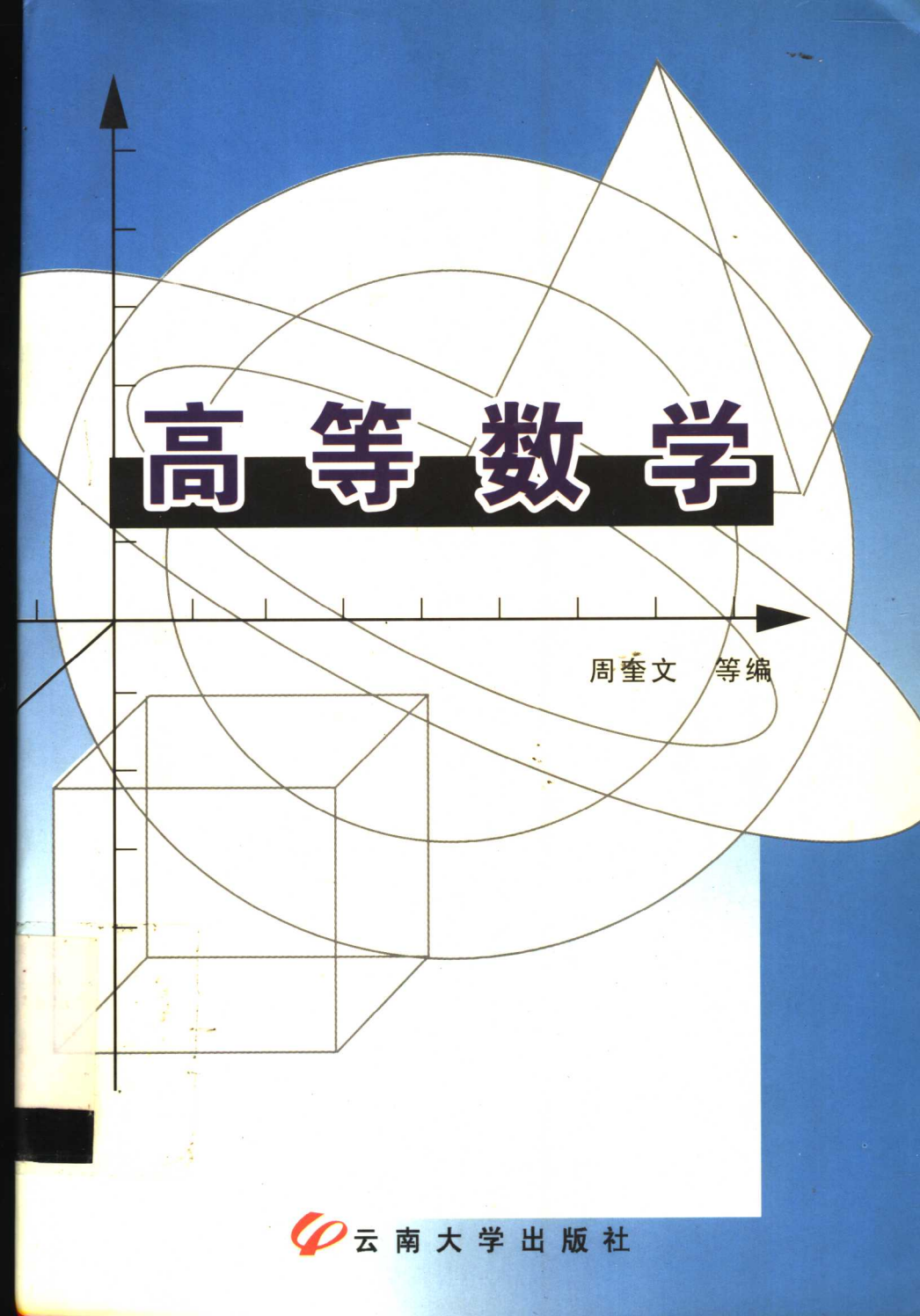




高等数学

周奎文 等编



云南大学出版社

高等数学

周奎文 等编

云南大学出版社

责任编辑：朱光辉

李继毛

封面设计：郭 明

高等数学

主 编：周奎文

出版发行：云南大学出版社

E-mail: yupress@sina.com

地 址：昆明一二一大街云南大学英华园（650091）

电 话：（0871）5031071

印 装：昆明市春城印刷厂

开 本：850×1168 毫米 1/32

印 张：13.5

字 数：338 千字

版 次：2001 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

印 数：0001 ~ 5000 册

书 号：ISBN 7 - 81068 - 340 - 3/O·42

定 价：16.00 元

前 言

我院自 1992 年恢复成人教育以来, 尚无合适的高等数学教材, 周奎文、杨戈方和张旭等同志急教学之所需, 发挥了集体智慧和整体力量, 博采众长, 编写了这部成人大专通用高等数学教材, 为成人大专基础教育作出了新的贡献。

教材在不降低教学要求的前提下, 紧密结合军队成人教育的特点, 在概念、理论和方法的表述上力求深入浅出, 便于学员自学和教员进行教学。高等数学的基本内容相对稳定, 方法比较经典, 要编写出具有一定特色的教材是很不容易的。本书的编者都是从事教学多年且富有教学经验的教授和讲师, 他们在教材的编写过程中作出了许多新的尝试, 是十分难能可贵的。

相信这部教材的出版, 将有助于促进我院成人大专教育的基础课教学, 为需要学习高等数学的读者提供有价值的参考。

昆明陆军学院副院长 肖智林

2001.4.30

编 者 的 话

目前,军队院校大专及其以上层次的成人函授教育发展很快,这是军队建设和发展的客观要求。但是,以函授为主要教学形式的大学专科高等数学教材却不多见,为便于函授教学,我们编写了这本函授大专“高等数学”教材,它可作为军队函授教育大专层次的高等数学教材或教学参考书,也可作自学之用。

本书是参照全国工科院校高等数学教学的基本要求,并结合西南地区军队函授大专教学的实际情况与成人教育的特点进行编写的。我们在内容的选取和编排上,力求做到简明扼要、通俗易懂、便于自学。重要的概念,尽量从几何直观和实际问题引出,抽象出概念后,再回到实际中去。本书不过分追求理论证明和推导的严密性,而注意加强那些与实际应用联系密切的基础知识,重视对学生的基本运算能力和解决实际问题能力的训练。

全书共九章,包括了一元微积分学、微分方程、无穷级数的基本内容与线性代数和概率统计初步,可供不同专业类型的教学需要进行内容上的选取,书中带“*”号的内容亦可视具体教学情况进行取舍。

本书由昆明陆军学院周奎文同志任主编,杨戈方同志、张旭同志任副主编,参加编写工作的还有杨朝植同志、郑兰同志。此外,郑东同志为本书的编辑和文稿的处理做了不少有益的工作。

本书的编写、出版自始至终得到了昆明陆军学院的领导,特别是成人教育部领导的支持和关心,在此表示由衷的谢意。

限于编者水平,加之时间仓促,书中不妥和错误之处,在所难免,恳请使用本书的同行和广大读者批评指正。

编 者

2001年4月18日

目 录

第一章 函数、极限与连续	(1)
第一节 函数	(1)
一、函数的概念	(1)
二、函数的几种性质	(3)
三、初等函数	(4)
习题 1-1	(7)
第二节 极 限	(11)
一、数列的极限	(11)
二、函数的极限	(12)
三、无穷小与无穷大	(15)
习题 1-2	(16)
第三节 极限的运算	(17)
一、极限的运算法则	(17)
二、两个重要极限	(20)
三、无穷小的比较	(23)
习题 1-3	(25)
第四节 函数的连续性与间断点	(27)
一、函数的连续性	(27)
二、函数的间断点	(30)
三、闭区间上连续函数的性质	(32)
习题 1-4	(34)
复习题一	(36)

第二章 导数与微分	(38)
第一节 导数的概念	(38)
一、函数的变化率与导数的定义	(38)
二、求导数举例	(41)
三、导数的几何意义	(44)
四、可导与连续的关系	(45)
习题 2-1	(46)
第二节 导数的四则运算法则	(47)
习题 2-2	(50)
第三节 复合函数与反函数的求导法则	(51)
一、复合函数的求导法则	(51)
二、反函数的求导法则	(54)
习题 2-3	(56)
第四节 初等函数的导数	(57)
习题 2-4	(59)
第五节 高阶导数、隐函数及参数方程所确定的函数的导数	(60)
一、高阶导数	(60)
二、隐函数的导数	(62)
三、由参数方程所确定的函数的导数	(63)
习题 2-5	(66)
第六节 微分	(68)
一、微分的概念	(68)
二、微分的运算法则	(71)
习题 2-6	(73)
复习题二	(74)
第三章 中值定理与导数的应用	(76)
第一节 中值定理	(76)

习题 3-1	(79)
第二节 罗必达法则	(79)
一、 $\frac{0}{0}$ 及 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式的极限	(80)
二、其它未定式的极限	(83)
习题 3-2	(84)
第三节 函数单调性的判别法和极值存在的必要条件	(85)
一、函数单调性的判别法	(85)
二、极值存在的必要条件	(87)
习题 3-3	(88)
第四节 函数极值的求法、最大值最小值问题	(89)
一、函数极值的充分条件	(89)
二、最大值最小值问题	(91)
习题 3-4	(93)
第五节 曲线的凹凸性与拐点	(94)
习题 3-5	(97)
第六节 函数图形的描绘	(97)
习题 3-6	(100)
复习题三	(101)
第四章 不定积分	(103)
第一节 不定积分的概念与性质	(103)
一、原函数与不定积分的概念	(103)
二、不定积分的性质	(105)
三、基本积分公式	(105)
习题 4-1	(108)
第二节 换元积分法	(110)
一、第一类换元法	(110)
二、第二类换元法	(114)

习题 4-2	(118)
第三节 分部积分法	(120)
习题 4-3	(123)
第四节 简单积分表及其用法	(124)
习题 4-4	(125)
复习题四	(127)
第五章 定积分及其应用	(129)
第一节 定积分的概念与性质	(129)
一、曲边梯形的面积	(129)
二、定积分的定义	(130)
三、定积分的基本性质	(132)
习题 5-1	(132)
第二节 微积分的基本公式	(134)
习题 5-2	(137)
第三节 定积分的换元法与分部积分法	(138)
一、定积分的换元积分法	(138)
二、定积分的分部积分法	(140)
习题 5-3	(141)
第四节 广义积分	(141)
一、积分区间为无穷区间的广义积分	(141)
二、无界函数的广义积分	(141)
习题 5-4	(141)
第五节 定积分的几何应用	(141)
一、平面图形的面积	(141)
二、体积	(145)
三、平面曲线的弧长	(145)
习题 5-5	(145)
复习题五	(145)

第六章 常微分方程	(160)
第一节 微分方程的基本概念	(160)
习题 6-1	(163)
第二节 可分离变量的一阶微分方程	(165)
一、可分离变量的一阶微分方程	(165)
二、齐次方程	(166)
习题 6-2	(168)
第三节 一阶线性微分方程	(169)
一、一阶齐次线性微分方程的解法	(170)
一、一阶非齐次线性微分方程的解法	(170)
习题 6-3	(173)
第四节 可降阶的高阶微分方程	(174)
一、 $y^{(n)} = f(x)$ 型的微分方程	(174)
二、 $y'' = f(x, y')$ 型的微分方程	(175)
三、 $y'' = f(y, y')$ 型的微分方程	(176)
习题 6-4	(177)
第五节 二阶常系数齐次线性微分方程	(178)
习题 6-5	(181)
第六节 二阶常系数非齐次线性微分方程	(182)
习题 6-6	(188)
复习题六	(189)
第七章 无穷级数	(191)
第一节 常数项级数	(191)
一、常数项级数的概念	(191)
二、无穷级数的基本性质	(195)
三、级数收敛的必要条件	(196)
习题 7-1	(197)
第二节 数项级数的审敛法	(198)

一、正项级数及其审敛法	(198)
二、交错级数及其审敛法	(203)
三、绝对收敛与条件收敛	(204)
习题 7-2	(206)
第三节 幂级数	(207)
一、幂级数及其敛散性	(207)
二、幂级数的运算	(212)
习题 7-3	(214)
第四节 函数展开为幂级数	(215)
一、泰勒级数	(215)
二、几个初等函数的麦克劳林展开式	(218)
三、函数展开成幂级数举例	(220)
习题 7-4	(223)
* 第五节 幂级数的应用举例	(224)
一、近似公式和近似计算	(224)
二、求定积分的近似运算	(226)
习题 7-5	(227)
* 第六节 傅立叶级数	(228)
一、傅氏系数与傅氏级数	(228)
二、在 $[0, \pi]$ 上将函数展成正弦级数或余弦级数	(234)
三、以 $2l$ 为周期的函数的傅氏级数	(237)
习题 7-6	(239)
复习题七	(240)
第八章 线性方程组	(242)
第一节 行列式	(242)
一、二阶和三阶行列式	(242)
二、 n 阶行列式	(245)
三、行列式的性质与计算	(249)

习题 8-1	(255)
第二节 矩阵	(257)
一、矩阵的概念	(257)
二、矩阵的运算	(259)
三、几类特殊的矩阵	(267)
习题 8-2	(270)
第三节 线性方程组	(271)
一、线性方程组的行列式解法	(271)
二、线性方程组的矩阵解法	(273)
习题 8-3	(280)
复习题八	(281)
第九章 概率统计初步	(283)
第一节 事件与概率	(283)
一、随机现象	(283)
二、随机事件与样本空间	(284)
三、概率	(285)
四、概率的加法法则	(288)
五、条件概率与乘法法则	(291)
六、独立试验概型	(293)
习题 9-1	(295)
第二节 随机变量及其概率分布	(296)
一、随机变量的概念	(296)
二、分布函数	(298)
三、随机变量的分布	(298)
四、随机变量的函数的分布	(307)
习题 9-2	(310)
第三节 随机变量的数字特征	(311)
一、均值 (数学期望)	(312)

二、方差	(313)
习题 9-3	(316)
第四节 参数估计与假设检验	(318)
一、总体与样本	(318)
二、参数估计	(319)
三、假设检验	(324)
习题 9-4	(328)
第五节 方差分析与回归分析	(330)
一、方差分析	(330)
二、回归分析	(335)
习题 9-5	(341)
第六节 正交试验设计	(342)
一、正交表及试验方案的设计	(343)
二、正交试验的结果分析	(346)
习题 9-6	(348)
复习题九	(349)
习题答案	(351)
附录一 基本初等函数的图形及性质	(388)
附录二 积分表	(392)
附录三 平面常用曲线及其方程	(403)
附录四 概率统计常用数值表	(406)

第一章 函数、极限与连续

函数是高等数学研究的主要对象,极限概念是微积分学的理论基础,极限方法是高等数学的一种基本研究方法,本章着重介绍函数的极限和连续性等基本概念及性质。

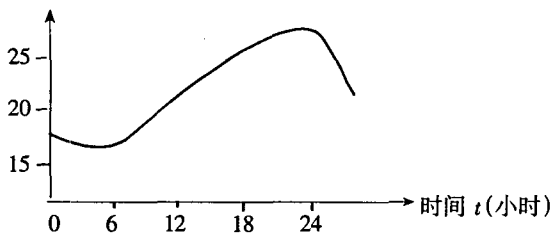
第一节 函 数

一、函数的概念

在观察自然现象或工程问题时,常常发现有几个变量相互依赖地按照一定的规律在变化,先看下面几个例子。

例1 在自由落体运动中,设物体下落时间为 t ,下落的距离为 s ,如果取开始下落的时刻 $t=0$,则 S 与 t 之间的关系由公式 $S = \frac{1}{2}gt^2$ 表示,其中 g 为重力加速度。若物体落到地面的时刻为 t^* ,则时间 t 在区间 $[0, t^*]$ 上任取一个数值时,可由上式确定出下落的距离 S 的对应值。

例2 气象观察站的气温自动记录仪把某一天的气温变化描绘在记录纸上,得如图所示曲线。



(图 1—1)

根据这条曲线,我们能知道区间 $[0, 24]$ 上任何时刻 t 的气温。

例3 由实验测得某金属轴在不同温度 $t^{\circ}\text{C}$ 下的长度 $l(\text{m})$,数据如表1-1所示:

$t^{\circ}\text{C}$	10	20	30	40	50	60
$l(\text{m})$	1.00012	1.00024	1.00035	1.00048	1.00061	1.00072

这里温度 t 和长度 l 是两个相互依赖的变量,在表1-1里显示了它们之间的相互依赖关系。

以上三个例子都有两个变量,当其中一个变量在某一确定的范围内取一数值后,另一个变量就有惟一的数值与它对应,这种对应关系在数学上就是函数概念。

定义 设 D 与 B 是两个非空实数集合,如果对于 D 中的每一个数 x ,按照某种对应规则 f , B 中存在惟一的数 y 与之对应,则称对应规则 f 是定义在数集 D 上的一个函数,这里 D 称为函数的定义域。

对于每个 $x \in D$,按规则 f 所对应的惟一的 y 称为函数 f 在点 x 处的函数值,记为 $y = f(x)$,而函数值的全体称为函数的值域,记为 W ,显然 $W \subseteq B$ 。

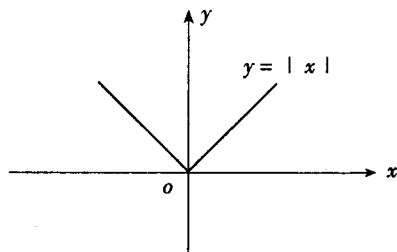
通常又称 x 为自变量, y 为因变量,由于我们是通过函数值来研究函数的,所以也称 $y = f(x)$ 是 x 的函数。

如果 $x_0 \in D$,则称函数 $f(x)$ 在 x_0 处有定义,函数 $f(x)$ 在 x_0 处的函数值记为 $y|_{x=x_0}$ 或者 $f(x_0)$ 。不同的对应规则表示不同的函数,例如 $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ 、 $y = \varphi(x)$ 等。

函数通常有三种表示法:解析法、图像法、表格法。

例如
$$y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0; \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

是定义域为 $D = (-\infty, +\infty)$,值域为 $W = [0, +\infty)$ 的一个函数。如图1-2所示。



(图 1-2)

这种在定义域内不同的区间上用不同的解析式表示的函数,称为分段函数。

二、函数的几种性质

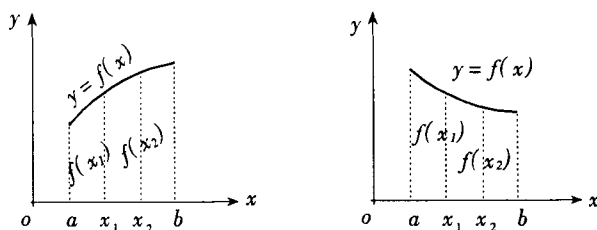
1. 函数的奇偶性

设函数 $y = f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称。如果对于任意 $x \in D$, 恒有 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数; 如果对于任意 $x \in D$, 恒有 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数。在平面直角坐标系中, 偶函数的图形关于 y 轴对称, 奇函数的图形关于原点对称。

例如, $y = x^3$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是奇函数, $y = x^2$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是偶函数, 而 $y = x^2 + x^3 + \sin 3x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是非奇、非偶函数。

2. 函数的单调性

设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D , 区间 $I \subseteq D$, 如果对于区间 I 内的任意两点 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称函数 $y = f(x)$ 在 I 上单调增加; 当 $x_1 < x_2$ 时都有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称函数 $y = f(x)$ 在 I 上单调减少。如图 1-3, 单调增加和单调减少的函数统称为单调函数。例如 $y = e^x$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的单调增加的函数, $y = \frac{1}{x}$ 是 $(0, +\infty)$ 上的单调减少的函数。



(图 1—3)

3. 函数的周期性

设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D , 若存在一个常数 $T \neq 0$, 使得对于任意 $x \in D$, 必有 $x \pm T \in D$, 并且使 $f(x \pm T) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为周期函数, T 称为函数 $f(x)$ 的周期。周期函数的周期通常是指它的最小正周期。

例如 $y = \sin x$ 是以 2π 为周期的周期函数。

4. 函数的有界性

设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D , 区间 $I \subseteq D$, 如果存在 $M > 0$, 使得对于任一 $x \in I$, 都有 $|f(x)| \leq M$. 则称函数 $f(x)$ 在 I 上有界, 或称 $f(x)$ 是 I 上的有界函数。否则称 $f(x)$ 在 I 上无界, 即 $f(x)$ 为 I 上的无界函数。

例如 $y = \sin x$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的有界函数。 $y = \frac{1}{x}$ 在 $(0, 1)$ 内是无界的, 但在 $(1, +\infty)$ 上是有界的。

三、初等函数

1. 基本初等函数

下列六种函数统称为基本初等函数:

(1) 常数函数 $y = c$;