LANGMAN 朗曼

北京朗曼教学与研究中心

Peculiar

北京朗曼教学与研究中心

宋伯涛 总主编

非常讲解

张志朝 主编

Explanations

高三数学
教材全解全析（上）

天津人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

非常讲解 . 数学 . 高三 . 上/张志朝主编 . - 天津:天津人民出版社,2004.6
ISBN 7 - 201 - 01479 - X

Ⅰ. 非… Ⅱ. 张… Ⅲ. 数学课 - 高中 - 教学参考资料 Ⅳ. G634
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 031029 号

非常讲解
高三数学教材全解全析(上)

主编 张志朝

天津人民出版社出版
出版人: 刘晓津
(天津市张自忠路 189 号 邮政编码: 300020)
北京市昌平长城印刷厂印刷 新华书店发行
*
2004 年 6 月第 1 版 2004 年 6 月第 1 次印刷
890 × 1240 毫米 32 开本 15.75 印张
字数:492 千字 印数:1 - 20,000
定价:18.00 元
ISBN 7 - 201 - 01479 - X

再版前言

国家基础教育课程改革启动至今已有三年，义务教育《课程标准》的实施范围正在逐步扩大，新的教育理念被越来越多的教育工作者和社会人士所接受，我国基础教育事业正经历着一次深刻的变革。这个变革的核心，对于教师来说，就是改变角色定位；对于学生来说，就是变革学习方式。本着这样的精神，今年再版时，我们广泛征求专家、教师、学生和家长意见，对本书作了较大程度的修改。

本书按照新教材的体系分章编写。其特点在于结合“**考纲**”对各章节重点、难点、疑点及考点等逐一进行讲解，内容详尽，分析透彻，条理清晰，所选例题题型系统全面。特别强调各单元应掌握的**基础知识、知识运用、思维方式、解题方法**。对**例题的分析**处理十分到位，不仅有恰到好处的思路点拨与规范解答，更重要的是解题后的说明，它既是作者解题的体会和感受，又是解题经验的总结。因此也可以说它是作者从解题实践中概括出来的精髓。在说明中，作者言简意赅地揭示巧解的思维过程；如何灵活地选用数学方法；对于可转化或引申的题目，给出其转化或引申的形式及其解法；对题中可能出现的错解予以警示。它将帮助学生领悟作者选题的意图，使学生做到**立足基础，抓住关键，突破难点，研究方法**，以一题带一类，真正使学生做到举一反三，触类旁通，从而收到跳出题海、启迪思维的效果。**同步测试**部分根据各章节特点对基础知识、重点难点、知识应用进行针对性的巩固训练。其中选用了目前各地较为常用的题型，增加了一些体现近几年中考与高考命题方向的新题，并补充了一些与生产生活密切相关的应用题，可以说题型十分丰富，且综合性强，旨在帮助学生巩固知识，提高综合运用知识的能力。

学生在使用本书过程中，要结合教科书，努力掌握知识点的要点及关键，对某些重点难点进行仔细的分析、研究，结

合例题，做到深刻理解与牢固掌握。做同步练习时，要结合教科书内容进行独立思考，首先考虑选择解题的思路与策略，然后解题，要注意解题的规范性，解题结束后可与题解对照，弄懂弄通为什么是这个答案而不是那个答案，为什么这样解而不是那样解，还可以怎样解。课后还应对某些重点题目进行反复的再思考、再分析、再总结。有问题主动询问，及时解决。

学习《课程标准》，更新教育观念，有一个不断深入的过程；课程改革的实施，也需要不断地探索和积累。本书此次修订正是学习《课程标准》，改革教学内容和方法的一个具体的落实。希望我们的努力能给老师和同学们的教学活动带来切实而有效的帮助，虽然我们兢兢业业，勉力为之，但因水平有限，难免有错漏之处，希望广大读者批评指正。

凡需要本书以及本系列其他图书的读者可与本中心联系。联系电话：010-64925885，64925887，64943723，64948723；通信地址：北京市朝阳区亚运村邮局 89 号信箱；邮编：100101。

宋伯涛

2004 年 5 月于北师大

目录 CONTENTS

第一篇　基础知识精讲

第一章　集合与简易逻辑

本章知识导学

集合是高中数学最基本的概念之一，集合思想是一种重要的数学思想，应渗透于高中数学的各个分支；集合作为一种数学工具，它在函数、方程、不等式、排列组合及曲线与方程等方面都有广泛的运用.

逻辑是研究思维形式及其规律的一门科学，无论学习数学，还是日常生活，都需要掌握一定的推理技能和思维能力，这些都离不开对逻辑知识的掌握和应用，因此，逻辑知识是我们认识问题、研究问题不可缺少的工具.

复习目标

1.在集合复习时，不仅要注重集合的概念、性质及运算，更应该注重运用集合语言和思想参与解决函数、方程和不等式等有关问题.

2.了解命题的概念和由“或”、“且”、“非”联结词联结而成的复合命题，并能判断简单命题以及由简单命题通过逻辑联结词构成的复合命题的真假，会构造一个命题的逆命题、否命题、逆否命题，掌握这四种命题间的内在关系.

高考要求

1.集合是每年高考必考的知识点之一，是建立在理解集合及其表示方式等概念的基础上，高考用选择和填空的形式，主要考查集合的运算和求有限集合的子集及其个数.

2.简易逻辑是一个新增内容，结合其内容的特点，在高考中应一般在选择题、填空题中出现，如果在解答题中出现，则只会是中低档题.

知识要点

一、集合

1.集合的基本概念

一些对象的全体构成一个集合，构成集合的各个对象叫做这个集合的元素.

设某集合为 M，a 是 M 的元素，记作 $a\in M$，读作 a 属于集合 M，b 不是 M 的元素，记作 $b\notin M$，读作 b 不属于集合 M.

空集：不含任何元素的集合叫做空集，记作$\varnothing$.

2. 集合的特征

(1)元素的确定性：任何一个对象或者是这个给定集合的元素，或者不是它的元素，两者必居其一，而且只居其一.

(2)元素的互异性：对于给定集合中的任何两个元素都是不同的对象.

(3)元素的无序性：在给定集合中元素之间无顺序关系. 即集合中的元素相互交换次序所得的集合与原来的集合是相同的.

解题时要注意这些特性.

3. 集合的表示法

(1)列举法：把集合的元素一一列举出来，写在大括号内.

(2)描述法：把集合的元素的公共属性描述出来，写在大括号内. 其模式为$\{x|p(x)\}$.

(3)韦恩图：用一条闭曲线围成的图形表示集合.

4. 集合的分类

(1)有限集：含有有限个元素的集合叫做有限集. 并且我们称只含有一个元素的集合为一元集、含有二个元素的集合为二元集……含有 n 个元素的集合为 n 元集.

(2)无限集：含有无限个元素的集合叫做无限集. 例如：自然数集 **N**、有理数集 **Q**、实数集 **R**、复数集 **C** 等都是无限集.

5. 子集、交集、并集、补集

(1)子集的意义：对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的子集. 记作 $A\subseteq B$. 如果 A 是 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 叫做集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$.

子集的性质：$A\subseteq A$，$\varnothing\subseteq A$，$\varnothing\subsetneqq A$(若 $A\neq\varnothing$).

若 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$；　　若 $A\subsetneqq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subsetneqq C$；

若 $A\subseteq B$，$B\subsetneqq C$，则 $A\subsetneqq C$；　　若 $A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，则 $A\subsetneqq C$.

子集的个数：n 元集有 2^n 个子集、2^n-1 个真子集、2^n-1 个非空子集、2^n-2 个非空真子集.

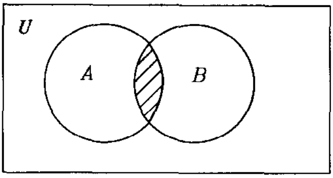
(2)集合相等的意义：若集合 A 与 B 含有相同的元素(即任 $x\in A$，均有 $x\in B$. 且任 $y\in B$，均有 $y\in A$)，则称它们相等，记作 $A=B$.

集合相等的充要条件：$A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A\Leftrightarrow A=B$.

3. 交集的意义：由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A、B 的交集，记作 $A\cap B$，即 $A\cap B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$(也就是由 A，B 的公共元素组成的集合). 用韦恩图表示为：

交集的性质：$A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cap B\subseteq A$，$A\cap B\subseteq B$.

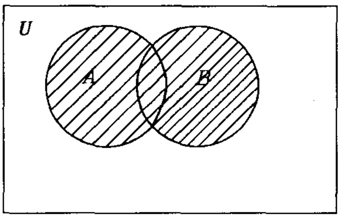
$A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$.



(4)并集的意义：由所有属于集合 A 或者属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A、B 的并集，记作 $A\cup B$，即

$A\cup B=\{x\mid x\in A$ 或 $x\in B\}$.

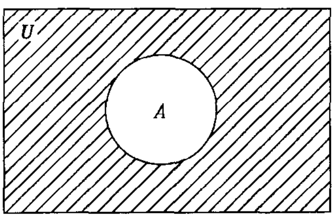
用韦恩图表示为：



并集的性质：$A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$，$A\cup B\supseteq A$，$A\cup B\supseteq B$.

$A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$.

(5)补集的意义：设全集为 U，集合 $A\subseteq U$，由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在集合 U 中的补集，记作 $\complement_U A$，即 $\complement_U A=\{x\mid x\in U$ 且 $x\notin A\}$. 需要说明的是：不同的全集 U，有不同的补集 $\complement_U A$.



补集的性质：$A\cup\complement_U A=U$，$A\cap\complement_U A=\varnothing$，$\complement_U U=\varnothing$，$\complement_U\varnothing=U$，$\complement_U(\complement_U A)=A$，$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$，$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$

二、简易逻辑

1. 逻辑联结词

(1)命题：初中数学中命题的概念为："判断一件事情的语句"；高中教材中定义

为:“可以判断真假的语句”.其实质是一样的.

(2)逻辑联结词:“或”、“且”、“非”等词叫做逻辑联结词.

(3)简单命题:不含逻辑联结词的命题叫做简单命题.简单命题常用小写拉丁字母:$p,q,r,s\cdots$表示.

(4)复合命题:由简单命题与逻辑联结词构成的命题叫做复合命题,复合命题由“p且q”,“p或q”,“非p”构成.

(5)判断复合命题的真假,可根据真值表,一般规律是:

①“非p”形式复合命题的真假与p的真假相反.

②“p且q”形式复合命题当p与q同时为真时为真,其他情况时为假.

③“p或q”形式复合命题当p与q同时为假时为假,其他情况时为真.

2.四种命题

(1)四种命题

一般地,用p和q分别表示原命题的条件和结论,用$\neg p$和$\neg q$分别表示p和q的否命题.于是四种命题的形式为:

原命题:若p则q; 逆命题:若q则p;

否命题:若$\neg p$则$\neg q$; 逆否命题:若$\neg q$则$\neg p$.

(2)四种命题的关系

①原命题$\Leftrightarrow$逆否命题.它们的关系是相互的,原命题是逆否命题的逆否命题,它们具有相同的真假性.

②逆命题$\Leftrightarrow$否命题.它们之间也互为逆否关系,因此具有相同的真假性.

③原命题正确,逆命题不一定正确.它们之间的真假性无关.

(3)命题的否定

若p表示命题,非p叫做命题的否定.如果原命题是“若p则q”,那么命题的否定是“若p则非q”,即只否定结论;而原命题的否命题是“若非p则非q”,即既否定条件又否定结论.这里要注意否命题和命题的否定的相同之处及不同之处,特别是要注意它们的区别.

(4)反证法

用反证法证明命题的一般步骤为:

①假设命题的结论不成立,即假设命题结论的反面成立.

②从这个假设出发,经过推理论证得出矛盾.

③由矛盾判断假设不正确,从而肯定命题的结论正确.

3.充分条件和必要条件

(1)充要条件:命题$A\Rightarrow B$成立,则A是B的充分条件,B是A的必要条件.若$A\Rightarrow B$且$B\Rightarrow A$,则A是B的充分且必要条件,简称充要条件.

(2)“A是B的充分条件”与“B是A的必要条件”是等价的,它们是同一个逻辑关系“$A\Rightarrow B$”的不同表述.

(3)“A 是 B 的充分条件”亦可说成是“B 的充分条件是 A”;“B 是 A 的必要条件”亦可说成是“A 的必要条件是 B”;“A 是 B 的充要条件,同时 B 也是 A 的充要条件”.

典例剖析

【例 1】 设 $A=\{x|x^2+(a+2)x+a+1=0,a\in\mathbf{R}\}$,求 A 中所有元素之和.

分析:集合 A 是方程 $x^2+(a+2)x+a+1=0$ 的解构成的集合,A 中有几个元素呢?它们的和又是多少呢?运用一元二次方程根的判别式,确定方程根的个数,再用韦达定理求出两根之和.

解:由 $\Delta=(a+2)^2-4(a+1)=a^2\geqslant 0$ 知:当 $a=0$ 时,$A=\{-1\}$ 此时 A 中所有元素之和为 -1,当 $a\neq 0$ 时,A 中含有两个元素,此时由韦达定理得所有元素之和为 $-(a+2)$.

说明:当 $\Delta=0$ 时,方程有二等根,但此时集合中只能有惟一元素 -1,所求 A 中元素之和不能认为 $(-1)+(-1)=-2$.

【例 2】 已知 $A=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$,$B=\{a_1^2,a_2^2,a_3^2,a_4^2\}$,其中 $a_1<a_2<a_3<a_4$,a_1、a_2、a_3、$a_4\in\mathbf{N}^*$,若 $A\cap B=\{a_1,a_4\}$,$a_1+a_4=10$ 且 $A\cup B$ 中的所有元素之和为 124,求集合 A、B.

分析:因为 $a_1<a_2<a_3<a_4$,$a_1,a_2,a_3,a_4\in\mathbf{N}^*$ 所以 $a_1^2<a_2^2<a_3^2<a_4^2$,

由 $A\cap B=\{a_1,a_4\}$,知 $a_1\in A\cap B$,

所以 $a_1=a_1^2$,由此得 $a_1=1$,再由 $a_1+a_4=10$,得 $a_4=9$.

从而 $A\cap B=\{1,9\}$,$B=\{1,a_2^2,a_3^2,81\}$,

分情况讨论 $a_2^2=9$ 或 $a_3^2=9$,再由自然数性质及 $A\cup B$ 所有元素之和为 124,确定 a_2,a_3,从而求出集合 A、B.

解:$\because$ $1\leqslant a_1<a_2<a_3<a_4$,$A\cap B=\{a_1,a_4\}$,

$\therefore$ $a_1=a_1^2$,则 $a_1=1$,$a_4=9$.

因此 $\{1,a_2,a_3,9\}\cap\{1,a_2^2,a_3^2,81\}=\{1,9\}$.

由此 a_2^2 与 a_3^2 中恰有一个为 9.

当 $a_2^2=9$,$a_2=3$,则 $1+3+a_3+9+a_3^2+81=124$,解得 $a_3=5$,$A=\{1,3,5,9\}$,$B=\{1,9,25,81\}$.

当 $a_3^2=9$,$a_3=3$,则 $a_2=2$,则 $A\cup B$ 所有元素之和小于 124,$a_3^2=9$ 不合题意.

于是 $A=\{1,3,5,9\}$,$B=\{1,9,25,81\}$.

说明:正确运用分类讨论思想对解题很有帮助,应引起我们的高度重视.解决本题的关键是充分应用元素与集合之间的关系、元素的大小关系及自然数的性质,逐步应用已知条件进行推理解得元素 a,a_2,a_3,a_4.

【例 3】 设集合 $A=\{-3,a^2,1+a\}$,$B=\{a-3,a^2+1,2a-1\}$,若 $A\cap B=$

$\{-3\}$，求实数 a 的值，并求 $A\cup B$.

分析：本题应用集合的交集，并集、集合中元素的特性及分类讨论思想等相关基础知识求解.

$\because\ A\cap B=\{-3\}$，$\therefore\ -3\in A$ 且 $-3\in B$.

又 A 中已有一个素 -3，则根据集合中元素的互异性，A 中其它两个元素不可能是 -3.

$\therefore\ -3$ 是集合 B 中的某一个元素，是哪一个呢？需要分情况讨论，从而分别求出 a 的值而后可进一步求出 $A\cup B$.

解：$\because\ A\cap B=\{-3\}$，而 $A=\{-3,a^2,1+a\}$，$B=\{a-3,a^2+1,2a-1\}$，

$\therefore\ a^2\neq -3,1+a\neq -3$.

$\therefore\ a-3,a^2+1,2a-1$ 中恰有一个为 -3.

根据实数性质，只有 $a-3=-3$ 或 $2a-1=-3$

$\therefore$ 若 $a-3=-3$，则 $a=0$，$\therefore\ a^2=0,1+a=1,a-3=-3,a^2+1=1,2a-1=-1$.

即 $A=\{-3,0,1\}$，$B=\{-3,-1,1\}$.

这样 $A\cap B=\{-3,1\}$ 与已知 $A\cap B=\{-3\}$ 不合，故 $a=0$ 舍去；

(2)若 $2a-1=-3$，则 $a=-1$，

从而 $a^2=1,1+a=0,a-3=-4,a^2+1=2$.

即 $A=\{-3,0,1\}$，$B=\{-4,-3,2\}$.

这样 $A\cap B=\{-3\}$ 满足题设，故所求 $a=-1$.

因此 $A\cup B=\{-4,-3,0,1,2\}$.

说明：在上述解题过程中，由题设条件得到 a 的值是 $A\cap B=\{-3\}$ 的必要条件，但不是充分条件，为使 a 的值满足 $A\cap B=\{-3\}$，且不违反集合元素中的特性，应进行检验. 为什么要进行检验呢？因为原题中的 a 是作为 $A\cap B=\{-3\}$ 的充分条件给出来的，忽视了原条件的充分性，很容易出错.

【例 4】 设集合 $A=\{x\mid |x-a|<2\}$，$B=\left\{x\,\middle|\,\dfrac{2x-1}{x+2}<1\right\}$，若 $A\subseteq B$，求实数 a 的取值范围.

[1999 年上海高考试题]

分析：本题应用绝对值不等式、分式不等式解法及集合间的相互关系等知识求解.

先化简集合 A 与 B，然后再根据 $A\subseteq B$ 的条件求出 a 的取值范围.

解：由 $|x-a|<2$ 得 $a-2<x<a+2$，$\therefore\ A=(a-2,a+2)$. 由 $\dfrac{2x-1}{x+2}<1$ 得 $\dfrac{x-3}{x+2}<0$，于是 $-2<x<3$.

$\therefore\ B=(-2,3)$.

$\because\ A\subseteq B$,

$\therefore\ \begin{cases}a-2\geqslant -2\\a+2\leqslant 3\end{cases}$ 于是 $0\leqslant a\leqslant 1$.

说明:这是一道研究集合的包含关系和解不等式的综合题,首先要化简两个已知的集合,A 集合的化简应用绝对值不等式的等价定义来做,而 B 集合的化简要注意解分式不等式,切忌在未知分母符号不定的情况下随便去分母,而是移项,通分转化为两个代数式的商的符号判断法. 当然也可以讨论去掉分母来求解,但过程较前者烦,可行不可取.

【例 5】 已知 $A=\{x\mid x^2+(2+p)x+1=0,x\in\mathbf{R}\}$,若 $A\cap\mathbf{R}^+=\varnothing$,求 p 的范围.

分析:由 $A\cap\mathbf{R}^+=\varnothing$,知 A 中元素不是正数或 A 是空集,得到方程 $x^2+(2+p)x+1=0$ 的解非正或无解.

解法一:设方程 $x^2+(2+p)x+1=0$ 的两根分别为 x_1,x_2 则有 $\Delta=(2+p)^2-4\geqslant 0$,$x_1+x_2=-(2+p)<0$,$x_1\cdot x_2>0$ 同时成立,$\therefore\ p\geqslant 0$.

A 是空集,这是第二层意思,

$\Delta=(2+p^2)-4<0$,$\therefore\ -4<p<0$.

综合起来,满足题意的 p 的范围为:$p>-4$.

解法二:由于方程 $x^2+(2+p)x+1=0$ 不可能有根为 0,且两根必同号,($\because\ x_1\cdot x_2>0$),所以 $A\cap\mathbf{R}^+\neq\varnothing$ 的条件是 $\Delta\geqslant 0$ 且 $x_1+x_2=-(2+p)>0$,$\therefore\ p\leqslant -4$.

$\therefore$ 满足题意的 p 的范围为:$p>-4$.

【例 6】 (1)求区间$[999,10000]$内能被 3 或被 5 整除的整数之和.

(2)求是 6 的倍数又非 4 的倍数且不大于 1000 的自然数的个数.

分析:(1)设集合 A 表示区间$[999,10000]$内被 3 整除的整数的集合,集合 B 表示该区间内被 5 整除的整数的集合. 利用公式 $\mathrm{card}(A\cup B)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)-\mathrm{card}(A\cap B)$将问题转为:区间内被 3 整除的整数与被 5 整除的整数之和减去区间内被 15 整除的整数之和.

(2)利用公式 $\mathrm{card}(A\cap\complement_U B)=\mathrm{card}(A)-\mathrm{card}(A\cap B)$将问题转为区间$[0,1000]$内被 6 整除的整数个数减去该区间内被 12 整除的整数的个数.

解:(略)

说明:例 5,6 说明,集合作为一种数学语言表现得相当活跃,学习时要注意语言的转换,要积累从集合的观点、集合的性质去解决貌非集合问题的经验.

【例 7】 设 a,b 是两个实数,$A=\{(x,y)\mid x=n,y=na+b,n\in\mathbf{Z}\}$,

$B=\{(x,y)\mid x=m,y=3(m^2+5),m\in\mathbf{Z}\}$,

$C=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 144\}$,

A,B,C 是平面 xOy 内的点集,讨论是否存在 a 和 b,使得(1)$A\cap B\neq\varnothing$;(2)

$(a,b)\in C$ 同时成立.

解法一:此题等价于方程组:

$$\begin{cases} na+b=3(n^2+5) & ① \\ a^2+b^2\leqslant 144 & ② \end{cases}$$

是否有解.

易知:①式表示直线,②式表示圆盘面,因此方程有解的充要条件是直线与圆盘面有公共点,故

$$d=\frac{3(n^2+5)}{\sqrt{n^2+1}}\leqslant 12.$$

$\therefore\quad (n^2+5)^2\leqslant 16(n^2+1).$

整理,得　$n^4-6n^2+9\leqslant 0\quad\therefore\quad (n^2-3)^2\leqslant 0.$

但 $(n^2-3)^2\geqslant 0$,$\therefore\quad n^2=3.$

这与 $n\in\mathbf{Z}$ 矛盾,可见符合条件的 a,b 不存在.

解法二:用反证法.

假设存在实数 a,b,使得①②同时成立,则

$$\begin{cases} 3n^2+15=na+b \\ a^2+b^2\leqslant 144 \end{cases}\ \text{有解.}$$

$\because\quad (3n^2+15)^2=(na+b)^2\leqslant(n^2+1)(a^2+b^2)\leqslant 144(n^2+1),$

$\therefore\quad 9(n^4+10n^2+25)-144(n^2+1)\leqslant 0.$

$\therefore\quad 9(n^2-3)^2\leqslant 0,\therefore\quad n^2=3.$

与已知 $n\in\mathbf{Z}$ 矛盾.

$\therefore$　满足条件①②的 a,b 是不存在的.

【例 8】 设 A,B 是两个非空集合,我们规定:$A-B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\notin B\}$,根据上述规定,$M-(M-N)$ 等于　(　　)

A. M　　B. N　　C. $M\cup N$　　D. $M\cap N$

分析:解这个题的依据就是这个题所特有的"规定",即 $A-B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\notin B\}$.这个规定有两个方面的理解,即 $x\in(A-B)\Leftrightarrow x\in A$ 且 $x\notin B$,或 $x\notin(A-B)\Leftrightarrow x\notin A$ 或 $x\in B$,特别是后一条,是本例的解题关键.

解:由已知规定,有

$x\in[M-(M-N)]\Leftrightarrow x\in M$ 且 $x\notin(M-N)$

而 $x\notin(M-N)\Leftrightarrow x\notin M$ 或 $x\in N$

$\therefore\quad x\in[M-(M-N)]\Leftrightarrow x\in M$ 且 $x\in N.$

$\therefore\quad M-(M-N)=M\cap N.$

因此,应选 D.

【例 9】 设 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant a\}$,　$B=\{y\mid y=2x+3,x\in A\}$,$C=\{z\mid z=x^2,x\in A\}$,且 $C\subseteq B$.求实数 a 的取值范围.

分析：当$-2\leqslant x\leqslant a$时，函数$z=x^2$的值域与a的取值的正负情况及$|a|$的大小等有关．因此必须对$-2\leqslant a\leqslant 0$、$0<a\leqslant 2$、$a>2$这三种情况分别讨论，才能得到集合C，再根据$C\subseteq B$，可分别求出对应范围内a的取值范围．

解：由函数$y=2x+3$的单调性可知$B=[-1,2a+3]$．下面根据实数a的取值的不同情况讨论问题的解：

(1)当$-2\leqslant a\leqslant 0$时，函数$z=x^2(x\in[-2,a])$的值域$C=[a^2,4]$．

又∵ $C\subseteq B$，即$[a^2,4]\subseteq[-1,2a+3]$

∴ $\begin{cases}-1\leqslant a^2\\4\leqslant 2a+3\\-2\leqslant a\leqslant 0\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}a\geqslant\frac{1}{2}\\-2\leqslant a\leqslant 0\end{cases}$ ∴ 无解．

(2)当$0<a\leqslant 2$时，函数$z=x^2(x\in[-2,a])$的值域$C=[0,4]$．

又∵ $C\subseteq B$，即$[0,4]\subseteq[-1,2a+3]$

∴ $\begin{cases}4\leqslant 2a+3\\0<a\leqslant 2\end{cases}$， ∴ $\begin{cases}a\geqslant\frac{1}{2}\\0<a\leqslant 2\end{cases}$， ∴ $\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 2$；

(3)当$a\geqslant 2$时，函数$z=x^2(x\in[-2,a])$的值域$C=[0,a^2]$，

又∵ $C\subseteq B$，即$[0,a^2]\subseteq[-1,2a+3]$

∴ $\begin{cases}a^2\leqslant 2a+3\\a>2\end{cases}$， ∴ $\begin{cases}-1\leqslant a\leqslant 3\\a>2\end{cases}$， ∴ $2<a\leqslant 3$．

综上(1)、(2)、(3)满足题设条件的实数a的取值范围为$[\frac{1}{2},3]$．

说明：本题的关键是集合C所含的元素与a的取值有关，不能用统一的形式表示，必须根据a的不同的取值范围区别对待．对参数a进行讨论：(i)求的是该参数的取值范围，最后应将不同范围内求得的a的取值范围并起来；(ii)求的是另一个量的取值范围，则不能将每个分域的情况并起来．

【例 10】 在下列各语句中是命题的为 ( )

(1)2不是最小的质数；

(2)$\sqrt{2}$与$\sqrt{3}$都是无理数；

(3)张华学习成绩非常优秀；

(4)大连是一个多么美丽的海滨城市啊！

(5)野生大熊猫将在2050年前绝种．

A. (1)(2) B. (3)(4) C. (3)(4)(5) D. (1)(2)(5)

分析：要在以上5个语句中确定哪些语句是命题，就需对照命题的定义(即可以判断真假的语句叫做命题)逐个加以判断．

解：(1)∵ 2是最小的质数，

∴ 2不是最小的质数这一语句是错误的，因而能判断它的真假，故它是命

题.

(2)∵ $\sqrt{2}$是无理数,$\sqrt{3}$也是无理数,

∴ $\sqrt{2}$与$\sqrt{3}$都是无理数是正确的.

因此,它是一个命题,而且还是一个真命题.

(3)由于非常优秀没有一个清晰的界限,不能明确区分它的真假,所以"张华学习成绩非常优秀"不是命题.

(4)"大连是一个多么美丽的海滨城市啊!"是一句感叹句,故它不是命题.

(5)虽然我们在今天无法确定2050年前野生大熊猫是否真的会绝种,但是随着时间的推移,我们总能确定它的真假,故它也是命题.

因此,应选D.

说明:(1)真命题是命题,假命题也是命题.

(2)从语句本身来看,一般只有陈述句或反话疑问句能区分真假;而疑问句,祈使句和感叹句都不具有这种作用,不涉及真假或不能区分真假,所以它们都不是命题.

(3)语句(5)是命题,但就目前而言我们还无法判断它的真假,如果我们对野生大熊猫的生态环境保护得好,则它将成为假命题,否则将成为真命题.

【例11】 分别指出下列复合命题的形式及构成它的简单命题:

(1)2既是偶数,也是质数;

(2)李宁是体操运动员或跳水运动员;

(3)143不是质数;

(4)正方形既是矩形,也是菱形;

(5)仅有一组对边平行的四边形是梯形或平行四边形;

(6)平行四边形不是梯形.

分析:这里应根据组成上述各复合命题的语句中所出现的逻辑联结词,是"或"、"且"、还是"非(不)"(或根据语句所表达的含意)进行命题结构的判定.

解:(1)这个命题是"p且q"的形式,其中p:2是偶数,q:2是质数.

(2)这个命题是"p或q"的形式,其中p:李宁是体操运动员,q:李宁是跳水运动员.

(3)这个命题是"非p"形式,其中p:143是质数.

(4)这个命题是"p且q"的形式,其中p:正方形是矩形,q:正方形是菱形.

(5)这个命题是"p或q"的形式,其中p:仅有一组对边平行的四边形是梯形,q:仅有一组对边平行的四边形是平行四边形.

(6)这个命题是"非p"形式,其中p:平行四边形是梯形.

说明:上述6个命题均为真命题,其中(2)与(5)是"p或q"形式的命题,由于这两个复合命题均有一个支命题为真,一个为假,故它们还是为真,如果改成"p且q"时它们均为假.