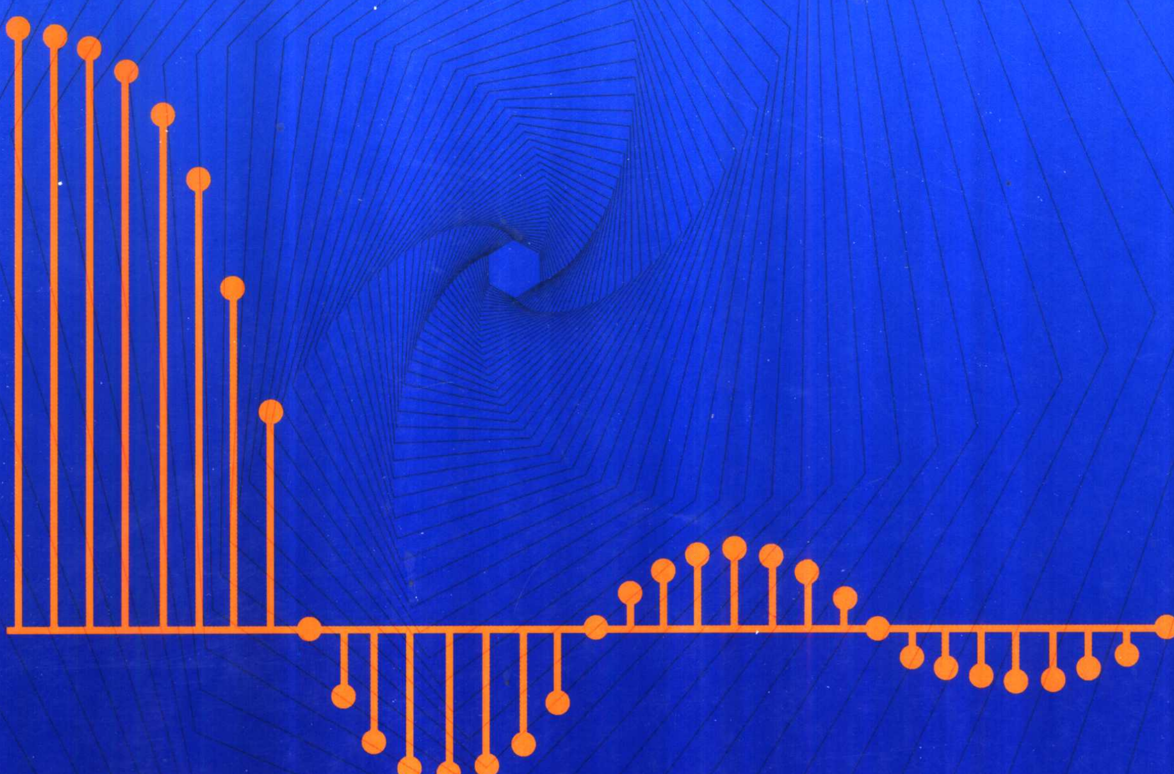
信号与系统

重点、难点解析及习题、模拟题精解

■徐天成 编



哈尔滨工程大学出版社

信号与系统

重点、难点解析及习题、模拟题精解

徐天成　编

哈尔滨工程大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

信息与系统重点、难点解析及习题、模拟题精解/徐天成编 .—哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2003
ISBN 7-81073-451-2

Ⅰ.信… Ⅱ.徐… Ⅲ.信号系统-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 024815 号

内 容 提 要

本书是《信号与系统》一书相配套的课外辅导教材。共 8 章:第 1~5 章为连续时间信号与系统;第 6~7 章为离散时间信号与系统;第 8 章为系统的状态变量分析。每章包括内容摘要、重点与难点分析、例题分析与习题;附录部分提供了 10 套研究生入学考试模拟试题(含详细的参考解答),各章习题均有参考答案。

本书可作为报考有关学科研究生的考生的重要复习资料,也可作为大学本、专科学生及自学者的辅助教材。

哈 尔 滨 工 程 大 学 出 版 社 出 版 发 行
哈尔滨市南通大街145号 哈工程大学11号楼
发行部电话:(0451)82519328 邮编:150001
新 华 书 店 经 销
肇 东 粮 食 印 刷 厂 印 刷

*

开本 787mm×1 092mm 1/16 印张 26.5 字数 655 千字
2003 年 8 月第 1 版 2003 年 8 月第 1 次印刷
印数:1—3 000 册
定价:30.00 元

前　言

“信号与系统”是高等工科院校电子信息工程、通信工程及自动控制等专业的一门重要的基础课程。它主要讨论确定性信号和线性时不变系统的基本概念与基本理论、信号的频谱分析以及确定性信号经线性时不变系统传输与处理的基本分析方法。

“信号与系统”课程又是我国通信与信息系统、信号与信息处理等学科硕士研究生入学考试的必考课程。教学实践证明,“信号与系统”考试成绩较好的学生都是在掌握本课程基本理论的基础上做了大量的各种类型的习题,从而加深了对本课程主要内容的理解。考虑到教科书后的习题非常有限,而且综合题也不多,因此,我们通过多年来的教学积累,编写了本书。它可以作为“信号与系统”课程的课外教材,供教师与学生参考,也可以作为自学者学习这门课程的辅导教材。特别是报考有关学科研究生的考生,可以作为重要的复习参考资料。

本书的结构与体系与我们所编的由哈尔滨工程大学出版社出版的《信号与系统》一书基本一致。全书共8章,另加附录。第1～5章讨论连续时间信号与系统;第6～7章讨论离散时间信号与系统;第8章研究系统的状态变量分析。

书中归纳了各章的主要内容,列写了各章的基本公式。特别是对各章的重点和难点进行了较为深入的分析,对难点内容提出了一些解决的方法,并且还将某些解题技巧推荐给读者。全书共选编了例题146道,习题187道(不包括附录中的模拟题),绝大部分与《信号与系统》教科书不重复。题目来源主要是作者多年教学中积累的习题,以及近年来国内各名校考研试题及书后所列的参考书目。对于例题,书中给出了较详细的解题步骤,指出容易产生错误的地方。有些例题还给出了多种解法,习题在书后还给出了参考答案(包括图形)。书中附录部分提供了10套研究生入学考试模拟试题(含详细的参考解答),这些模拟题都是从近年来国内几所重点大学的研究生入学考试试题中选编的,以便读者了解试题的题型、范围、难易程度等。

本书的编写和出版得到了南京理工大学教材科以及哈尔滨工程大学出版社领导的大力支持和帮助,作者在此表示诚挚的谢意。

由于本人水平有限,书中难免有错误与不妥之处,恳请读者批评指正。

徐天成

2003年2月于南京理工大学

目　　录

第 1 章　信号与系统基本概念

1.1　内容摘要

1.1.1　信号的定义与分类

1. 定义

载有一定信息的一种变化着的物理量(电、光、声)，称为信号。

2. 信号的分类

对于各种信号，可以从不同角度进行分类。信号可分：确定性信号与随机信号；连续时间信号与离散时间信号；周期信号与非周期信号；一维信号与多维信号；能量有限信号与功率有限信号。

1.1.2　典型连续信号

1. 指数衰减正弦信号

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ K\mathrm{e}^{-\alpha t}\sin\omega t & t>0\end{cases}\qquad(\alpha>0)$$

2. 复指数信号

$$f(t)=K\mathrm{e}^{st}$$

式中，K 为实数，$s=\sigma+\mathrm{j}\omega$ 称为复频率。

(1) 当 $\sigma=0,\omega=0$ 时，$f(t)=K$，为直流信号；

(2) 当 $\sigma\neq0,\omega=0$，时，$f(t)=K\mathrm{e}^{\sigma t}$，为实指数信号；

(3) 当 $\sigma=0,\omega\neq0$ 时，$f(t)=K\cos\omega t+\mathrm{j}K\sin\omega t$；

(4) 当 $\sigma\neq0,\omega\neq0$ 时，$f(t)=K\mathrm{e}^{\sigma t}[\cos\omega t+\mathrm{j}\sin\omega t]$

3. 抽样信号

$$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t}$$

性质：(1) $\mathrm{Sa}(t)$ 是偶函数，即 $\mathrm{Sa}(t)=\mathrm{Sa}(-t)$

(2) $\mathrm{Sa}(t)|_{t=0}=1$

(3) 当 $t=m\pi(m=\pm1,\pm2\cdots)$ 时，$\mathrm{Sa}(t)=0$

(4) $\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\mathrm{d}t=\pi$

(5) $\lim\limits_{t\to\pm\infty}\mathrm{Sa}(t)=0$

4. 单位阶跃信号

$$u(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}$$

性质:单边特性,即

$$f(t)u(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ f(t) & t>0\end{cases}$$

利用阶跃信号的单边特性,可以方便地表示分段信号,见例 1 - 1(e),(f),(g)。

5.单位冲激信号

(1) 定义

$$\begin{cases}\delta(t)=0 & (t\neq 0)\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\end{cases}$$

$$\begin{cases}\delta(t-t_0)=0 & (t\neq t_0)\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=1\end{cases}$$

也可用规则函数(如矩形脉冲、三角脉冲、双边指数脉冲、钟形脉冲以及抽样脉冲等)取极限来定义冲激信号。

(2) 性质

$$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$$

$$f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0)$$

$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0)$,注意:积分限可缩小到 0^- 到 0^+。

$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=f(t_0)$,注意:积分限可缩小到 t_0^- 到 t_0^+。

$\delta(t)=\delta(-t)$,即 $\delta(t)$ 为偶函数。

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=u(t)$$

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t)$$

6.单位冲激偶信号

(1) 定义

$$\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}$$

(2) 性质

$\delta'(t)=-\delta'(-t)$,即 $\delta'(t)$ 为奇函数。

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t=0$$

$$\int_{-\infty}^{t}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau=\delta(t)$$

$$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$$

$$f(t)\delta'(t-t_0)=f(t_0)\delta'(t-t_0)-f'(t_0)\delta(t-t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t)\mathrm{d}t = -f'(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t-t_0)\mathrm{d}t = -f'(t_0)$$

7.单位斜变信号

$$R(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t \geqslant 0 \end{cases}$$

$$R(t-t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ t - t_0 & t \geqslant t_0 \end{cases}$$

$R(t)$ 与 $u(t)$,$\delta(t)$ 的关系:

$$R(t) = \int_{-\infty}^{t} u(\tau)\mathrm{d}\tau \qquad \frac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t} = u(t)$$

$$R(t) = \int_{-\infty}^{t}\int_{-\infty}^{t_0} \delta(\tau)\mathrm{d}\tau\mathrm{d}t_0 \qquad \frac{\mathrm{d}^2 R(t)}{\mathrm{d}t^2} = \delta(t)$$

8.符号函数

$$\mathrm{sgn}(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases}$$

$\mathrm{sgn}(t)$ 与 $u(t)$ 的关系:

$$\mathrm{sgn}(t) = 2u(t) - 1 \qquad u(t) = \frac{1}{2}[1 + \mathrm{sgn}(t)]$$

1.1.3 信号的运算

1.信号的加减运算

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t)$$

$$f(t) = f_1(t) - f_2(t)$$

2.信号的乘法与数乘运算

$$f(t) = f_1(t)f_2(t)$$

$$f_2(t) = Kf_1(t)$$

式中,K 为实常数。

3.信号的反褶运算

将 $f(t)$ 中的 t 换成 $-t$,所得 $f(-t)$ 为 $f(t)$ 的反褶信号。即将 $f(t)$ 以纵轴为轴反转 180°。

4.信号的时移运算

将信号 $f(t)$ 沿 t 轴平移 t_0 个单位,得到时移信号 $f(t-t_0)$,式中 t_0 为实常数。当 $t_0 > 0$ 时为右移;当 $t_0 < 0$ 时为左移。

5.信号的尺度变换运算

信号 $f(t)$ 的尺度变换是指将 $f(t)$ 的时间变量 t 以正常数 a 展缩成 $f(at)$。当 $a > 1$ 时,表示压缩;当 $a < 1$ 时,表示扩展。

6.信号的微分运算

信号 $f(t)$ 的微分 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)$(亦可写作 $f'(t)$)表示信号随时间变化的变化率。

注意，函数跳变点处的微分是一个冲激函数，其冲激强度为原函数在该处的跳变量。

7. 信号的积分运算

信号 $f(t)$ 的积分运算 $\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau$（也可写作 $f^{(-1)}(t)$）在 t 时刻的值等于从 $-\infty$ 到 t 区间内 $f(t)$ 与时间轴所包围的面积。

1.1.4 信号的分解

1. 信号 $f(t)$ 可分解为偶分量 $f_e(t)$ 与奇分量 $f_o(t)$ 之和，即

$$f(t) = f_e(t) + f_o(t)$$

式中，$f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)]$；

$f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$。

2. 信号 $f(t)$ 可分解为阶跃信号之和

$$f(t) \approx f(0)u(t) + \sum_{k=1}^{n} \frac{f(k\Delta t) - f(k\Delta t - \Delta t)}{\Delta t}\Delta t \cdot u(t - k\Delta t)$$

当 $\Delta t \to 0$ 时，上式可转换成积分表达式：

$$f(t) = f(0)u(t) + \int_{0^+}^{t} \frac{\mathrm{d}f(\tau)}{\mathrm{d}\tau}u(t - \tau)\mathrm{d}\tau$$

3. 信号 $f(t)$ 分解为冲激信号的叠加

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0}\sum_{k=0}^{n} f(k\Delta t)\delta(t - k\Delta t)\Delta t = \int_{0^-}^{t} f(\tau)\delta(t - \tau)\mathrm{d}\tau$$

4. 任意信号分解为正交函数分量

(1) 正交函数

若两实函数 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 在区间 (t_1, t_2) 内满足如下正交条件

$$\begin{cases} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t)f_2(t)\mathrm{d}t = 0 \\ \int_{t_1}^{t_2} f_2^2(t)\mathrm{d}t = k(\neq 0) \end{cases}$$

则称 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 正交。

若两复变函数 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 在区间 (t_1, t_2) 内满足如下正交条件

$$\int_{t_1}^{t_2} f_1(t)f_2^*(t)\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} f_1^*(t)f_2(t)\mathrm{d}t = 0$$

则称 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 正交。

(2) 正交函数集

假设有 n 个函数 $g_1(t), g_2(t), \cdots, g_n(t)$ 构成一个函数集。若这些函数在区间 (t_1, t_2) 内两两彼此正交，即满足如下关系式

$$\begin{cases} \int_{t_1}^{t_2} g_i(t)g_j(t)\mathrm{d}t = 0 \quad (i = 1,2,\cdots,n; j = 1,2,\cdots,n, \text{但 } i \neq j) \\ \int_{t_1}^{t_2} g_i^2(t)\mathrm{d}t = k_i(\neq 0) \quad (i = 1,2,\cdots,n) \end{cases}$$

则称此函数集为正交函数集。

(3) 完备正交函数集

定义 1：如果用正交函数集 $g_1(t), g_2(t), \cdots, g_n(t)$ 在区间(t_1, t_2)内近似地表示函数 $f(t)$

$$f(t) \approx \sum_{r=1}^{n} C_r g_r(t)$$

方均误差

$$\overline{\varepsilon^2(t)} = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2}\left[f(t) - \sum_{r=1}^{n} C_r g_r(t)\right]^2 \mathrm{d}t$$

若当 $n \to \infty$ 时，$\overline{\varepsilon^2(t)} \to 0$，即

$$\lim_{n\to\infty} \overline{\varepsilon^2(t)} = 0$$

则称此函数集为完备的正交函数集。

定义 2：如果在正交函数集 $g_1(t), g_2(t), \cdots, g_n(t)$ 之外，不存在函数 $x(t)$

$$0 < \int_{t_1}^{t_2} x^2(t)\mathrm{d}t < \infty$$

且满足等式

$$\int_{t_1}^{t_2} x(t) g_i(t)\mathrm{d}t = 0 \qquad (i = 1, 2, \cdots, n)$$

则称此函数集为完备的正交函数集。

(4) 信号在完备的正交函数集中分解

(a) 三角函数集：$\{1, \cos\omega_1 t, \cos 2\omega_1 t, \cdots, \cos n\omega_1 t, \cdots, \sin\omega_1 t, \sin 2\omega_1 t, \cdots, \sin n\omega_1 t, \cdots\}$ 在区间$(t_0, t_0 + T_1)$内构成完备的正交函数集，其中$T_1 = \dfrac{2\pi}{\omega_1}$。

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t)$$

(b) 复指数函数集

$\{e^{jn\omega_1 t}\}(n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$ 在区间$(t_0, t_0 + T_1)$内构成完备的正交函数集，其中 $T_1 = \dfrac{2\pi}{\omega_1}$。

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_1 t}$$

(c) 勒让德多项式

$$P_n(t) = \frac{1}{2^n n!}\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}t^n}(t^2 - 1)^n \quad (n = 0, 1, 2, \cdots)$$

在区间$(-1, 1)$内构成完备的正交函数集。

$$f(t) = C_0 P_0(t) + C_1 P_1(t) + \cdots + C_n P_n(t) + \cdots$$

(d) 沃尔什函数集

沃尔什(Walsh)函数 $W(k, t)$ 只取 $+1$ 和 -1 两个可能的数值，波形呈矩形脉冲。

$W(k, t)$ 在区间$(0, 1)$内构成完备的正交函数集。

1.1.5　系统的定义与分类

1. 系统的定义

一组相互有联系的事物，并具有特定功能的整体。

2. 系统的分类

按照系统的数学模型的差异可作如下划分：线性系统与非线性系统；时不变系统与时变系统；集总参数系统与分布参数系统；连续时间系统与离散时间系统。

1.1.6　线性时不变系统的基本特性

1. 线性特性

线性特性包括叠加性与均匀性。

叠加性：

若 $x_1(t) \to y_1(t)$，$x_2(t) \to y_2(t)$，则

$$x_1(t) + x_2(t) \to y_1(t) + y_2(t)$$

均匀性(齐次性)：

若 $x(t) \to y(t)$，则

$$kx(t) \to ky(k)$$

其中 k 为常数。

将叠加性与均匀性结合在一起可写成

$$k_1 x_1(t) + k_2 x_2(t) \to k_1 y_1(t) + k_2 y_2(t)$$

2. 时不变特性

若 $x(t) \to y(t)$，则

$$x(t - t_0) \to y(t - t_0)$$

3. 微分与积分特性

若 $x(t) \to y(t)$，则

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} \to \frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\mathrm{d}\tau \to \int_{-\infty}^{t} y(\tau)\mathrm{d}\tau$$

4. 因果性

若当 $t < 0$ 时激励 $x(t) = 0$($x(t)$ 为因果信号)，则当 $t < 0$ 时响应 $y(t) = 0$，即响应不会超前于激励。

以上特性(除了微分与积分特性外) 同样适合于离散时间系统。

1.1.7　线性时不变系统分析方法

1. 从系统数学模型描述方法来分：输入输出分析法与状态变量分析法。

2. 从系统数学模型求解方法来分：时域分析法(经典法，卷积法) 与变换域分析法(FT、LT 以及 ZT)。

1.2 重点与难点分析

本章中典型连续信号、信号的运算以及线性时不变系统的基本特性是重点内容。在学习过程中要求熟练掌握各典型信号的表达式、波形、性质以及相互之间的关系。对于线性时不变系统的基本特性，从内容上看比较简单，很容易理解，但关键是如何将这些特性灵活地应用在系统分析中。

例如，若激励信号为凸形波，如图 1－1 所示，将 $x(t)$ 通过某线性时不变系统，求响应 $y(t)$。

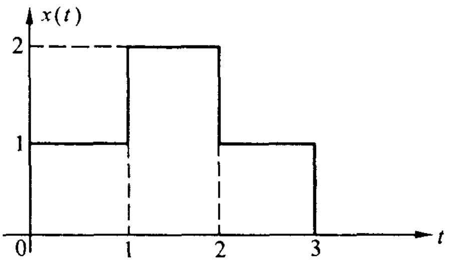


图 1－1　激励信号 $x(t)$ 的波形

如何求响应较为方便呢？这时我们应当想到将 $x(t)$ 分解为若干个阶跃信号的叠加，即

$$x(t) = u(t) + u(t-1) - u(t-2) - u(t-3)$$

这样只要求出对于 $u(t)$ 的响应，假设为 $y_1(t)$，即

$$u(t) \rightarrow y_1(t)$$

然后就可以利用线性特性与时不变特性求出对于 $x(t)$ 的响应

$$y(t) = y_1(t) + y_1(t-1) - y_1(t-2) - y_1(t-3)$$

这种求解方法必然比将 $x(t)$ 作为整体而直接求响应要简单得多。

本章难点内容是正交函数，它比较抽象，理论性较强。学习过程中，首先弄懂正交矢量的概念，因为正交矢量比较直观，然后用类比的方法将其推广到正交函数上来，这样就较容易理解了。

1.3 例题分析

例 1－1　写出图例 1－1 所示各信号的时域表达式。

解　(a) $f_1(t) = \sin\pi t \cdot u(t)$

(b) $f_2(t) = \sin\pi(t-t_0) \cdot u(t)$

(c) $f_3(t) = \sin\pi t \cdot u(t-t_0)$

(d) $f_4(t) = \sin\pi(t-t_0) \cdot u(t-t_0)$

(e) $f_5(t) = 2u(t) - u(t-1) + u(t-2) - 2u(t-3)$

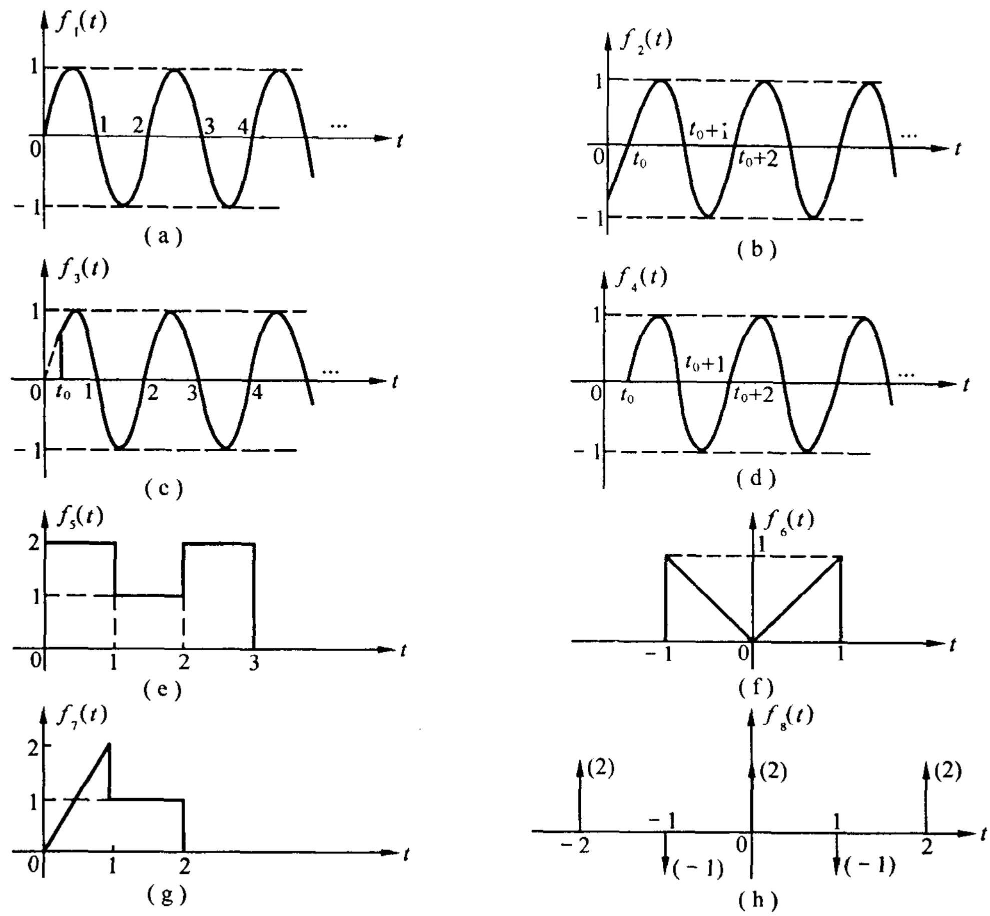
(f) $f_6(t) = -t[u(t+1) - u(t)] + t[u(t) - u(t-1)] =$

$$-tu(t+1) + 2tu(t) - tu(t-1)$$

或：$f_6(t) = |t|[u(t+1) - u(t-1)]$

这是因为 $f_6(t)$ 是偶函数的缘故，这种表示更加简洁。

(g) $f_7(t) = 2t[u(t) - u(t-1)] + [u(t-1) - u(t-2)]$



图例 1－1

(h)$f_8(t) = 2\delta(t+2) - \delta(t-1) + 2\delta(t) - \delta(t-1) + 2\delta(t-2)$

例 1－2 画出下列函数的波形。

(1)$f_1(t) = u(t) + u(t-1) + u(t-2) - 3u(t-3)$

(2)$f_2(t) = t[u(t) - u(t-1)]$

(3)$f_3(t) = tu(t-1)$

(4)$f_4(t) = (t-1)[u(t-1) - u(t-2)]$

(5)$f_5(t) = t[u(t-1) - u(t-2)]$

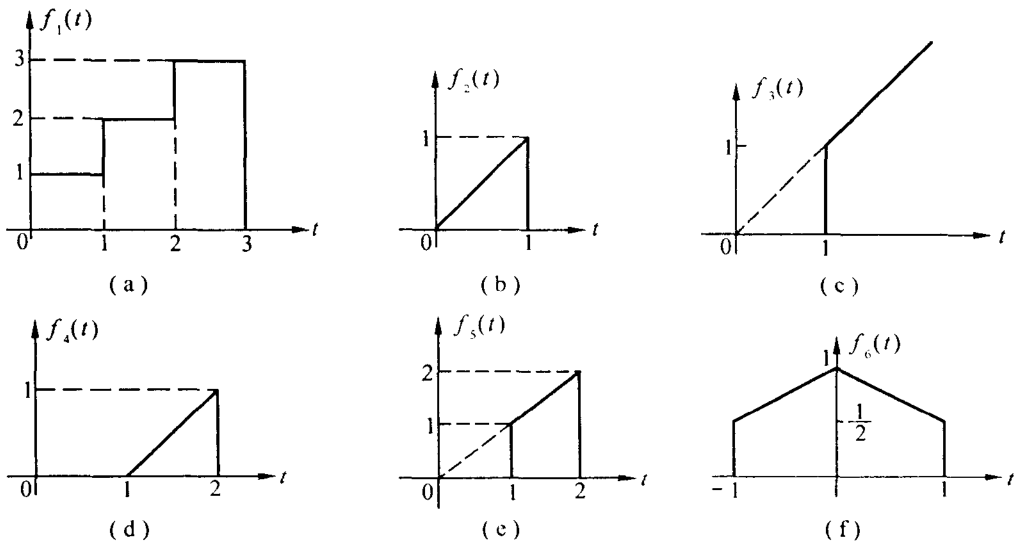
(6)$f_6(t) = (1 - \frac{1}{2}|t|)[u(t+1) - u(t-1)]$

解 各波形如图例 1－2(a) ～ (f) 所示。

例 1－3 画出下列函数的波形。

(1)$f_1(t) = \frac{\sin 2(t-\pi)}{2(t-\pi)}$

(2)$f_2(t) = e^{-t}\cos 10\pi t \cdot [u(t-2) - u(t-3)]$



图例 1 - 2

(3) $f_3(t) = \mathrm{sgn}[\sin(\pi t)]$

(4) $f_4(t) = \sin[\pi t \mathrm{sgn}(t)]$

解 (1) $f_1(t) = \dfrac{\sin 2(t-\pi)}{2(t-\pi)} = \mathrm{Sa}[2(t-\pi)]$

中心点在 $t=\pi$ 处。令 $2(t-\pi)=m\pi$ 可求出零值点坐标。即 $t=\pi+\dfrac{\pi}{2}m(m=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots)$，其波形如图例 1 - 3(a) 所示。

(2) 因为 $\cos 10\pi t$ 的周期为 0.2s，所以 $f_2(t)$ 在区间[2,3]内应有 5 个余弦振荡波形，$f_2(t)$ 的波形如图例 1 - 3(b) 所示。

(3) $f_3(t)$ 为复合函数，当 $\sin(\pi t)$ 大于 0 时，$f_3(t)$ 取 +1；而当 $\sin(\pi t)$ 小于 0 时，$f_3(t)$ 取 -1，因此 $f_3(t)$ 的波形如图例 1 - 3(c) 所示，图中同时画出了 $\sin(\pi t)$ 的波形。

(4) $f_4(t)$ 也是复合函数

因为
$$\mathrm{sgn}(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ -1 & t<0\end{cases}$$

所以
$$f_4(t)=\begin{cases}\sin\pi t & t>0\\ -\sin\pi t & t<0\end{cases}$$

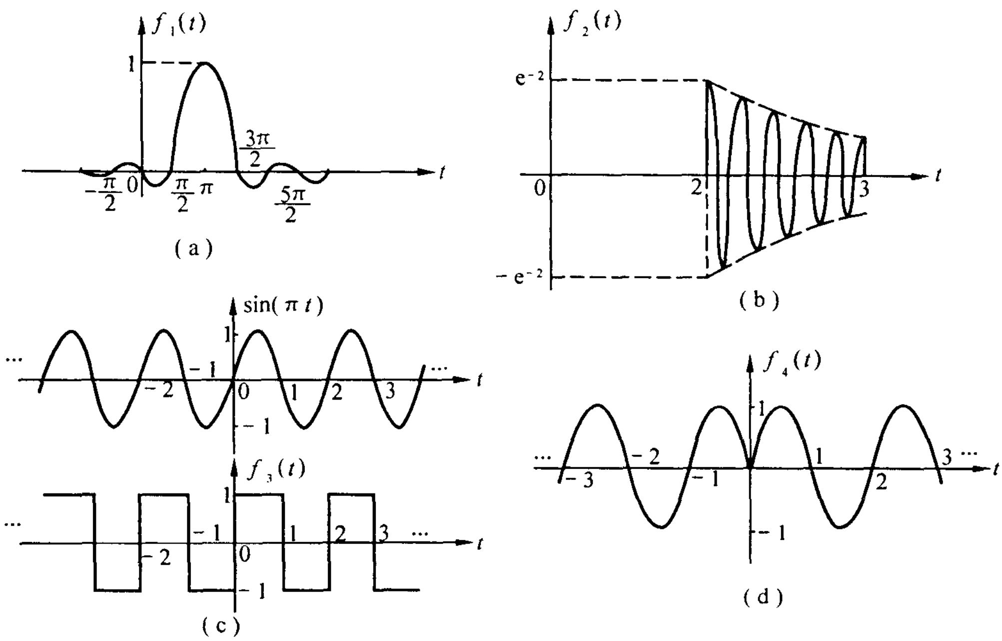
这样，$f_4(t)$ 的波形如图例 1 - 3(d) 所示。

例 1 - 4 已知 $f(t)$ 波形如图例 1 - 4(a) 所示，试画出下列信号的波形图。

(1) $f(t)u(t)$　　(2) $f(t-1)u(t-1)$

(3) $f\left(\dfrac{1}{2}t-\dfrac{1}{2}\right)$　　(4) $f\left(\dfrac{1}{2}t-\dfrac{1}{2}\right)[u(t)-u(t-2)]$

(5) $f(-2t-1)$　　(6) $f(-2t-1)[u(t+1)-u(t+\frac{1}{2})]$



图例 1－3

解　各信号的波形如图例 1－4(b) ～ (g) 所示。

例 1－5　计算下列各式。

(1) $f_1(t)=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-t}\delta(t)]$

(2) $f_2(t)=\int_0^\infty \mathrm{e}^{-t}\cos t\cdot\delta(t+2)\mathrm{d}t$

(3) $f_3(t)=\int_{-\infty}^{t}\mathrm{e}^{-\tau}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau$

(4) $f_4(t)=u(2t-1)\delta(t-1)$

(5) $f_5(t)=\int_{-\infty}^{\infty}u(2t-t_0)\delta(t-1)\mathrm{d}t$

(6) $f_6(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(2t)\cos t\mathrm{d}t$

(7) $f_7(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t^2-1)\mathrm{d}t$

解　(1) $f_1(t)=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-t}\delta(t)]=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\delta(t)]=\delta'(t)$

该题也可按两函数乘积的微分来求，步骤如下：

$$f_1(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-t}\delta(t)]=-\mathrm{e}^{-t}\delta(t)+\mathrm{e}^{-t}\delta'(t)=$$
$$-\delta(t)+\delta'(t)-[-\delta(t)]=\delta'(t)$$

这种做法没有注意到冲激函数的性质，使得求解过程较繁。但有时冲激偶函数的性质

$$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$$