

·名师高考数学实战秘笈·

# 新课标 高考数学



代数篇      李正兴著

上海人民出版社



整体梳理 建构考点网络  
突出重点 提炼知识组块  
专题复习 传授数学思想  
触类旁通 指引解题诀窍  
新题新解 倡导探索创新  
有的放矢 难题轻松攻克

ISBN 7-208-05355-3

A standard linear barcode representing the ISBN number.

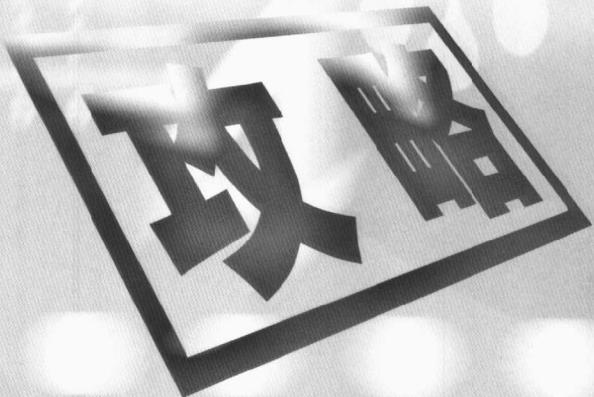
9 787208 053557 >

定价 35.00 元

易文网: www.ewen.cc

·名师高考数学实战秘笈·

# 新课标 高考数学



代数篇      李正兴著

上海人民出版社

**图书在版编目 (C I P) 数据**

新课标高考数学攻略·代数篇/李正兴著.

—上海：上海人民出版社，2004

ISBN 7-208-05355-3

I. 新... II. 李... III. 数学课—高中—升学参考资料

IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 102492 号

责任编辑 苏贻鸣

封面装帧 杨德鸿

**新课标高考数学攻略**

**代 数 篇**

李正兴 著

世纪出版集团

上海人民出版社出版

(200001 上海福建中路 193 号 www.ewen.cc)

世纪出版集团发行中心发行

上海华成印刷装帧有限公司印刷

开本 787×1092 1/16 印张 24 插页 2 字数 580,000

2004 年 10 月第 1 版 2004 年 10 月第 1 次印刷

印数 1-7,000

ISBN 7-208-05355-3/G·952

定价 35.00 元

# 前　　言

近几年来,高考数学试题在“深化能力立意,积极改革创新,优化试卷结构,拓展命题思路,设计新颖情景,控制试题难度,强化选拔功能,体现素质教育”的思想指导下逐步完成了由知识型向能力型试题的转化,在突出能力上每年“跨小步,不停步”,“稳中求改”。回顾 2003 年高考数学试题,不论是上海卷还是全国卷,考生反映试题“太难了”,然而高校与中学许多资深数学教师都认为题目出得好,体现了新课标、新大纲中“知识·能力·素质”三元合一的思想,有利于二期课改和研究性课程的落实,有利于培养能力,有利于高校招生。这种认识上的反差说明数学教育改革是一项长期的任务,如何掌握新课标,紧跟数学教育改革的步伐,优化高中数学总复习,提高复习的科学性、针对性、实效性是一项非常紧迫的工作。

《新课标高考数学攻略》(分“代数篇”与“三角·几何篇”两本,以下简称本书)是我在高考复习的实践中写出来的,又依据新的课程标准进行了提炼修改。担任高中数学教师已有 30 年了,已教过 15 届高三毕业班,我执教的是区重点中学学生,生源一般,然而我教的 2002 届一个班级在高考中获得了超市重点均分 10 分的成绩,紧接着又接了 2003 届一个班,也获得了超市重点均分 8 分的成绩,与同类型区重点相比超 20~30 分,且这两个班级中有 18 人次在市级以上数学竞赛中获奖。我认为高考数学复习应当把重心放在夯实“双基”上,这一点非常重要,数学解题能力和数学素养的提高离不开扎实的数学基础,同时,教师归纳知识、选用例题、总结方法都应当贯彻“知识·能力·素质”三元合一的思想,也就是我一贯主张的“立足课本,适度深化,突破弱点,培养能力”16 字方针,这部书在这方面是有所体现的。

这两本书在结构上是有特点的,书中对每一章给出了提纲挈领的综述,并给出整章的知识网络交汇图,让学生能较好地把握知识点及知识点之间的内在联系,加强数学组块之间的沟通,这样,在整体上就有了比较清晰的认识。每一章又分若干讲,每讲是一个小专题,相当于二至三节课的容量,由“知识要点”、“能力目标”、“例题解析”、“新题探索”、“专项训练”五部分组成。每章最后又给出一份“本章测试”,检测复习效果,题量相当于一份高考试卷,这也是对本章复习的一次总结。在本书的“三角·几何篇”书末又给出了 16 套“基础训练”试卷,每卷 20 道小题,其中 12 道填空题,8 道选择题,知识上涵盖全部高中数学教学内容,一节课(45 分钟)内完成。我把这 16 套练习穿插在第一轮复习之中,每周训练一次,这样做的目的是让学生知道高三数学总复习的主角是学生而不是教师。在第一轮复习时就让学生加强基础题的整体训练是有好处的。

每一位高三数学教师在高考复习过程中要使每一位学生成为“出色的解题者”,也就是说使每一位学生以课本为依据,以新的课程标准为线索,建构便于应用的知识网络,深刻领会数学思想方法,掌握熟练的解题技能和出色的问题转换能力,当然还应具备自信心和优良的心理素质。特别当你面对数学基础一般甚至较差的学生,追求复习的效能显得尤其必要。数学高

考复习也应讲究“布局谋篇”，在梳理知识、讲解例题、探索新题、配套训练过程中一环紧扣一环，充分挖掘学生的潜能。

综上所述，应重点引导学生做到以下三点：

### 一、立足课本，梳理知识结构

课本是教学的依据，当然也是高考命题的依据，高考命题不论题型如何新颖，都不可能与教学大纲脱节。所以不论教师还是学生都应充分利用课本，按照课本的要求，做好“双基铺垫”工作，把一个个知识点“敲敲牢”。华罗庚先生说：“在学习书本上每一个问题、每一章节的时候，首先应该不只看到书面上的，而且还要看到书背后的东西。这就是说，对书本中的某些原理、定理、公式，我们在学习的时候，不仅应该记住它的结构，懂得它的道理，而且还应该设想一下，大家是怎样想出来的，经过多少曲折攻破多少关键，才得出这个结论的。”高三学生若能做到把每一章知识网络理清楚，这一步做好了，解基础题的困难就不会太大，这就达到了复习的第一层面。

立足课本应当贯穿于高考复习的全过程，即使离考试只有一个月了，也不应把大量精力放在做模拟卷上，还是要把高中教材结合“考纲”像看电影一样“过一遍”，对每章每节涵盖的知识点进行回忆和联想，回忆运用这些知识是能解决哪些题型，联想几个知识点结合起来又能解决哪些题型。掌握了高中数学知识的框架，你才可能在认知水平和解题能力上登上新台阶。

### 二、突出重点，适度深化，提炼知识组块

分析近几年来高考数学卷，我们可以看到，当今高考命题一是不再片面追求知识点的覆盖率，而是更加注重学科知识体系并在内容上有所拓展，在知识网络交汇点处设计试题，并有意识突破常规热点；二是深化能力立意，命制无现成模式可套用的创新题和综合题，考查学生独立地提取解题信息，有效地分检、组合、加工信息，从而合理、快捷简洁地解答问题的能力。

命题趋势不是猜题押题，而是对新一届高考命题特色的科学估计，是制定高考数学总复习计划的可靠依据和不可缺少的参照。

不论春考还是秋考，不论是上海卷还是全国卷，我认为一是仍然注重知识体系，从学科整体结构考虑，在知识网络的交汇点命制情景新颖，层次鲜明，难度不大的试题；二是继续注重数学语言的转译能力，考查阅读理解瞬时定义或数学记号的水平；三是从学生可知或能知的领域采撷素材设计导向性良好，模型较简单的应用题，除了常见的函数、不等式、数列模型外，还要注意三角、几何模型，2003年上海高考应用题，就是一道解析几何模型。

所以，在复习中要善于选择一些重点知识适当拓展深化，带着问题学习。数学家王梓坤先生说：“有的放矢，带着问题学习的人容易提出自己的见解，因为他对这个问题的思索已久，脑海中储存许多有关信息，大有盘乌弯弓，一触即发之势。”把解题能力更提升一步，这就达到了复习的第二层面。

### 三、狠抓薄弱环节，突破弱点，提高能力

有针对性地制定攻克方案，掌握应试诀窍是数学复习中重要的环节，要始终做到“了解自己”，做好心理调适，“了解自己”就是了解知识上是否还有弱点，从知识的内涵外延和发生发展过程提高理解和记忆水平；了解方法上是否还有弱点，在总结解题策略中提高解题能力，了解思维上是否还有弱点，从变换视角，逆向思维和求异思维中提高思维的灵活性、创造性，优化思维品质。所以复习到一定阶段就要投入一定时间寻找薄弱环节，比如对已做过的试卷中做错的习题进行纠正、分析、反思，对易出错的地方进行整理归纳，对典型的习题在解题方法上进行

拓展,试着变更条件看看能得出什么结论,切实弄懂一道习题,力求解决一批习题,做到举一反三。即使是平时练习也要沉着冷静,先易后难,重视审题和检验,减少失误,杜绝纸级错误。当你消除了复习中的薄弱环节,对数学整体的理解和解综合题的能力就会明显提高,这就达到了数学复习的最高层面。

宋代理学家朱熹有一首“观书有感”的诗写得很精彩,“半亩方塘一鉴开,天光云影共徘徊,问渠哪得清如许,为有源头活水来”,讲的就是把书读活的道理,掌握了正确的复习方法,你才会感到充实,才会有豁然开朗的感觉,你一定会在高考中获得数学高分!

上海人民出版社苏贻鸣、吴书勇两位先生热诚关心教育事业,为本书的出版做了大量工作,在此向他们表示衷心感谢。

限于本人水平,疏漏之处在所难免,欢迎读者批评指正。

李正兴

二〇〇四年二月二十二日

# 代序

## 一个高中班级数学教学过程的剖析

李正兴

2002届上南中学高三(6)班(高一、高二时为12班)是一个优秀的班集体。她以良好的学风、骄人的成绩为上南中学四十周年建校史抹上了浓重的一笔。这个由49名学生组成的上南中学第二个理科班,高考成绩优异:1名进入北大,1名进入中国科大,4名进入复旦,14名进入上海交大,7名进入财大,5名进入同济,3名进入华师大,2名进入华政,1名进入二医大本硕联读,1名进入吉林大学,1名进入北京航空航天大学……一本率90%,本科率100%,高考总分500分以上28人,数学高考均分134分,超市重点均分10分。该班在高二、高三阶段有11名学生在上海市和全国数学竞赛中获奖,他们是这一届学生中的佼佼者。上南中学是一所区重点中学,生源一般,这个班级的业绩说明了培养尖子学生并不是市重点中学的专利,只要有较好的生源,再加上正确的教育思想和教学方法的指导,我们也可以做得很好。我曾与进才中学袁小明校长讲到过这个班级,他认为这是一个很典型的教学研究的个案,对高中三年的数学教学过程进行剖析是一项极有价值的教科研课题,值得做一做。

这个班级的同学离开上南中学已有两年了,送走他们之后我开始执教2003届高三理科班,工作很忙,再加上有一些写作计划,事情就耽搁下来了。两年来,这个班级的学生常来看我,有时每周都有人来。我们谈起高中三年学习数学的情况,往事并不如烟,许多教学中的细节是无法从记忆中抹掉的。这个班级在离开上南之前,每位学生都写过一篇学习数学的总结,离开后又常给我来信、寄贺卡。这个班级从高一到高三整整三年的数学测验的成绩表我还留着,看到这些尘封了两年的材料,感慨良多。尽管近来我教学任务繁忙,还有繁重的教学科研项目正在紧张地展开之中,但我还是想对这个班级数学教学的过程剖析一下。我尽量摘录学生的语言,以他们的感受来说明我的论点、我的数学教学思想,也许更有说服力。

### 一、班级学生的基本状况

1999年春,我即将送走1999届高三(3)班,开始接手新一届的上南中学理科班,担任理科班的数学教学工作。实际上这一年的五月经过直升考,已有28名同学留了下来,尽管初中部各班级的前几名大多还是想参加中考进市重点,如一位叫陈静宜的同学,是1998年全国初中数学联赛一等奖获得者,我当时以教导的身份曾动员她留下来,也许是她的成绩太好了,一心一意想考名校,而一些名校也盯着这位全国一等奖获得者。挖优秀生是招生过程中的“前哨战”,“硝烟”弥漫,她还是走了,进了一所市重点的理科班。但从直升的情况看也确实留下了一

些好学生,这里应当说还有一个“王亚冠效应”。王亚冠是我担任班主任的99届高三(3)班班长,她和这个班级的另一名钱鑫同学参加了99届交大本硕联读班的考试,而且都考进了。新区一共考进4人,我们进了2人,目前王亚冠在中科院物理研究所读研究生,钱鑫是英国剑桥大学在读博士生。这些拔尖学生的情况不胫而走,成为上南地区乃至浦东地区的走红新闻。我还让班级的其他几名优秀生如凌沛毅、季敏(他们考入复旦后公派到新加坡国立大学留学)等回母校参加了直升考成绩较好学生的座谈会和家长座谈会,“王亚冠效应”和“现身说法”是具有说服力的,确实为学校留下了一部分优秀生。正如家长多年来一直讲的一句话:“李老师,我们是冲着您直升的。”2001年当我想调离的时候,许多家长直言:“李老师您不能走,我们是冲着您让孩子读上南的”,最后也确实是我与这批学生共同度过了三年的“教与学”的生涯。除以直升生为班底外,中考后又把485分以上的20名学生安排进理科班,加上一名教工子女,组成了这个比较特殊的班级。这一年我校公费生的最低线是471分,新区市重点最低线是488分,这些学生应属于中上水平,因为不少学生还有推荐分8分,中考成绩也不过477分。从中考的数学均分看,比平行班高出4.1分,其中有几位来自一些初级中学,基础并不很扎实的学生,我留下了一份摸底考的成绩单,30%学生不及格,最低分37分。这个班级的数学教学是从直升后就开始的,暑假中又开设了一些讲座。2001年5月,由全班同学签名写给我的一封信中,谈了他们对我的感受:

“时间过得真快,一转眼,您已经教了我们两年数学了。遥想1999年5月的一天我们班的雏形刚刚形成时,也就是那年的初三直升班。当时我们28人在阅览室里,之后走进来几个人,有学校的领导,有施老师,还有您。我们仍然记得那天您讲的话,您对我们说了王亚冠的故事,说了她是如何刻苦努力从而进入交大联读班(之后您也时常提起),我们明白您的苦心:希望我们能像她一样,甚至超过她。”

“暑假到了,您顾不上高三教学后的疲惫,大热天来为我们上课,让我们知道何为函数方程和函数迭代,何为归纳与猜想,何为不等式,何为阶乘,掌握了放缩法、逆证法、构造法……两个月下来,无数支粉笔在您手中变成了粉尘,而我们的心中却烙下了初步的数学思想和您两个月所流的汗水。”

实际上经过最初几个月的接触,我对这个班级的基本情况的了解也只是初步的,有尖子学生,但大多数基础一般,可是他们好学,有上进心,也尊重我,配合得好就会磨擦出智慧的火花。于是如何进行教学的构想也在真正接班之前就逐渐形成了。

## 二、兴趣是数学学习的原动力

通常我们说教师应当引导学生树立正确的学习目标,从教育学理论层面上讲是良好学习动机的激发。动机是行动的直接动力,是激励人去行动以达到一定目的的内在原因,是由个体发动并维持行动的一种心理状态。积极的动机使学生努力,有方向,知道优先顺序,有计划地学习。认识兴趣也称求知欲,是学生学习动力中最现实、最活跃的成分,是学生学习的内驱力,有赖师生双方共同努力去激发。

接班后,我在数学教学中确实是全身心投入,把激发学生的学习兴趣作为头等大事来抓。在这一点上我认为仅对学生进行学习目的教育是不够的,而应当落实在上好每一节课,让学生感受数学的魅力上。现就读交大的杨一清同学说:“数学原本是枯燥的,因为数学没有生命,但

在我眼中,数学却是鲜活跃动的,是李老师让我领略到了数字所蕴藏的无穷魅力。”俞冠路同学说:“一个数学老师的成功莫过于让学生喜欢数学,而李老师让我做到了这一点。”就读于财大国际会计系的陈倩同学说:“高中三年,是李老师让我看到了数学的美丽,我发现在这串串枯燥的数字中其实也蕴藏着如哲学般深刻的智慧和如文学般灵动的思想”,“数学的思想是严密的、周详的,听李老师为我们讲几何论证或是推断题时,我会想到福尔摩斯探案或者小说《连环套》,都是同样的从表象(题目)找线索(思路),一旦抓住关键,便层层深入,环环相扣,一气呵成,直到最后找到答案。每当作出正确答案时,我便会长呼一口气,仿佛打了个大胜仗一样。”李鹏飞同学说:“您上课很有特点,毫无照本宣科,这样使得我们必须仔细听讲,有时讲纯理论的东西,稍一久了,注意力会下降,这时您适当地开一些玩笑,搞活气氛,这就显出了您的不同于其他老师的地方,由于您讲课的高效与气氛的活跃,越来越显现出您独具个性的教学,自然赢得了我们听课的兴趣,学习数学的劲头从此越来越足。”就读于华东师大的范瑛华同学说:“数学是一座迷宫,有了李老师您的循循诱导,使我得以一窥迷宫一隅,体味数学的魅力。您从理论出发阐释原理,再结合自编的独特的练习,最后向现实拓展,引导我们作深入思考。在您的指导下,数学的色彩丰富了,数学与哲学是紧密联系的,您的教学正是充满了哲学思想的激荡。”就读于北京航空航天大学的吕圣露同学讲了她学习数学的体会:“过去,学习数学总是很头痛地应付‘题海战术’,高中后李正兴老师独特的数学思路、新颖的教学理念一下子让我发现,撇开‘题海战术’,重视方法论的数学可以很美丽。我看到了表面枯燥乏味的数字、曲线背后蕴藏着的闪亮智慧和灵动思想。”考入北大的沈佩抒同学说:“高三数学总复习时,我边读边做李老师的著作,体会到其中的一些奥秘,心中也十分高兴,我觉得学习兴趣至关重要。”

2002届理科班的成功,最重要是我把切入点放在研究激起学习动因的策略上。两千多年前的孔子就说过:“知之者不如好之者,好之者不如乐之者。”“好”和“乐”就是愿意学、喜欢学,就是学习兴趣。“乐”是主动性、积极性的起点,随着学习以及思想的发展,兴趣就可能上升为志趣和志向。“吾十有五而有志于学”,由“乐”上升为“志”。爱因斯坦也说:“在学校里和生活中工作的最重要的动机是工作中的乐趣,是工作获得结果时的乐趣以及对这种结果的社会价值的认识。”不妨理解为由“自发的、感性的乐趣出发上升为自觉的理论的”认识过程。我国古代的《学记》上说,教师应当做到“道而弗牵,强而弗抑,开而弗达”,意思是:引导学生,而不牵着学生走;激励他们,而不强加逼迫;启发他们独立思考而不直接把结论告诉学生,这实际上就是激起学生动因的策略。有人说数学是枯燥的,其实是教科书编得枯燥,教师讲得枯燥,数学就成了一门枯燥的学科。要让学生喜欢数学,就要求教师把数学讲得生动、活泼、易懂,以形象或问题的情境作为教学的出发点,以娴熟的授课艺术感染、激励学生,总之,让学生喜欢数学。就读于财大的阮慧娟同学总结了她学习数学的体会:“李正兴老师是一位很有特色的老师,他上课风趣幽默,言简意赅,详略得当,对一些难题往往是一点就破。我们常有醍醐灌顶、豁然开朗之感。正因为如此,我们能有更多的时间和精力来思考、练习,课堂上,即使是我很累的时候,他总要冷不丁来一句笑话,就会把全班都逗得人仰马翻,我也就睡意全无了。套用米卢‘快乐足球’的说法,李老师就是‘快乐老师’,他教的数学就是‘快乐数学’。”

### 三、严格要求是班级成功的基础

由于学生来自四面八方,基础不一样,学习习惯也有差异,一个班级要在一门学科上实施

全面突破计划,对每位学生严格要求,矫正他们的学习态度、规范他们的解题过程、养成他们良好的学习习惯,不让一个学生掉队就显得非常重要。在这方面考入交大试点班的龚雪强同学很有感触,他说:我和李老师多少是有些缘分的,记得李老师第一次进教室给我们上课,他第一次提问就找到了我(当时他并不知道我是这个班级的数学课代表)。那是一道利用韦达定理求极值的题目,我看到了之后异常兴奋,因为这对我来说太容易了。我上去以后三笔两笔就完成了,自鸣得意地走下讲台,满心欢喜地等待着赞赏,然而,我看到的并不是一张笑脸,“这位同学的解题过程极不规范,而且有几个重要的步骤漏写了,例如这里  $a \neq 0$ ,一定要交代,不交代接下来的过程都可以‘算错’”。说完用黑板擦擦尽我的板书,然后工工整整地一步一步地将解答写在黑板上,关键的地方还做了记号,看着李老师那刚劲有力的字迹,心中却多少怀着几分恨意。随着了解的深入,觉得李老师要求很严格,在他的悉心调教下,我们的成绩一次又一次攀越高峰,数学平均分已经超过了市重点的理科班,这使我们尤为兴奋。在成绩面前,我不得不叹息于李老师精心编选的卷子的独到功力。

施颐同学(湖南大学一等奖学金获得者)一番话讲得很精彩:

记得考中考的时候,所考的6门课程之中我惟独数学是最没有底的,介于这个心理包袱,我最后放弃了选择填报名校的机会而去享用那本校5分的加分以填塞数学的“漏洞”。事后单从数学一科而言,我的选择是正确的,正如所料,由于失败于最后一题仅得了114分,而5分正可以填塞,……于是便踏进了本校的“理科班”,不知是不是“塞翁失马,焉知非福”。“数学死结”在这几年的摸打滚爬中已然成了一种“数学情结”。记得刚进这个班之际的头一次数学摸底考,我清尽家资却换回了一张49分的考卷,失落不必谈,我的基础告诉我这个成绩是客观的。在李老师的严格要求下,我逐渐由“他律”转向“自律”,“恐惧与排异”现象减弱了,在数学测验中的成绩有了提升并开始稳定了。

阮慧娟同学提到这样一件事,很有典型意义:平时,李老师就像我们父亲一样和蔼可亲,对我们都很关心,可对于我们的学习就极为苛刻。我印象尤为深的便是一次月考,我考砸了,数学考了115分,算是很差了,可我想到也有人比我考得还差,也就不放在心上了。可没预料到他第一个也是惟一一个批评的就是我,也是他第一次也是惟一一次批评我,一个个字眼像雨点一样砸在我的身上,我的脸红得发烫。我偷偷抬眼望他,只见他仍是和蔼的,我伤心了。我的成绩让这样一位“不会生气”的老师“生气”了,也不知多久,他说完了,我却哭了,不是因为先前的话,而是因为最后一句:希望你不要伤心。自此以后,我更努力了,我要以行动来证明我的实力,后来每每取得好成绩,抬头看他的眼睛,是舒心的微笑,我便很开心。

考入交大试点班的黄翰书同学写了一篇文章,题为《从被动学习到主动学习——高中三年,我的数学奋斗历程》,文章说:“以总分第一踏进理科班大门时,我就怀着一鼓子傲气,数、理、化,三杆枪,足以让我鹤立鸡群。但很快,没过几个星期,我像只斗败的公鸡,数学卷子上的鲜红的60分让我浑身直冒冷汗,高一时我在数学的泥潭中挣扎,苦于无法找到自救之法。我就按照李老师讲的预习,课后写回忆笔记,再看一些好的辅导书(李老师推荐的,一本好书往往能对学生的学习产生巨大作用)。一阶段下来,收获颇丰,我一下子飞升到班级的第一集团。从此我的数学一路‘狂奔’,至今依旧是我的优势科目,也是我最喜欢学的科目之一。”

## 四、不让一名同学掉队

由于中考试卷难度不高,虽然中考达到了较高的分数,但基础薄弱的还是不少。现就读于同济大学的仲文洁同学自由由中学考入上南,文科较强,数学成绩一直较差,初中考高中时靠的是“题海战术”,才“拼杀”出来的。应付基本题还行,然而高中数学的能力要求与初中不可同日而语了。张贤华同学是艺术爱好者,二胡考到相当高的级别,数学学习上却与班级同学差距很大。童振宇同学是上南中学教工子女,据家长说是冲着我由田林新村到上南来读高中的,进入高中后常考不及格,加上与他同桌的陈洲和前座的方颖数学学习上更是风采不凡,常获满分,于是产生了心理障碍。任燕同学认为自己的数学学习上少一根筋,加上学习方法不得当,觉得希望渺茫。对这类同学我尽量设法卸下他们身上过重的负担,尽量关心他们,帮助他们提高,有了点滴的进步就肯定他们,表扬他们,正如任燕同学所说的“老师主动来了解我的情况,我很幸运,在这里有能够帮助我的人”。

对于学习困难的学生,我的措施是:其一,帮助他们树立自信,认识到高考是几万人的竞争,就他们的数学基础而言是不差的,在同届学生中属中偏上,在校平行班中是属于较好的,这样使得他们树立了自信。第二,帮助他们掌握新的学习方法以适应新的学习。数学要注重方法与学习策略的训练,在如何预习、如何听课、如何写回忆笔记、如何整理归纳、如何课后训练、如何参加考试等各方面都进行个别指导。其三,不断激励。每当他们测验成绩提高了,就及时表扬,帮助他们体验成功,不断超越。

三年来尽管这些同学的数学成绩不是最好的,但基本上能跟上班级的步伐。他们在高考中数学成绩都超过了市重点均分,顺利地进入了理想的大学。可见在教学过程中针对学生中出现的多种心理问题及时给予疏导矫正,促使他们增强自信,是十分必要的。

三年中师生的感情确实沟通得非常好。张贤华同学说:“李老师与同学们都打成一片,虽然并不是班主任,但说实话,班主任也不如李老师与我们走得近。在班内认了众多‘干儿子’‘干女儿’的,也惟有数学老师,这点大概连班主任都羡慕不已吧。”正如全班同学写给我的信中所说:“您虽然不是我们的班主任,但在我们心里,您的地位远远超出班主任。两年来,学习上,您把我们培养成全区数学最好的一个班;生活上,您一直默默地帮着我们,我们敬爱您,就像敬爱我们的父亲一般。”

## 五、应当把数学思想传授给学生

当我打开印下了同学们成长足迹的登分表和历次考试的评价表、统计表,当我打开同学们赠于我的一本相册——上面有每一位同学的相片,每位学生写给我的一句心里话,多少精彩的语言弥久难忘。特别是看到我与 11 名身上挂着奖牌,手中捧着奖状的市、全国数学竞赛获奖者的合影时,心中感受到何等欣慰啊。他们中的多数学生的基础是一般的,然而他们成为了最好的。从高一进来时比平行班高 4.1 分,到后来高平行班 10 分、20 分、30 分,到超市重点理科班,到高考超市重点均分 10 分,到他们大都是进了名校,而且在名校里学得也很主动,正在各自的学习领域里不懈搏击,有所作为。这一前进中的轨迹难道不值得剖析、回顾、思辨、总结吗?在教学过程中我写的两本高考复习专著计 120 万字,由上海人民出版社出版,不正是对这

个班集体进行“教与学”的最好实录吗？只有经过自己大脑过滤过的东西教起来才是有效的，只有让学生掌握了数学思想才是最有用的，因为提高的不仅是学生的解题能力，还有更重要的是数学素养。理科班班长、现就读于复旦大学的周禹靖同学说：“李老师的数学课‘源于课本又高于课本’，‘操千曲而后晓声，观千剑而后识器’，此之谓也！”考入交大现公派就读于香港中文大学的张烨同学说：“李老师很出色地体现了人格魅力和教学水平这两项，也许李老师不知道在很多老师离我们而去时，我们之间仍然流传着这样一句话——幸好我们还有李老师，感谢李老师，这是真心的，谢谢李老师带我走进了高中数学的大门，对高考我充满了信心。”

就读于交大的杨一清同学说：“李老师总是循序渐进由基础题开始，再逐渐加大难度，使我们在不知不觉得很好地掌握了一个知识体系。”就读于交大的陈晓燕同学说：“数学的真正魅力在于：它不需要学习的人很聪明，却可以让人变得很聪明。”“分类讨论让人变得严谨，数形结合让人变得灵巧，立体几何让人有能力从静止的图形看到动态的翻转，归纳、猜想、证明更是体现了逻辑推理的无穷魅力。一支笔、一张纸便可将你引进数学的王国”，“或许今后读的专业不一定与数学有关，或许将来很难在台灯下埋头苦算定义域、两面角、解析式……然而这种体会是数学送给我受用一辈子的礼物”。

就读于财大的郑莉莉同学说：“李老师积三十年数学经验编写的一套套的试卷，不同于外面买的各类参考书。李老师的卷子题目新颖，较有针对性，解题思路多变，培养了我们从各种角度看问题，并且每一年每一届都根据形式增添、筛选一定的题目，避免了茫茫题海、束手无策的苦恼境地，使学习有事半功倍的效果。”

陈倩同学说：“李老师告诉我们做题目的目的不在于做题本身，而是掌握它的思想方法，数学题目是千变万化的，永远做不完的，掌握了方法便能‘以不变应万变’。是的，这就像会背诵《诗经》还是成不了文学家一样，因为真正的学问不在字句上，也不在数字上，而是在于思想，数学的思想是逻辑的思想，同时它也是自由的甚至是充满想象的。”

就读于交大的陈洲同学说：“您帮助我们理清思路，使我们对一些常用方法有所掌握，对一些常见题型的解题思路有一个比较快的了解，同时您也总是站在数学发展的前沿，给我们不断地寻找和补充新题型，使我们不会在遇到难题时手忙脚乱，而且您的讲义也十分系统化，并且对每章专题都有十分清晰的讲解，使我们能更方便、有目的地进行全方位复习，‘李氏教学法’对我们数学上的提高是巨大的。”

俞冠路同学用三句标题总结了他的三年数学学习生活，“高一·数学原来是座美丽的大花园”，“高二·我是展翅高飞的雄鹰”，“高三·在稳定中求进步”。

颜佳琪同学，2002届高三(6)班学生，喜留大胡子，爱下围棋，曾参加市区比赛获奖。该生文理均优异，在全国数学邀请赛中获奖，善以文言作文，文采颇佳。现就读于吉林大学天体物理与信息专业，可见其志向远大，他写的《吾师李公正兴传》一文，偶尔翻到，使我哑然失笑，他似乎对教育很有见解，好在文章不长，全文录于下面：

### 吾师李公正兴传

某日。教室。

有一中年教师正在慷慨陈辞，底下学生满堂，少有人离神。教师系上海人氏，操一口上海话，说得平平仄仄，抑扬顿挫，高声处若峻峰插天，低音时如陡坡接地，极富感染力。说到尽兴，老师独自嘿嘿而笑，学生哄堂大笑。整个教室笑意融融，竟胜似户外光景。此师动作亦很投

人，时而拿出一些粉笔“排列组合”，时而举起双手当空了了勾画，常以手掌代替擦板，状极潇洒。快下课时，老师忘我，众目睽睽下，眉飞色舞，大谈其教学生涯。众生愕然，继而善意一笑，依然凝神细听。

呜呼，似这等真性情、全身心投入教学之老师，诚少见矣。其言行也怪，其童心未泯，其授课认真，皆非世俗标准所能衡量也！

此师，则李公正兴也。其人冠绝天下；其课亦横盖当世。

有些课只为给旁人看，或专供领导查阅、观赏。便有子只把备课当成差使，照抄教参教案，对教材教法一无所知，待到上课，便抱教参、教案读。有师若此必无心于学生，影响教学效果，亦不利学生的发展，所培养者仅一批死记硬背的“机器”，“索然无味”矣。

李公不然。其备课认真慎重，对教材、教法、学生、学法等方面了若指掌，在课堂教学中随机应变、左右逢源，极至发挥教师之本，使其讲授妙趣横生。

其课何优耶？

#### 一、深厚思想。

备课时端正思想，乃成事保证。备课只为上好课、优化教学质量。李公对备课有了正确的思想认识，故而备课认真：

#### 二、钻研教材。

李公酷爱钻研教材、资料。其饱览教材及各地各校的参考资料，可谓“胸有教材”。李公更是利于整体深入地了解教材内容体系，确定教学重、难点，化教材为己用，以臻自如。

#### 三、了解学生。

了解学生方能因材施教！而李公不但了解学生的知识技能、学习习惯，以拟订相应教法、学法，更于课余与学生打成一片，了解诸生的生活习惯等，可谓“身体力行”。

#### 四、选择教法。

前苏联教育家孔德拉狄克有言：“教学成败取决于教师能否妥善选择教法；知识的明确性、具体性、根据性、有效性、可信性，有赖于对教学方法的有效利用。”李公正是根据教学内容和教学实际，进行教法的选择、创造，以寻适于本班学生的教学方法。教学重在教法，要以法导学。

此，即吾师李公正兴也。

——颜佳琪

虽然有些话语讲得过了，但确实反映了学生出自内心的一些感受。

## 六、以人文理念建立新型师生关系

我认为新型的师生关系应当是相互尊重、理解，充满着人文关怀的，亲其师才能信其道，一个优秀集体的形成，教师一定要以身作则，将学生的学习热情调动起来之后，就一定要珍惜爱护这种可贵的热情，以自己的行动为学生作表率。教师作为一个集体的核心，对学生一定要有一颗挚爱之心，推心置腹，以诚相待。如戴春锋同学与我的关系远非一般的师生关系。2001年夏，即将进入高三时，由于他喜欢化学，在华东杯全国化学竞赛中获二等奖，“加一”选化学不得不离开这个班，为此他怅然若失，高三阶段几乎每天要到我办公室来谈数学问题、谈学业、谈生活，他一本正经称我为“干爹”，家长也赞同，他以高分考入中国科大，现在还担任了学习部长。这是师生感情的高度升华，是一种纯洁而高尚的情谊。就读于交大的宦晔同学有这样一

段话：“您是一位数学教师，但却有着优美的文笔；您是一位普通教师，但却有着不平凡的业绩”，“您是一位成功的教师，慈爱的严父，知心的忘年交，您的教学理念是‘教会每一个学生’，您的为人原则是‘朴实无华，以心贴心’。踏实、严谨，您在三年中教给了我们；认真、仔细，您在三年中留给了我们；您个人非常注重自身的全面发展，也要求您的学生储备知识、夯实基础、培养能力、全面发展，这也是您使学生成功的关键。”这似乎道出了以人文理念建立起新型师生关系的真谛。

人文关怀和严格要求两者之间并不矛盾，曾在全国数学竞赛中获奖的沈谨同学说：“从小到大没遭过那么多回骂，但是一路走过来，再回首曾经经历的这一切，才发觉那都是您的苦心——我全都理解。”这“理解”二字“竟然燃起大家每个人对学习数学的热情与信心”还有对老师的尊重。同学们说：“其实我们挺害怕您生气，一来怕您气坏身体，二来是我们会因为挨骂而丢面子，最重要的是，我们希望您对我们一直满意，一直喜欢，一直充满信心。”

以 550 的总分考入复旦大学的陈斯羿同学说：“爸爸他不喜欢我的怪(臭)脾气，而您却‘纵容’我使坏加上没大没小；妈妈她拿我没辙，而您的‘鞭子’左边抽一下，右边也抽一下，于是，我在不知不觉中向前走着(当然没敢往后走，因为您在后头哩！)，虽然，我并非您的得意门生，但至少是百年难寻的另类弟子吧！(在此，请原谅我上课时的捣蛋——天性使然)……对我来说，您永远是个很重要、非常重要的人，我想说，谢谢您三年来为我们付出的心血和作出的牺牲，是您托起了明天的太阳，而我们一定要将第一缕金色的阳光投向您，您绝对不会后悔有我们这帮儿女的！”

人文理念还应当体现在“教与学”的对立统一上，在使学生提高的同时教师也在不断提升自己，最后用陈倩同学的一段话作为本文的结束吧：

“李老师鼓励我们提出自己的想法和思路，他也不会因同学反驳他而感到尴尬，相反总是笑眯眯地听着、想着，他要求我们大胆猜想、仔细论证，我想这也是一种人生的态度，要有远大的理想也要踏实地实践。”“今年奥斯卡最佳影片奖是一部讲述一位诺贝尔数学奖(经济学)得主的真实故事，题目就叫《美丽心灵》，的确，数学是美好的，爱好数学的人是美丽的，而教授数学的人更是要充满无限智慧的。李老师对我们倾注了挚爱深情，每个学生都是教师眼中的宝、心中的玉，塑造、雕琢，些微进步逃不脱老师精细的目光，稍有瑕疵离不开老师的苦口婆心，老师生命的年轮里镌刻着一个个学生活生生的形象，珍藏着学生一颗颗充满童真、充满幻想的心，我想这才是我们爱上李老师课的真正原因。”

# 目 录

前 言 .....	李正兴 ( 1 )
代 序 一个高中班级数学教学过程的剖析 .....	李正兴 ( 1 )
<b>第一章 集合与逻辑初步.....</b>	( 1 )
本章综述与知识网络图.....	( 1 )
<b>第一讲 集合的概念与运算.....</b>	( 2 )
一、知识要点 .....	( 2 )
二、能力目标 .....	( 3 )
三、例题解析 .....	( 3 )
1. 集合及其表示方法 .....	( 3 )
2. 集合之间的关系 .....	( 5 )
3. 集合的运算 .....	( 8 )
四、新题探索 .....	( 11 )
五、专项训练(1) .....	( 12 )
<b>第二讲 命题与充要条件.....</b>	( 14 )
一、知识要点 .....	( 14 )
二、能力目标 .....	( 15 )
三、例题解析 .....	( 15 )
1. 命题的形式及等价关系 .....	( 15 )
2. 反证法 .....	( 16 )
3. 充分条件与必要条件 .....	( 17 )
四、新题探索 .....	( 19 )
五、专项训练(2) .....	( 21 )
第一章单元测试.....	( 23 )
<b>第二章 函数.....</b>	( 26 )
本章综述与知识网络图.....	( 26 )
<b>第三讲 函数与反函数.....</b>	( 27 )
一、知识要点 .....	( 27 )
二、能力目标 .....	( 27 )
三、例题解析 .....	( 28 )
1. 函数解析式 .....	( 28 )

2. 函数的对应法则 .....	( 30 )
3. 反函数 .....	( 31 )
四、新题探索 .....	( 32 )
五、专项训练(3) .....	( 35 )
<b>第四讲 函数的定义域与值域</b> .....	( 37 )
一、知识要点 .....	( 37 )
二、能力目标 .....	( 38 )
三、例题解析 .....	( 38 )
1. 函数的定义域 .....	( 38 )
2. 函数的值域 .....	( 39 )
四、新题探索 .....	( 43 )
五、专项训练(4) .....	( 44 )
<b>第五讲 函数的奇偶性、周期性</b> .....	( 46 )
一、知识要点 .....	( 46 )
二、能力目标 .....	( 47 )
三、例题解析 .....	( 47 )
四、新题探索 .....	( 51 )
五、专项训练(5) .....	( 52 )
<b>第六讲 函数的单调性</b> .....	( 54 )
一、知识要点 .....	( 54 )
二、能力目标 .....	( 55 )
三、例题解析 .....	( 55 )
四、新题探索 .....	( 60 )
五、专项训练(6) .....	( 62 )
<b>第七讲 函数的图象</b> .....	( 64 )
一、知识要点 .....	( 64 )
二、能力目标 .....	( 65 )
三、例题解析 .....	( 65 )
四、新题探索 .....	( 68 )
五、专项训练(7) .....	( 70 )
<b>第八讲 函数的最值及其应用</b> .....	( 72 )
一、知识要点 .....	( 72 )
二、能力目标 .....	( 73 )
三、例题解析 .....	( 73 )
四、新题探索 .....	( 78 )
五、专项训练(8) .....	( 80 )
<b>第九讲 二次函数与方程、不等式</b> .....	( 82 )
一、知识要点 .....	( 82 )
二、能力目标 .....	( 84 )