是清一色的少壮派,有着丰富的第一线经验,有着鲜蹦活跳的第一手资料.

“战略学习”这个名称颇为大气,任何战争,“战略”总是最重要的.前几天,我带学生去穹窿山,拜谒孙子读书修炼处.《孙子兵法》十三篇,篇篇充满智慧.这部兵法最精华的部分却不在“战”,而在“不战”;不在“用兵”,而在“不用兵”、“慎用兵”.不战而胜者才是最高明的.同样,我们也希望尽可能“少用兵”、“慎用兵”、“精用兵”.不过愿望是一回事,实际又是一回事,何况战略目标还需要战役、战术来实现.在战略学习口号下的学习,到底能做得如何,特别是运用于应试,还有待于检验.

数学战略学习

“战略学习法实践丛书”的雏形已呈现在我的面前。初步翻阅一遍,发现与原计划还有相当大的距离,于是下决心,调整、删削、修改。为了体现战略学习法的应用,为了便于教学和复习,本书每一课一般都分为[考点追踪]、[知识网络]、[经典题析]、[实践训练]等几个部分,根据不同学科章节的特点还有增删变化。这样,每一课都置于全局的网络中,既有宏观的俯视,又有具体的操作。既便于老师教学参考,又适合学生自习。

现在这套丛书很快就要与读者见面,最好的检验员自然是使用这套书的教师和学生。说心里话,我内心仍战战兢兢、忐忑不安。虽然我们将尽力达到简明实用,虽然我们是从学习战略的高度切入,但能否达到目的还待实践检验。

我们但求比同类书编得好一点,不同于一般教辅。

我们但求在学习方法的路上跨出一步,哪怕是一小步。

我们但求能给同学们带来实际的帮助,而不是增加负担。

这只是初步的探索,我们将在使用中不断修订,使之逐步提高完善起来。

如果莘莘学子,能从这套书中得到一点收获和启示,我们也可以稍稍安心和放心一点了。

黄玉峰

2004年7月

“战略学习法”介绍

战略学习法源于我 20 多年前一次考研的经历。

难忘的经历是一所大学校,使我学到并深刻领悟了有关学习的规律和理论,其意义远远超过考试结果本身。考试前怎样对时间、对所考科目进行统筹安排?怎样制订一个总体复习计划?怎样找到一种高效的学习方法?我根据自己的经历,将当年采用的方法系统地整理了出来,并在多年的推广应用中不断加以修订和完善。这就是现在的战略学习法。

战略学习法包括:战略目标,战略计划,战略方法。

1. 战略目标是牵引学习列车的火车头

当时我离开专业从事别的工作已有好几年了,在丝毫没有准备的情况下,突然决定报考研究生,好像是对自己开了一个国际玩笑。经过一番思考,一个坚定的决心油然而生:全力考取!就这样,一个近、中、远期的战略目标群在我的脑海里清晰地建立起来了,它们像马力充足的火车头,牵引着学习列车直驶胜利的彼岸。

远期目标高尚、远大。很多事实证明,是否有高尚、远大的目标,与其学习潜力的发掘程度、考试成绩的好坏有着密切联系。有一个关于高三学生的统计资料显示,差生与优秀生的区别在于后者比前者有着更高尚、更远大的目标。

近期目标坚定、明确。我那次考研究生如果是抱着试试看的目的,那么就决不会有后来的成功。经过反复思考,我根据自己的中、远期目标将原来“试试看”、动摇不定的目标转换为“全力考取”这样坚定明确的目标,下定了志在必得的决心,这才取得了理想的结果。

2. 战略计划是实现既定目标的重要保证

根据既定目标制定计划。如果不首先从战略上作好规划就急匆匆地投入复习,必然会顾此失彼、手忙脚乱。因此,应先列出所有与复习迎考有关的因素,认真分析,在此基础上制定一个纵览全局、贯穿全过程的战略复习计划。有了清晰明确的战略计划,才能保证复习一步步沿着正确的方向到达既定的目标。

按照实际情况制定计划。复习时间短、应考内容多,这一特点决定了必须在学习中贯彻集中优势兵力打歼灭战的原则:在一定时间内只安排一门课程的复习;每门课必须按规定的复习时间复习完毕;复习完就要求能够做出试卷。复习活动大多是学生自己单独进行的,它更强调学生的主动性和计划性。不重视复习计划,眉毛胡子一把抓,其后果是可以想象的。

根据人的生理规律制定计划。复习迎考是一种比上课、做作业更复杂、更高级的活动。因此,计划要顾及人的生理规律。

3. 战略方法是到达预定彼岸的桥梁

要过河,先要解决桥的问题。有些学生不重视学习方法的探索,一头扎入“上课—遗忘—补课—做题”的低效循环中。尽管他们把所有的课余时间都用在补课、做习题上,不可谓不辛苦、不努力,但由于这些学习活动没有好的学习方法指导,也不是按照学习规律进行的,带有很大的盲目性,因而常常是低效率的。

要从战略上研究学习方法。学习和复习是一个系统工程,涉及到时间的统筹安排,如何有效地摄取信息,将瞬间记忆转化为短时记忆并最终形成长期记忆?这一切都要求从战略上、整体上研究学习方法,使之符合学习的规律,符合人的生理规律、人的记忆规律,从而收到事半功倍的效果。

4. 复习三战略——两隔离、两集中、五个必

(1) 两隔离——清静时间的容器

人不是生活在真空中,每时每刻都会受到外界的干扰。人的大脑有100多亿个神经细胞,清醒时,在一瞬间可有数百万条通路在同时传递信息,它会产生无数个杂念。为了最大限度地避免内外干扰,集中注意力,必须做到两隔离:隔离外界干扰,隔离脑内杂念。

隔离为了集中,集中产生高效,高效走向成功。这是任何一位学习成功者的必由之路。

(2) 两集中——时间的乘法

怎样使时间得到科学、高效、最佳的利用?我的战略是两集中:集中时间,集中内容。

集中时间。我一天集中15个小时,把它分成3个单位,每单位集中5小时。要给自己下一个死命令:一个单位时间内,不许离开规定的复习内容去想别的事、做别的事。

集中内容。在一个单位时间、一天、一段时间内,只安排一门课程的复习。集中复习的这门课程的一节、一章,没有达到完全复述出来的程度,决不进行下一节、下一章。一门课程没有达到合上书本能从头到尾复述出来的程度,也决不进行下一门课程的复习。

集中时间具有时间利用的乘法效应。科学研究发现,人在学习时,书上的内容通过阅读记在了脑子里,这时大脑中某些蛋白质的结构发生了变化,在一些神经细胞之间建立了某种联系,而这种变化和联系要有一定的时间才能建立起来,还要花一定的时间才能巩固。集中时间正是学习记忆在大脑内产生物质变化的必备条件。学习的单位时间太短或时间分散使用,大脑内刚建立的联系又被别的干扰冲断了,已经花去的时间等于白费。

(3) 五个必——高效学习的锐利武器

两隔离、两集中为我提供了大块不受主客观干扰的清静时间,那么,用什么方法在这些清静的时间里进行复习呢?于是,“五个必”应运而生。它自始至终贯穿了一个战略思想:力戒快而不实,务必踏踏实实、步步为营、循序渐进。

五必之一:看书必动笔

开始复习时,手中必备一支笔,笔下必有一叠纸。一边看,一边思考,一边就把经过思考

后概括的重点、要点,用笔提炼在纸上。当然这个写不是平时的那种写,不是记上课笔记那样的抄录,而是一字一句经过自己的脑子过滤、思考,完全理解后,再用自己的语言写下来。不仅看第一遍时写,以后复习时也如此。

“不动笔墨不看书”。动笔可以提高思维的质量,可以帮助你更好地理解阅读的内容。更重要的是,它在纸上留下了清晰的思维轨迹,便于以后查找、反复。

动笔虽然会使复习速度减慢,但极为踏实,复习一门是一门,结果似慢实快。如果你的目标不仅是为通过考试,而且还将复习的内容作为自己知识结构的一部分,长期储存,那么,动笔就是一举两得的事。

五必之二:动笔必编网

通过动笔提炼出来的书上的要点、重点不是孤零零地记在纸上,而是用线条把它们互相联系在一起,竖线条多表示因果关系,横线多表示各部分内容的并列关系。这种图示的方式看上去就像一张编好的网。这就是动笔必编网。

心理学家布鲁纳强调,学习的目的是为了在大脑里建立起知识结构。有的学者主张学习要形成系统,有的提出对学习的内容要在大脑里进行编码储存。这些学者提出的知识结构、系统、编码跟编网实际上是一个意思,都主张对学习的内容要按其内在的逻辑、规律进行整理,形成一个完整的知识框架。这样就便于保持、便于使用、便于新知识的迁移。

五必之三:编网必记述

通过动笔,从书本繁复的内容中提炼出筋骨,并按其内在的逻辑联系编成一张系统的网。下面更重要的一步是把这张纸上的网移植到脑子里。移植的方法就是记述:记住和复述。

记住。复习的目的是记住,而且要精确地记住。所以,无论是看书动笔还是编网,要眼耳手脑并用。当眼睛扫过、心里默读一个句子,大脑里所有与记忆有关的细胞都活动起来了,一边理解,一边力求记住。同时,用笔在纸上将这一句子浓缩成一个短句或一个词。略停片刻,再记一记。当还没有达到完全理解、精确记住的程度时,决不进行下一句。

复述。按上述方法,通过“看—理解—动笔—记”这样的顺序,消化掌握了一段内容后,再依次进行下一段,直至一个知识单元结束并编好一片网。这时开始复述:合上书本,用笔在另外一张纸上也以编网的方式,快速复述一遍。然后,与原来编写的网对照一下,如有遗漏或错误,再看一看、记一记,再快速复述一遍。直到能完全准确无误地复述出来。

记是复习的核心环节。大脑是不是记住了,记得是不是准确,要有一种方法检验它,这个最佳的检验方法就是复述。当完成了“动笔—编网—记述”这三必时,也就避免了以前老方法的低效率循环,复习一遍,就能初步达到临考状态。

五必之四:记述必反复

通过记述,把动笔编在纸上的网移到了脑子里,还要防止遗忘。第四个必就是记述必反复。

数学战略学习

循环反复。必须在完成第一内容段的记述后,才进行第二段。完成第二段的记述后,立即将第一、第二段连在一起反复一遍。如此循环反复,直至一节、一章,乃至最后完成整门课程的复习。这样做的结果是:尽管第一章是一段时间以前复习的,但复习到最后一章时,它依然清晰地保持在脑子里。

定时反复。一门课程复习完后,以整门课程为单位,在以下时间进行反复:在这门课程的最末一章结束后,立即将全部章节联在一起反复一遍。然后,在1小时后、当天晚上、第2天、第3天、第7天、第14天分别反复一遍。最后在考前3天,各门课程再进行一次循环大反复,直至正式考试。

反复时也用笔进行,速度可以很快。当整门课程复习完后进行反复时,不一定完全按照书上的章节顺序,可以按其内容的内在联系进行调整。

反复要按照人的遗忘规律来进行。人的遗忘是先快后慢,即一开始忘得很快,以后遗忘速度逐渐减慢。上述几个定时反复的时间正是根据这个遗忘规律安排的。

五必之五:反复必丰富

在完成“动笔一编网一记述一反复”这四必以后再做题,这时,与题目有关的概念、公式、原理不但透彻明了,而且记得精确无误,题目很容易做出来。但总还会做错一些题,也必然会被一些难题卡住,这时决不能放过:对于错题,要分析一下错在哪里,错的原因是什么;经过思考解出难题后也要分析一下,看看它有什么特殊性。如果是原来编的网中没有的,就要补充、丰富原来的网。这就是反复必丰富。

“被同一块石头绊倒两次的人是愚蠢的人”。第一次做错了题,第二次就不应该再出错。因此,凡是做错的要打上记号,分析、领悟其出错的原因,再把这些内容补充到与其有关的网上,反复时一起进行反复。

考试的目的是通过做题看你是否掌握了有关的知识。所谓编网,就是把书本中的要点、原理、公式系统化、网络化。但如果仅仅编了网而没有做过习题,特别是没有做过难题,考试时做题的速度就会减慢。因此,要在网与题之间建立闪电反应。

5. 上课六字法

前面讲的是复习的战略,但复习是在上课以后进行的,如果仅仅讲如何复习,而不讲怎样上课,还不是一个完整的方法。战略学习法还包括上课的方法。

人掌握知识有两种主要途径:一种是自学;另一种是听课,通过教师的讲授而获得知识。上课时,接受者并不完全是被动的,听课者是否发挥了主观能动性,是否符合记忆规律,这对听课的效果有很大的影响。怎样达到最好的上课效果呢,我在从事学习障碍的心理干预实践中,总结了上课六字法:转、记、忆、预、系、集,取得了满意的效果。

转 即整节课,眼睛、耳朵始终要跟着老师转。人接受知识,跟第一印象关系密切。如果第一印象非常清晰、准确,它就能在大脑里保持很长时间。如果第一印象是模模糊糊的,它很快就会从脑子里消失。而第一印象的形成又与眼睛、耳朵密切相关,这二者是通向大脑皮层的门户,如果上课时,眼睛、耳朵这两扇门是关着的,或只开了一扇门,那就形不成清晰

的第一印象,以后的记忆、保持也就比较困难。

记 即识记。一边听老师讲课,一边要有意识地记、有意识地背。心理学实验证明,人在看或听一段内容时,是否有意识地识记,效果相差30%。

忆 即回忆。在3个时间点回忆:上课时,在老师讲课停顿或写黑板时,赶快回忆一下老师刚讲过的几句话的内容;下课后,用几分钟时间回忆一下刚才一节课的主要内容;回家后用20分钟时间,回忆一下白天上过的课的主要内容。遗忘规律是先快后慢,所以,要及时进行回忆。这时候回忆,由于是趁热打铁,用很少时间就可以把内容保持住,并便于将即时、短时记忆转成长期记忆。

预 即预习。将第二天要上课的内容事先预习一下,上课时就比较轻松了。否则,老师讲的每一句话听起来都是陌生的,学生每一分钟都要很集中地听讲,脑子就容易疲劳。预习时要先找出问题来,带着问题去上课。

系 即系统学习。上完一天课,回到家,要把所上过的内容分门别类地归纳整理成系统。一门课程本来就是一个完整的系统,但上课只能一部分一部分地讲述,这样就把一个完整的系统拆成零零碎碎的,既不利于记忆,也不利于保持。把这些上过课的零碎知识片断归成系统,就便于记忆、保持和使用了。

集 即集中时间、集中内容。上完课,回家做作业、复习和预习时,要高度集中时间,不要把一小时能完成的内容拖成几小时。内容要集中,把一门课的作业、复习和下一课的预习集中在一起完成。

6. 考试五字方针

对每一个考生来说,怎样把自己的应考状态调节到最佳,打好最后的决战,是一个非常重要的问题。应对策略就是考试五字方针:广、密、熟、松、慎。

广 考前复习要根据考纲的要求,编一张尽可能广的网。

密 编的网眼要密一点。也就是说要复习得仔细、精确。

熟 考前,对知识点、原理、公式等要举一反三,熟练掌握。

松 上考场每个考生都会紧张,调节的方针是放松。应该认识到,所有的复习努力到此为止,这时再担心、紧张已无济于事。以坦然的心态面对它,考试的效果会更好。

慎 开始做题时要牢记一个慎字,并贯穿考试的全过程。尤其在最后的检查时,千万要细心、谨慎。

以上就是我根据当年的学习经历,系统总结出来的战略学习法的主要内容。方法产生于实践,也必将在更广泛的实践中得到进一步完善。

金武官

2004年7月

本书导读

为了全面有效地配合新老教材并存和新教材实验教学背景下的数学高考复习,我们把整个高中阶段3年的数学学习内容,按照知识板块相近的原则和考点知识重点复习的原则,重新分成12个章节,共81个考点的专题训练.每一章节在专题复习之前,设有【知识网络】和【学法指导】,旨在让考生从知识整体认知的角度,宏观把握该专题内容的要点和概况.每一个专题设有5个栏目:【考点追踪】帮助考生明确本专题的考点知识目标和能力要求;【知识再现】可供课前预习,重在进行基础知识和基本技能的回顾和训练;【经典题析】精选2000年以来上海市和全国高考中的典型试题及反映本专题知识、能力的拓展性试题.每一个典型例题,仅作提示性简明分析,给考生留下了较多的思考空间,旨在以能力立意,着重从知识的交汇点上进行融会贯通,触类旁通的自主性学习;【方法提炼】对隐含于其中的数学思想方法作系统总结,使之显性化,以期为考生的具体解题提供指导;【实践训练】栏目和每章之后的单元测试,通过一定量难易梯度拉开的选择性习题练习,以达到巩固提高、熟能生巧的目的,同时便于考生对本章知识和能力的达成度有一个总体的了解和评价.

“编织网络,明确目标,突出重点,形成方法,提高时效”是本册高考一轮复习资料编写的指导思想,由于编者时间和精力有限,书中若有不妥和疏忽的地方,真诚地希望得到大家的批评和指正.

编者

2004年8月

目 录

第 1 章 集合和命题	(1)
第 1 课 集合的概念	(1)
第 2 课 集合的运算	(3)
第 3 课 命题与充要条件	(5)
单元测试一	(7)
第 2 章 函数	(10)
第 4 课 函数的解析式和定义域	(10)
第 5 课 函数的值域	(12)
第 6 课 函数的奇偶性和单调性	(14)
第 7 课 反函数	(16)
第 8 课 函数的图像	(18)
第 9 课 二次函数	(22)
第 10 课 幂函数和指数函数	(24)
第 11 课 对数与对数函数	(27)
第 12 课 函数的综合应用	(29)
单元测试二	(32)
第 3 章 不等式	(36)
第 13 课 不等式的基本性质	(36)
第 14 课 整式、分式不等式的解法	(39)
第 15 课 无理不等式、绝对值不等式的解法	(40)
第 16 课 指数、对数不等式的解法	(42)
第 17 课 基本不等式及其应用	(43)
第 18 课 不等式的证明	(46)
第 19 课 不等式的应用	(48)
单元测试三	(50)
第 4 章 三角函数	(54)
第 20 课 任意角的三角比	(54)

数学战略学习

第 21 课	同角三角比的关系和诱导公式	(56)
第 22 课	两角和与差的三角函数	(57)
第 23 课	倍角和半角公式	(59)
第 24 课	三角函数的单调性与奇偶性	(61)
第 25 课	三角函数的周期性与图像	(62)
第 26 课	三角函数的最值	(66)
第 27 课	正弦定理与余弦定理的应用	(68)
第 28 课	反三角函数与简单三角方程	(70)
单元测试四		(72)
第 5 章	数列、极限与数学归纳法	(76)
第 29 课	等差数列	(76)
第 30 课	等比数列	(79)
第 31 课	等差数列与等比数列	(81)
第 32 课	数列的通项公式与数列求和	(83)
第 33 课	数列应用题	(85)
第 34 课	归纳、猜想和证明	(88)
第 35 课	数学归纳法的应用	(90)
第 36 课	数列的极限	(92)
第 37 课	无穷递缩等比数列	(94)
第 38 课	等差、等比数列与极限	(97)
第 39 课	数列极限的综合应用	(98)
单元测试五(A)(B)		(101)
第 6 章	行列式初步	(108)
第 40 课	二阶行列式	(108)
第 41 课	三阶行列式	(110)
第 42 课	矩阵初步	(112)
单元测试六		(115)
第 7 章	平面向量	(119)
第 43 课	向量的加减法	(119)
第 44 课	实数与向量的乘积	(121)
第 45 课	向量的数量积	(123)
第 46 课	向量的平行与垂直	(124)
第 47 课	平面向量的应用	(126)

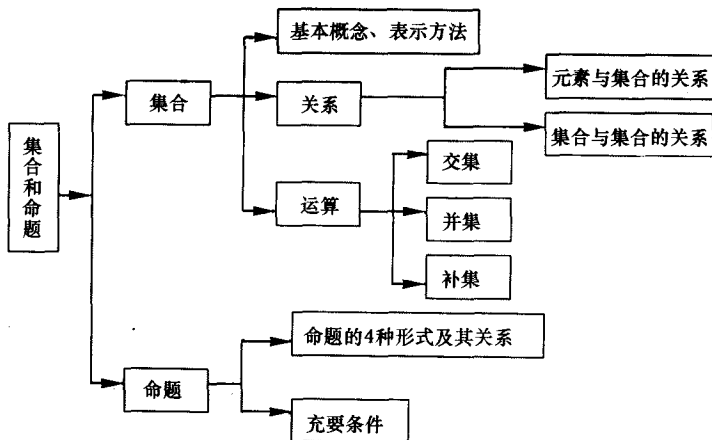
单元测试七	(128)
第 8 章 直线和圆锥曲线	(131)
第 48 课 直线的方程	(131)
第 49 课 直线的倾斜角与斜率	(133)
第 50 课 两条直线的位置关系	(135)
第 51 课 点到直线的距离	(137)
第 52 课 圆	(139)
第 53 课 椭圆	(141)
第 54 课 双曲线	(143)
第 55 课 抛物线	(145)
第 56 课 曲线和轨迹方程	(148)
第 57 课 圆锥曲线的综合应用	(150)
第 58 课 坐标系的平移	(152)
第 59 课 参数方程	(154)
第 60 课 极坐标方程	(156)
单元测试八(A)(B)	(158)
第 9 章 复数	(164)
第 61 课 复数的基本概念	(164)
第 62 课 复数的运算	(166)
第 63 课 复数与轨迹	(168)
第 64 课 复数与方程	(170)
单元测试九	(171)
第 10 章 排列、组合、概率和统计	(174)
第 65 课 两个计数原理	(174)
第 66 课 排列	(177)
第 67 课 组合	(178)
第 68 课 排列与组合	(180)
第 69 课 二项式定理	(182)
第 70 课 二项式定理的应用	(184)
第 71 课 概率	(186)
第 72 课 平均值与标准差	(188)
单元测试十	(190)

数学战略学习

第 11 章 空间图形	(194)
第 73 课 平面的基本性质	(194)
第 74 课 空间两条直线的位置关系	(198)
第 75 课 直线与平面的位置关系	(201)
第 76 课 二面角	(204)
第 77 课 棱柱、棱锥、棱台概念及性质	(207)
第 78 课 棱柱、棱锥、棱台的体积	(210)
第 79 课 向量与空间图形	(213)
单元测试十一	(216)
第 12 章 导数	(220)
第 80 课 导数的概念及其运算	(220)
第 81 课 导数的应用	(222)
单元测试十二	(224)
答 案	(227)
第 1 章 集合和命题	(227)
第 2 章 函数	(227)
第 3 章 不等式	(231)
第 4 章 三角函数	(235)
第 5 章 数列、极限与数学归纳法	(238)
第 6 章 行列式初步	(248)
第 7 章 平面向量	(250)
第 8 章 直线和圆锥曲线	(253)
第 9 章 复数	(263)
第 10 章 排列、组合、概率和统计	(264)
第 11 章 空间图形	(267)
第 12 章 导数	(271)

第1章 集合和命题

【知识网络】



【学法指导】

1. 集合与命题是近代数学中最基本,应用十分广泛的基础知识,是研究数学问题及进行数学思维的基本工具.集合的语言、思想、观点渗透在中学数学内容的各个分支.命题的4种形式及其关系和充要条件的应用,无不贯穿于数学的分析、推理与计算之中.学好这部分内容,有利于我们提高数学语言素养,增强解决问题的能力,也可以为今后学习高等数学奠定良好的基础.

2. 解决集合问题时,一要弄清概念并准确表示,在用集合语言进行推理的过程中,要注意元素互异性特征的应用和对特殊集合——空集的考虑,这是容易出现多解和漏解的一个方面;二要注意集合与函数、方程、不等式、三角函数、解析几何及立体几何等知识的密切联系与综合应用;三要注意灵活运用等价转化、分类讨论、数形结合及补集法等思想方法解题.

3. 在研究4种命题及其关系时,要注意逆命题、否命题和逆否命题都是相对于原命题而言的.另外应注意“否命题”与“命题的否定”的不同含义,前者是同时否定条件和结论,而后者只是否定结论.

4. 互为逆否命题的等价性是反证法的理论基础.用反证法证明时要注意书写格式和步骤的规范,其步骤分为3步:反设、归谬、结论.

5. 判断条件的充要关系时,一定要判断到位,2个命题之间的关系只能是下列4种情况之一:充分非必要条件,必要非充分条件,充要条件和既非充分也非必要条件.要搞清2个命题到底是由哪一个命题推出另一个命题的,千万不能把“充分”当“必要”,或把“必要”当“充分”.

第1课 集合的概念

【考点追踪】

理解集合、全集、子集、交集、并集及补集等基本概念的内涵,了解属于、包含与相等关系的意

数学战略学习

义,正确识别与使用集合的有关术语和符号,并会用它们正确表示一些简单的集合.

【知识再现】

1. 下列语句:①0与 $\{0\}$ 表示同一个集合;②由1,2,3组成的集合可表示为 $\{1,2,3\}$ 或 $\{3,2,1\}$;③方程 $(x-1)(x-2)^2=0$ 所有解的集合可表示为 $\{1,2,2\}$;④集合 $\{x|4<x<5\}$ 是有限集,正确的是().

- A. 只有①和④
B. 只有②和③
C. 只有②
D. 以上语句都不对

2. 集合 $A=\{x|x=2k, k\in\mathbb{Z}\}$, $B=\{x|x=2k+1, k\in\mathbb{Z}\}$, $C=\{x|x=4k+1, k\in\mathbb{Z}\}$. 又 $a\in A, b\in B$, 则有().

- A. $(a+b)\in A$
B. $(a+b)\in B$
C. $(a+b)\in C$
D. $(a+b)\in A, B, C$ 任一个

3. 设 S 为全集, $B\subseteq A\subseteq S$, 下列结论中不正确的是().

- A. $\complement_S A\subseteq \complement_S B$
B. $A\cap B=B$
C. $A\cap(\complement_S B)=\emptyset$
D. $(\complement_S A)\cap B=\emptyset$

4. 已知集合 $A=\{x|x^2-x-2=0\}$, $B=\{x|ax-1=0\}$, 若 $B\subseteq A$, 则实数 a 的值为_____.

5. 已知集合 $A=\left\{x|x=\frac{n}{m+1}, n=m-1, m\in\mathbb{N}^* \text{ 且 } m\leq 3\right\}$, 则 A 中的元素是_____.

【经典题析】

例1 (2002年全国高考题) 设集合 $M=\left\{x|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4}, k\in\mathbb{Z}\right\}$, $N=\left\{x|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$, 则().

- A. $M=N$
B. $M\subseteq N$
C. $N\subseteq M$
D. $M\cap N=\emptyset$

分析 本题可用赋特殊值法和通分后比较分子形式的差异来求解.

演变 与角集 $M=\left\{x|x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}\right\}$ 相等的集合是().

- A. $\left\{x|x=2k\pi\pm\frac{\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}\right\}$
B. $\left\{x|x=2k\pi+\frac{\pi}{4}, \text{ 或 } x=2k\pi+\frac{3\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}\right\}$
C. $\left\{x|x=k\pi+\frac{\pi}{4}, \text{ 或 } x=k\pi-\frac{\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}\right\}$
D. $\left\{x|x=2k\pi-\frac{\pi}{4}, \text{ 或 } x=2k\pi-\frac{3\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}\right\}$

例2 已知集合 $M=\{a, a+d, a+2d\}$, $N=\{a, aq, aq^2\}$, 其中 $a\neq 0$, 且 $M=N$, 求 q 的值.

分析 本题要分情况讨论, 并要注意集合中元素的互异性.

思考 是否存在这样的3元素集, 使得3个元素既成等差数列又成等比数列?

例3 设集合 $A=\{f(x)| |f(x_1)-f(x_2)|\leq 4|x_1-x_2|, |x_1|\leq 1, |x_2|\leq 1\}$, 又 $g(x)=x^2+2x-1$, 试判断 $g(x)$ 与 A 的关系.

分析 本题要判断元素与集合的关系, 关键在于当 $|x_1|\leq 1, |x_2|\leq 1$ 时, 判断 $g(x)$ 是否满足 $|g(x_1)-g(x_2)|\leq 4|x_1-x_2|$.

思考 还能找出其他类型的函数吗?

【方法提炼】

1. 集合的分类: 若按元素的个数分, 可分为有限集和无限集; 若按元素的属性分, 可分为数