

ZIXUE SHUXUE

自学
数学标准化
测试手册

387528



湖北人民出版社

自学数学标准化测试手册

田化澜 何 锋 编写
徐龙翔 柯有华

湖北人民出版社

自学数学标准化测试手册

田化澜 等编

*

湖北人民出版社出版、发行 新华书店湖北发行所经销

湖北省新华印刷厂印刷

787×1092毫米32开本 6.5印张 13.8万字

1986年9月第1版 1987年8月第3次印刷

印数：225 201—269 500

ISBN 7—216—00105—2/Z·5

统一书号：17106·97 定价：1.10 元

编 者 的 话

标准化考试是以教育测量学为理论基础的现代化考试。这是一种先进的考试方法。这种考试方法采用电子计算机等现代科学技术,对考试的各个环节进行科学控制,以减少各种误差,使考试结果具有真实的可信度和区分度。这种考试方法包括命题设计、考试实施、评分记分、分数转换等四个环节。它是一个系统控制过程。在这个系统控制过程中,命题设计是首要且基本的一环。标准化考试的命题特点是:试题取样范围大、题量多、覆盖面宽、难易适中、答法简单明确、评分客观准确。标准化考试作为一种科学的考试方法已为各类考试所采用。为帮助具有中等文化程度的读者熟悉这种考试方法,并牢固地掌握有关的知识,我们编写了这套标准化考试丛书(共九个分册)。

数学分册由田化澜、何铎、徐龙翔、柯有华编写,李胜彰、张思聪、李大奇也参加了部分编写工作。

编 者

1986. 6

第 一 组

一、一元选择题：

下面各题都分别给出代号为 A 、 B 、 C 、 D 的四个结论，其中有、且只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题后的圆括号内。

1. 三个数 a 、 b 、 c 不全为零的充要条件是()。
(A) a 、 b 、 c 都不是零
(B) a 、 b 、 c 中最多有一个是零
(C) a 、 b 、 c 中只有一个为零
(D) a 、 b 、 c 中至少有一个不是零
2. 复数 $Z = \sin 40^\circ - i \cos 40^\circ$ 的幅角的主值是()。
(A) 40° (B) 310° (C) 50° (D) -50°
3. 0.3^2 ， $\log_{0.2} 0.3$ ， $2^{0.3}$ 这三个数之间的大小顺序是()。
(A) $0.3^2 < 2^{0.3} < \log_{0.2} 0.3$
(B) $0.3^2 < \log_{0.2} 0.3 < 2^{0.3}$
(C) $\log_{0.2} 0.3 < 0.3^2 < 2^{0.3}$
(D) $\log_{0.2} 0.3 < 2^{0.3} < 0.3^2$
4. 已知 $a < b < 0$ ，那么下列不等式中一定成立的不等式是()。
(A) $\frac{a}{b} < 1$ (B) $|a| > -b$

(C) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

(D) $b^2 > a^2$

5. 设 $\{1, 2\} \subseteq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 其中 M 表示 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的子集, 则这样的子集的个数是()。

- (A) 10 (B) 8 (C) 6 (D) 4

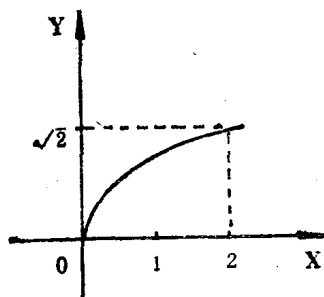


图 1—1

6. 图 1—1 是下列函数之一的图象, 则此函数是()。

(A) $y = x^{\frac{1}{2}}$

(B) $y = x^{\frac{2}{3}}$

(C) $y = x^{\frac{3}{2}}$

(D) $y = x^{\frac{1}{3}}$

7. 三角形的一个内角为 60° 是这个三角形三内角成等差数列的()。

(A) 充分但不必要条件 (B) 必要但不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分又不必要的条件

8. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 若 n 为奇数, $a_{\frac{n+1}{2}} =$

m , 则 $a_{\frac{3n+1}{2}} =$ ()。

(A) mq^{n-1}

(B) mq^n

(C) $mq^{\frac{2n+1}{2}}$

(D) $mq^{\frac{2n-1}{2}}$

9. 若 $f(x) = \ln|x|$ ($x \neq 0$), 则 $f'(x)$ 是()。

(A) $\frac{1}{|x|}$ (B) $x > 0$ 时为 $\frac{1}{x}$, $x < 0$ 时为 $-\frac{1}{x}$

(C) 不存在 (D) $\frac{1}{x}$

10. 将两封不同的信投入三个不同的邮筒中, 不同的投法共有()种。

(A) 3^2 (B) P_3^2

(C) C_3^2 (D) 2^3

11. 若 $\cos \frac{\theta}{2} = -\frac{3}{4}$, 则角 θ 终边可能落在()。

(A) 3 或 4 象限 (B) 2 或 3 象限

(C) 1 或 4 象限 (D) 1、2、3、4 等四个不同象限

12. 若 α 为第四象限的角, 则 $\frac{\sec \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} + \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{\sec^2 \alpha - 1}}$

的值为()。

(A) 3 (B) -3 (C) 1 (D) -1

13. 要使 $\sin \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha = \frac{4m-6}{4-m}$ 有意义, 则 m 的取值范围是()。

(A) $m \leq \frac{7}{3}$ (B) $m \geq -1$

(C) $-1 \leq m \leq \frac{7}{3}$ (D) $m \leq -1$ 或 $m \geq \frac{7}{3}$

14. 已知 $\sin x$, $\cos x$ 是方程 $8x^2 + 6mx + 2m + 1 = 0$ 的两个实根, 则 m 的值是()。

(A) 2 (B) 2 或 $-\frac{10}{9}$

(C) $-\frac{10}{9}$ (D) -2 或 $\frac{10}{9}$

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4$, $AC=8$, 若 M 是 BC 的中点, $AM=3$, 则 BC 的长是()。

- (A) $2\sqrt{26}$ (B) $2\sqrt{31}$ (C) 9 (D) $4+2\sqrt{13}$

16. 方程 $\sin 3x = \sin \frac{\pi}{5}$ 的解集是()。

(A) $\left\{ \frac{\pi}{15}, -\frac{4\pi}{15} \right\}$

(B) $\left\{ x \mid x = k\pi + (-1)^k \frac{\pi}{15}, k \in Z \right\}$

(C) $\left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{3} + (-1)^k \frac{\pi}{15}, k \in Z \right\}$

(D) $\left\{ x \mid x = 2k\pi + \frac{\pi}{15}, k \in Z \right\} \cup \left\{ x \mid x = 2k\pi + \frac{4\pi}{15}, k \in Z \right\}$

17. 两条异面直线, 指的是()。

(A) 在空间内不相交的两条直线

(B) 分别位于两个不同平面内的两条直线

(C) 某一个平面内的一条直线和这个平面外的一条直线

(D) 不在同一平面内的两条直线

18. 直线与平面平行的充要条件是这条直线与平面内的()。

(A) 一条直线不相交

(B) 两条直线不相交

(C) 任意一条直线都不相交

(D) 无数条直线不相交

19. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 与 AD_1 成 60° 角的面面对角线的条数是()。

(A) 4

(B) 8

(C) 6

(D) 10

20. 方程 $4x^2 - y^2 + 4x + 2y = 0$ 表示的曲线是()。

- (A) 双曲线 (B) 一个点
(C) 两条相交直线 (D) 椭圆

21. 直线 $3x - 4y - 9 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 的位置关系是()。

- (A) 直线过圆心 (B) 相切
(C) 相离 (D) 直线与圆相交且不过圆心

22. 已知双曲线的渐近线方程是 $y = \pm \frac{1}{2}x$, 焦点在坐标轴上, 焦距为10, 则它的方程是()。

- (A) $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$
(B) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = 1$ 或 $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = -1$
(C) $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = -1$
(D) $\left| \frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} \right| = 1$

23. 椭圆 $\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$ 的两个焦点坐标是()。

- (A) (5, 2) 与 (-3, 2)
(B) $(1 + \sqrt{7}, 2)$ 与 $(1 - \sqrt{7}, 2)$
(C) (6, 2) 与 (-4, 2)
(D) $(\sqrt{7}, 0)$ 与 $(-\sqrt{7}, 0)$

24. 抛物线 $y = -\frac{1}{8}x^2$ 的准线方程是()。

$$(A) x = \frac{1}{32}$$

$$(B) y = 2$$

$$(C) x = \frac{1}{4}$$

$$(D) y = \frac{1}{4}$$

25. 曲线的极坐标方程为 $\rho = \frac{2}{\cos \frac{\pi}{4} - \cos \theta}$, 它表示的

曲线是()。

(A) 双曲线 (B) 椭圆 (C) 抛物线 (D) 圆

26. 圆 $\rho = a \cos \theta + b \sin \theta$ 与极轴相切的充分条件是

()。

$$(A) a \neq 0, b = 0$$

$$(B) ab \neq 0$$

$$(C) a = 0, b \neq 0$$

$$(D) ab = 0$$

27. 下列各组方程中表示同一曲线的是()。

$$(A) \begin{cases} x = 5 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = -1 + \frac{1}{2}t \end{cases} \text{ 与 } \begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = -1 + \sqrt{3}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数})$$

$$(B) \begin{cases} x = a \cos \theta \\ y = b \sin \theta \end{cases} \quad (\theta \text{ 为参数}) \text{ 与 } \begin{cases} x = at \\ y = b\sqrt{1-t^2} \end{cases} \quad (a > b > 0, t \text{ 为参数})$$

$$(C) xy = 1 \text{ 与 } \begin{cases} x = \operatorname{tg} \alpha \\ y = \operatorname{ctg} \alpha \end{cases} \quad \left\{ \alpha \text{ 为参数}, \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \right\}$$

$$(D) \begin{cases} x = \cos \theta \\ y = \cos 2\theta \end{cases} \quad (\theta \in R) \text{ 与 } \begin{cases} x = \frac{t}{2} \\ y = \frac{t^2}{2} - 1 \end{cases} \quad (t \in R)$$

28. 如果复数 z 满足条件 $|z-1|^2 + |z-1+2i|^2 = 4$, 那么复数 z 在复平面上表示的图形是()。

(A) 直线 (B) 圆 (C) 椭圆 (D) 一点

29. 已知集合 $M = \left\{ (x, y) : \frac{1}{y} = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} \right\}$,

$N = \{ (x, y) : y = x + b \}$, 且 $M \cap N \neq \emptyset$, 则 b 应满足条件是 ().

(A) $|b| \leq 3\sqrt{2}$ (B) $-3 \leq b \leq 3\sqrt{2}$

(C) $0 < b \leq \sqrt{2}$ (D) $-3 < b \leq 3\sqrt{2}$

30. $\triangle ABC$ 中, x, y, z 分别为三边 BC, AC, AB 上的高, 若令 $BC = a, AC = b, AB = c$, 且 a, b, c 成等比数列, 则下列关系式中正确的是 ().

(A) $a:b:c = x:y:z$ (B) $a:b:c = z:y:x$

(C) $a:b:c = x:z:y$ (D) $a:b:c = y:x:z$

二、多元选择题:

下面各题都分别给出了代号为 $A, B, C, D \dots$ 等若干个结论, 选择你认为正确的结论, 把它们的代号填写在题后的圆括号内。

1. 若 z 与 $\bar{z}$ 互为共轭复数, 且 $z^2 = \bar{z}^2$, 则复数 z 可能是 ().

(A) 实数 (B) 任意复数

(C) 纯虚数 (D) 任意虚数

2. 如果 $a > b$, 那么下列不等式不能恒成立的是 ().

(A) $ac^2 > bc^2$ (B) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

(C) $a^{2n} > b^{2n} (n \in N)$ (D) $a^{2n+1} > b^{2n+1} (n \in N)$

3. 如果 $f(x)$ 在区间 M 上是减函数, 且 $f(x) > 0$, 那么下列函数中在区间 M 上是增函数的有 ().

(A) $y = [f(x)]^2$

(B) $y = 0.2^{f(x)}$

(C) $y = \frac{1}{f(x)}$

(D) $y = [f(x)]^{\frac{1}{2}}$

4. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = an^2 + bn + c$ ($a \neq 0$), 那么下列判断中正确的是()。

(A) $\{a_n\}$ 一定是等差数列

(B) $\{a_n\}$ ($n \geq 2$)一定是等差数列

(C) $c = a + b$ 时 $\{a_n\}$ 一定是等差数列

(D) $c = 0$ 时 $\{a_n\}$ 一定是等差数列

5. 下列周期函数中最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的函数是()。

(A) $y = \sin^2 2x - \cos^2 2x$

(B) $y = \sin 2x + \cos 2x$

(C) $y = |\sin x| + |\cos x|$

(D) $y = \sin\left(8x + \frac{\pi}{4}\right)$

6. 在 $\triangle ABC$ 中, 三内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a=5, b=6, c=7$, 则角 C 等于()。

(A) $\arcsin \frac{2\sqrt{6}}{5}$

(B) $\arccos \frac{1}{5}$

(C) $\arctg 2\sqrt{6}$

(D) $\operatorname{arccotg} \frac{\sqrt{6}}{3}$

7. 已知直线 a, b, c , 平面 β , 则下列命题不正确的是()。

(A) $\left. \begin{array}{l} a \parallel \beta \\ b \parallel \beta \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$

(B) $\left. \begin{array}{l} a \perp c \\ b \perp c \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$

(C) $\left. \begin{array}{l} a \subset \beta \\ b \parallel \beta \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$

(D) $\left. \begin{array}{l} a \perp \beta \\ b \perp \beta \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$

8. 已知两定点 $A(-a, 0)$ 与 $B(a, 0)$, 动点 P 与这两点连线的斜率之积为常数 $m (am \neq 0)$, 则 P 点的轨迹可能是 ()。

- (A) 直线 (B) 圆 (C) 椭圆 (D) 抛物线
(E) 双曲线(上述曲线均除去 A 、 B 两点)

9. 下列命题中正确的命题是()。

- (A) 倾角相等是两条直线平行的充分必要条件
(B) 椭圆的离心率越小, 则椭圆的形状越扁平
(C) 若点 $P(x_0, y_0)$ 在直线 $Ax + By + C = 0$ 的上方, 则 $Ax_0 + By_0 + C > 0$

(D) 点 $A(\rho, \theta)$ 关于直线 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 的对称点为 $A'(-\rho, -\theta)$

(E) 到两定点距离之差等于常数的点的轨迹为双曲线

10. 用一个平面截正方体, 关于截面的特点作如下的叙述, 则其中正确的命题是()。

- (A) 截面不可能是钝角三角形
(B) 截面是四边形时, 则一定是梯形
(C) 若平面只过一正方体的一个顶点, 则截面的顶点数是奇数
(D) 若截面是三角形时, 则截面面积最大的必为等边三角形

(E) 若适当选择平面的位置可使截面为关于一条直线对称的五边形

(F) 当截面是矩形时, 则截面面积最大的是正方形

(G) 适当选取平面的位置, 则可使截面为七边形

三、填空题:

1. 若 $\sqrt{(5-a)(a-3)^2} = (a-3)\sqrt{5-a} (a \in \mathbb{R})$, 则 a 的范围是_____。

2. 实数 $m \in$ _____ 时, 复数 $(m^2 - 8m + 15) + (m^2 - 5m - 14)i$ 所对应的点位于第 4 象限。

3. 把复数 $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 所表示的向量按逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{6}$, 所得的新向量所表示的复数是_____。

4. 若 α 为锐角, 则 $2^{|\log_2 \sin \alpha|} - \frac{1}{2}^{|\log_2 \sin \alpha|} =$ _____。

5. 方程 $4^{\lg x} - 3 \cdot 2^{\lg x} - 4 = 0$ 的解是 $x =$ _____。

6. 如果关于 x 的方程 $\frac{x+2}{x} = a$ 无解, 则 $a =$ _____。

7. 若 $a > b > 0$, 将 $a, \frac{a+b}{2}, \sqrt{ab}, \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}, \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$, b 从小到大排列起来应是_____。

8. 不等式 $\sqrt{x+1} > x-1$ 的解集是_____。

9. 设 $A = \{\text{实数}\}, B = \{\text{复数}\}, C = \{\text{自然数}\}, D = \{\text{整数}\}, E = \{\text{有理数}\}$, 那么这几个集合的关系为 $_\subset_\subset_\subset_\subset_\$ 。

10. 已知 $y = \frac{1}{3}x + m$ 和 $y = nx - 6$ 互为反函数, 则 $m =$ _____, $n =$ _____。

11. 函数 $y = \log_{0.5}(x^2 + 4x + 4)$ 在区间_____上是增函数。

12. 函数 $y = \frac{\sqrt{2x-x^2}}{\lg(2x-1)}$ 的定义域是_____。

13. 函数 $y = x + \sqrt{x+1}$ 的值域是_____。

14. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $d=2$, $a_n=11$, $S_n=35$, 那么 $a_1=$ ____, $n=$ ____ 或 $a_1=$ ____, $n=$ ____。

15. 在 $\sqrt{2}$ 和 $4\sqrt{2}$ 之间插入三个数, 使得包括这两个数在内的五个数组成等比数列, 那么插入的三个数依次是_____。

16. 数列 $1, -2, 3, -4, \dots, (-1)^{n-1}n, \dots$ 的前 n 项的和 $S_n=$ _____。

17. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1=13$, $S_3=S_{11}$, 那么这个数列的前_____项的和是最大的, 且这个最大值是_____。

18. 计算 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} =$ _____。

19. 从 8 人中选出 5 人排成一列, 在排列中没有某人的排法有_____种, 有某人的排法有_____种。

20. $(x^2+1)^{10}$ 展开式中的第 8 项是_____。

21. 如果角 α 是与 -1190° 角终边相同的最小正角, 那么 $\alpha=$ _____。

22. 根据下列条件, 确定 θ 是第几象限的角: ① $\sin \theta < 0$ 且 $\cos \theta > 0$, 则 θ 是第_____象限的角, ② $\operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{csc} \theta > 0$, 则 θ 是第_____象限的角。

23. 如果 $\operatorname{ctg} \alpha = m$, 且 α 是第二象限的角, 那么 $\sin \alpha =$ _____, $\cos \alpha =$ _____。

24. 若 $0 < x < 2\pi$, $\sin x + \cos x = m$ 有两个不同的实数根, 则 m 的取值范围是_____。

25. 函数 $y = -3\sin(2x - \frac{\pi}{6}) + 1$ 的周期是_____, 当 $x =$ _____时, y 有最小值_____, 当 $x =$ _____时, y 有

最大值____, 当 $x \in$ ____ 时, 函数递增, 当 $x \in$ ____ 时, 函数递减。

26. 函数 $f(x) = \sin x \cos(x - \frac{\pi}{6})$ 的最大值是____, 此时 $x =$ ____; 当 $x \in$ ____ 时函数 $f(x) > 0$ 。

27. 将下列各式化为积的形式

(1) $\sin \alpha - \sin 2\alpha + \sin 3\alpha =$ _____;

(2) $1 + \operatorname{tg} \beta + \sec \beta =$ _____。

28. 已知 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{3}{5}$, α, β 都在第一象限, 则 $\cos \beta =$ _____。

29. 已知 $f(\sin x) = \sin 3x$, 则 $f(\cos x) =$ _____。

30. 函数 $y = \arcsin(2x - 1)$ 的最大值是____, 最小值是____, 定义域是____, 值域是_____。

31. 计算: $\arccos \frac{\sqrt{2}}{3} + \arcsin \frac{\sqrt{2}}{3} =$ _____;

$$\arccos(-\frac{11}{14}) - \arccos \frac{1}{7} = \text{_____}。$$

32. 三角方程 $\cos 2x - 2\sin x + \sqrt{3}\sin x + \sqrt{3} - 1 = 0$ 的解集是_____。

33. 设轴截面为正方形的圆柱体的表面积与正方体的表面积相等, 则圆柱体与正方体的体积比为_____。

34. 棱长都为 1 的正四面体, 其相对两棱所成的角为_____, 相对两棱之间的距离是_____。

35. 矩形 $ABCD$, $AB = 3$, $BC = 4$, 沿对角线 AC 折成直二面角, 则顶点 B 和 D 的距离是_____。

36. 三个平面两两相交, 有三条交线, 则这三条交线的位置关系是_____。

37. 长方体共顶点的三个面的面积分别为 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 , 则它的体积是_____。

38. 正弦曲线 $y = \sin x$ 在 $[0, \pi]$ 间和 x 轴所围成的面积是_____若此图形绕 x 轴旋转, 所得旋转体体积为_____。

39. 夹在两平行平面间的圆锥、球、圆柱在其中一个平面上的正投影相同, 则它们的体积之比是_____。

40. 一圆锥侧面展开图的中心角为 216° , 半径为 5, 则此圆锥内接正方体的体积为_____。

41. 已知 $\triangle ABC$ 两顶点坐标为 $A(0, 0)$, $B(4, 0)$, 其重心坐标为 $G(3, 1)$, 则 C 点坐标为_____, 最大边长为_____。

42. 已知点 $A(-1, -2)$, 则与 A 点距离等于 3 且平行于坐标轴的直线方程是_____。

43. 过 $A(-2, 0)$ 与 $B(0, -1)$ 两点的直线斜率是_____, 倾角是_____, 其方程是_____。

44. 已知两直线 $l_1: ax + 4y - 2 = 0$, $l_2: 2x - 5y + c = 0$ 互相垂直, 且垂足为 $(1, m)$, 则其中 $a =$ _____, $c =$ _____, $m =$ _____。

45. 以原点为圆心, 半径为 1 的圆与直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 相切, 则 a 与 b 的关系式是_____, ab 的最小值是_____。

46. 已知曲线 $(c): x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$, 则 (c) 表