大学物理实验

侯宪春　王志林　姜蕾　编

哈尔滨工业大学出版社

大学物理实验

侯宪春　王志林　姜　蕾　编

哈尔滨工业大学出版社
·哈尔滨·

内 容 提 要

本书是根据高等学校本科《物理实验课程教学基本要求》，结合实验室的实际情况，在物理实验教师的长期教学实践基础上编写的。

内容有力学、热学、电磁学、光学和近代物理等33个基础实验、10个设计性实验和计算机仿真物理实验。实验原理叙述清楚，公式推导完整，实验步骤简明扼要。本书开头介绍了实验规则、有效数字、数据处理、基本实验方法和基本量的测量等。实验开头有提要，介绍了实验的重要意义；末尾有思考题，供学生预习或小结用。实验内容照顾了目前大多数学校的现有设备。

本书可作为非物理专业学生物理实验课教材，也可供教师参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/侯宪春等编.—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2005.2
ISBN 7-5603-2131-3

Ⅰ.大… Ⅱ.侯… Ⅲ.物理学-实验-高等学校-教材 Ⅳ.04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第005412号

出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社　　址 哈尔滨市南岗区复华四道街10号　邮编150006
传　　真 0451-86414049
印　　刷 黑龙江省地质测绘印制中心印刷厂
开　　本 787×1092　1/16　印张13.5　字数312千字
版　　次 2005年2月第1版　2005年2月第1次印刷
书　　号 ISBN 7-5603-2131-3/O·178
印　　数 1~3 700
定　　价 19.00元

序　言

本书系使用多年的《物理实验》讲义的基础之上，结合物理实验教师多年教学实践的经验，根据高等学校本科《物理实验课程教学基本要求》而编写的，结合了当前物理实验课程的建设与改革，同时吸取了很多兄弟院校教师提出的宝贵意见。

在编写的过程中，我们力求做到以下几点：

1. 通过完成具体的实验项目使学生获得有关的实验技能训练，强调对学生物理实验基础理论和方法的系统教学，使学生获得的知识更为系统。

2. 本书就各种误差的估算和数据处理方法在有关的实验项目的数据处理中提出了相应的不同要求，以进一步加强学生的数据处理能力训练。

3. 所选的实验项目既照顾了基础物理实验室的基本条件，也注意了学生知识面的开拓和综合应用所学知识解决问题能力的培养。

4. 为了开发学生的智力，培养学生分析和解决问题的能力、综合应用理论知识和实验技术的能力，训练学生设计实验的能力，把学生从理论学习的轨道逐渐引向工程实践方面来，使学生的定性分析和定量计算逐步和工程估算及实践手段结合起来，从而逐步掌握工程设计的常规步骤方法，了解科学实验的程序和实施方法，培养创新意识和综合能力，为今后参加工程实践、进行科学研究奠定基础。在几年来实践的基础上，增加了设计性实验内容和计算机仿真实验。

本书是佳木斯大学理学院基础物理教研室的侯宪春、王志林和姜蕾等同志共同编写的。几年来，很多教师对本书的书稿提出了不少的建议，编者在此敬致谢忱。由于编者水平有限，衷心欢迎读者批评指正。

编　者

2004年11月

目　　录

绪　论

0-1　物理实验课的地位及任务

一、实验在物理学中的地位

物理学是自然科学中重要的学科之一，从本质上讲它是一门实验科学，它对物质世界各种运动形式的基本规律的研究，无一不以实验作为基础，并最终受到实验的检验。

物理规律的发现和利用都必须以严格的物理实验为基础，而且物理实验的方法被广泛的应用在科学技术的各个领域。因此，实验在物理学中占着极为重要的地位，是一门重要的必修课。

二、物理实验的目的

物理实验，是学生进入大学受到系统的实验技能训练的开端，是后续实验课程的基础。它的主要目的是：

1. 学生进行实验方法和实验技能的基本训练。通过实验学会对一些物理量的测量，掌握对基本仪器的使用；能够正确记录实验数据及其处理；并能分析实验结果，写出比较好的实验报告。

2. 逐渐培养学生的动手能力，观察和分析实验现象的能力，以及理论联系实际和独立工作能力。

3. 培养学生严肃认真细致的工作作风。实事求是的科学态度和爱护国家财产、遵守纪律的优良品德。

对工程技术人员来说，只有具备较为深广的理论知识和足够的现代科学实验的能力，才能适应科学技术飞速发展的需要。我们希望学生在学习物理实验课时，必须提高对实验技术训练重要性的认识，自觉地、有意识地加强实验能力的培养，使自己成为一名既有深广的理论基础，又有一定从事现代科学实验能力的新型工程技术和科学研究人才。

0-2　物理实验课的基本程序

物理实验课一般分三个阶段进行：

1. 预习。学生在进行实验之前要在全面阅读实验教材的基础上，重点搞清实验目的、原理（主要原理公式），以及所用仪器的性能和操作规程方法，明确实验方法和步骤及注意事项，并写出预习报告。预习一般在课外进行，也可以到实验室结合仪器装置进行预习。

预习报告的内容应简单明了,主要有实验名称,原理公式,实验装置图(如电路图或光路图等),并要画出数据记录表格。预习完成不好者不得进行实验。

2. 实验。学生到实验室后首先把环境条件和仪器设备情况做好记录,如实验日期、天气、室温、湿度、气压等,同组人员姓名,所用仪器型号、规格等,然后在实验预习和教师讲解的基础上,熟悉仪器的使用方法,进行仪器安装和调试,在教师的许可下方可开始测试。在按实验步骤操作的同时,仔细地观察实验现象,认真记录实验数据。对错误的数据进行删改时,应注明删改的理由,避免随意涂改数据的坏习惯,更不能捏造数据。对实验中观察到的现象、出现的故障以及故障的排除情况都要记录下来。在实验过程中遇到疑难问题及时请教指导教师,实验完毕后将实验数据交教师阅审、签字,并将仪器整理好,方可离开实验室。学生在实验室的全部活动都要遵守实验室的规则和要求。

3. 实验报告。实验报告是对实验的分析、总结,在原始记录的基础上,对测量数据进行处理和分析,从而得出实验结果及对实验结果进行评价。实验报告不仅是实验者对实验的总结,更重要的是要供教师审阅的,因而实验报告的书写有一定的格式要求,并力求字迹清楚,内容条理,简明规整。

0-3　怎样书写实验报告

实验报告的基本内容包括如下几个方面:

1. 实验名称。

2. 实验目的:记录实验所要达到的目的。

3. 实验原理:扼要阐述实验原理,力争图文并茂,写出原理公式及其适用的条件。

4. 实验仪器:写明仪器名称、型号、规格。

5. 实验内容:主要实验步骤、方法、测量条件的选择。

6. 数据记录及其处理:用表格形式记录出全部测量数据,标明物理量的单位,写出完整的数据处理过程,表达出完整的测量结果。

7. 分析讨论:对实验结果进行分析和讨论包括对实验结果可靠性的分析,实验中发现的现象的解释,实验装置和实验方法存在的问题及改进的意见等。

第一章　测量误差与数据处理

1-1　测量与测量误差

一、测量

进行物理实验时，不仅要定性地观察物理变化的过程，而且还要定量地测定物理量的大小，亦即要进行测量。

测量就是将待测物理量与所选定的标准单位量进行比较，其倍数即为该物理量的测量值。

在物理实验中，测量可分为直接测量与间接测量两种。

1. 直接测量　用仪表直接读出测量值的测量，称为直接测量，相应的物理量称直接测量量。例如，用米尺测量物体的长度，用电流表测量电流的大小等。

2. 间接测量　需直接测量一些相关的量，然后通过一定的函数关系式进行计算从而得出所求的物理量。例如，测量固体圆柱的密度，首先用游标卡尺测出圆柱的高 h，用螺旋测微计测出圆柱的直径 d，最后再用天平测出圆柱的质量 M，通过公式 $\rho=\frac{4M}{\pi d^2 h}$ 即可算出圆柱的密度 ρ。

二、测量值、真值和测量误差

1. 真值　任何物质都有自身的各种各样的特性，反映这些特性的物理量所具有的客观的真实的数值，称为真值，一切测量的目的都是力图要得到真值。

2. 测量值　用直接测量方法所得到的量值。

3. 测量误差　任何精密的测量都不可能获得真值，总存在一定的偏差，我们把待测物理量的测量值与真值之间的偏差称为测量误差，假设被测物理量的真值为 x_0，测量值为 x，则误差 $\Delta x = x - x_0$。

一切测量值都毫无例外地存在着测量误差。为了得到最好的测量结果，也就是说尽量减小测量误差，我们必须研究测量误差的性质及来源，并采取适当措施减小测量误差。

三、误差分类

根据误差性质及产生原因，可将误差分为系统误差、偶然误差及过失误差三类。

1. 系统误差　由于仪器的固有缺陷、环境改变、个人习惯以及理论和方法的近似等原因，使得测量值与真值比较有恒定的或按一定规律变化的偏离，这种误差叫做系统误

差。

例如，仪器零点不准、刻度不均匀；天平两臂长不等；在非标准状态下使用标准电池、标准电阻；确定气体体积时忽略容器受热膨胀的影响等。

由于系统误差的产生一般都有较明显的原因，因此，只要找到其根源往往都可以采取适当措施消除其影响。

2. 偶然误差　由于偶然的或不确定的因素所造成的测量值的无规则的涨落被称为偶然误差，也称作随机误差。

例如，观察时目的物对得不准；平衡点确定不准；读数的估计；由于环境温度、电源电压的起伏以及振动、气流、噪声等影响使测量结果产生微小变化等等。

由于上述引起偶然误差的因素是无法确定的，偶然误差具有随机性，因而对于偶然误差不能像对待系统误差那样，找出原因尽量排除。偶然误差的存在使某一量的多次测量结果不尽相同，而且每次测量误差的大小和正负无法确定。但是当测量次数足够多时，其偶然误差却服从一定的统计规律 —— 正态分布（也叫高斯分布）规律。其特点是：

(1) 绝对值相等的正误差和负误差出现机会（概率）相等；

(2) 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的机会（概率）大；

(3) 误差不会超出一定的范围；

(4) 当测量次数无限多时，测量值的算术平均值接近于真值。

偶然误差正态分布规律如图 Ⅰ-1 曲线所示，该曲线横坐标为误差 x，纵坐标为误差的概率密度分布函数 $f(x)$，曲线下阴影部分就是误差出现在 $x \sim x + \mathrm{d}x$ 区间内的概率。根据统计理论可以证明：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

式中 σ 是一个取决于具体测量条件的常数，称为标准误差。

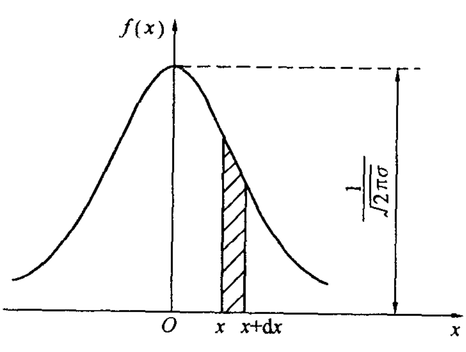


图 Ⅰ-1

根据偶然误差的性质，通常采用多次测量方法来减小偶然误差，但是偶然误差是不能消除的。

3. 过失误差　实验者在观测、记录和整理数据过程中，由于粗心大意而造成测量结果的差错称为过失误差。这种误差是人为造成的，只要实验者采取严肃认真、一丝不苟的工作态度，过失误差是可以避免的。

四、对测量结果的评价

在科学实验中，采用精密度、正确度和精确度来评价测量结果，这三个概念的涵义如下：

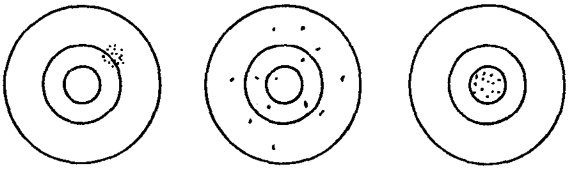
1. 精密度　表示测量结果偶然误差的大小。精密度高，则指多次测量数据的离散性小（即测量的重复性好），也即偶然误差小，但系统误差大小不明确。

2. 正确度　表示测量结果中系统误差的大小。测量正确度高，就是指测量数据的平

均值偏离真值的程度小，测量结果的系统误差小，但偶然误差的大小不明确。

3. 精确度　是测量结果系统误差与偶然误差的综合评定，测量精确度高，说明测量数据比较集中，且逼近于真值，即测量的偶然误差与系统误差都比较小。在实验中总是希望尽量提高测量的精确度。

图Ⅰ-2以打靶时弹着点的分布情况为例，分别说明上述三个概念的意义，图(a)表示射击的精密度高，但正确度较差，即偶然误差小，系统误差大；图(b)表示射击的正确度高，但精密度较差，即系统误差小，偶然误差大；图(c)表示精密度和正确度都较高，即精确度高，也就是说偶然误差和系统误差都小。



图Ⅰ-2　打靶着点分布

1-2　系统误差的修正

在许多情况下，系统误差是影响测量结果的主要原因。找出系统误差，设法修正或消除它对测量结果的影响，是误差分析的一个重要内容。

一、如何发现系统误差

下面简单介绍几种发现系统误差的方法：

1. 理论分析法

分析实验所依据的理论公式是否严密，实验所要求的条件是否严格保证，仪器所要求的调整、使用条件是否满足等等。

2. 对比法

实验方法的对比，即用不同的方法测量同一个量；仪器的对比，即用不同仪器测量同一个量；测量方法、实验条件的对比，例如增砝码与减砝码过程中的读数，改变电路中元件的位置等；人观察的对比，即不同人进行测量，等等。

3. 分析数据法

这种方法的理论依据是偶然误差服从一定的统计分布规律，如果结果误差不遵从这种规律，则说明存在系统误差。

例如，按顺序记录的测量数据的偏差是单方向或周期性的变化；计算的标准误差不随测量次数的增加而减小，等等。

二、系统误差的修正方法

系统误差的表现各式各样，必须认真研究、分析测量原理、仪器及装置的配置、仪器调整和使用的方法、测量条件的选择以及环境因素等与实验全过程都有关的各个环节，采用相应的手段去消除系统误差对测量结果的影响。

下面简单介绍几种修正系统误差的方法：

1. 对理论公式进行适当的修正;

2. 严格实现仪器、装置的调节要求和使用条件;

3. 采用特殊的测量方法,例如复称法消除天平臂长不等所引起的误差;用电桥测电阻时,采用比较方法,用标准电阻代替待测电阻使电桥重新达到平衡,这时标准电阻的数值就是待测电阻值,这样可避免桥臂的系统误差;分光计采用对称测量方法以消除偏心误差等等。

上面只介绍了几种较简单的分析、修正系统误差的方法,但系统误差的问题往往都是很复杂的,解决它的方法也各式各样,应该在实际工作中不断学习和研究。

1-3 偶然误差的估计

下面介绍在不同测量条件下偶然误差的估计方法(假定不存在系统误差与过失误差)。

一、单次直接测量偶然误差的估计

在物理实验中,常常由于条件不许可或测量精度要求不高等原因,对一个物理量的直接测量只进行一次,这时的测量误差是根据仪器上注明的仪器误差以及测量条件来定的。例如,砝码误差、电阻箱及表头误差。没有注明,可取仪器的最小分度的一半作为单次测量误差。例如,用米尺测量物体的长度,最小分度为 1 mm,误差可取 0.5 mm。

二、多次直接测量偶然误差的估计

在实验中常常存在着偶然因素的影响,有时引起的偶然误差较大,如果只作一次测量,结果并不可靠,为了减小偶然误差,应在相同条件下对同一物理量进行多次测量,然后求其平均值及误差。

设在相同条件下对某物理量进行了 n 次重复测量,其测量结果分别为 $N_1, N_2, \cdots N_i, \cdots N_n$。这些测量值一般不尽相同,偏大偏小无规则地出现,反映在测量中有偶然因素影响。则 n 次测量的算术平均值定义为

$$\overline{N} = \frac{N_1 + N_2 + \cdots + N_i + \cdots + N_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} N_i$$

根据偶然误差的统计理论,一组测量 n 次的数据,其算术平均值最接近真值,也称为测量的最佳值。当测量次数 n 无限增大时,$\overline{N}$ 将趋近于真值。

在这种情况下,测定值的误差可用算术平均偏差或均方根偏差(标准偏差)表示出来。现分别介绍如下。

1. 算术平均偏差(或称平均偶然误差)

设各测量值 N_i 与平均值$\overline{N}$ 的偏差为δN_i, $i = 1,2,\cdots,n$,即 $\delta N_i = |N_i - \overline{N}|$(取绝对值)表示因偶然因素的影响而产生的偏差,则算术平均偏差的定义是

$$\overline{\delta N} = \frac{\delta N_1 + \delta N_2 + \cdots + \delta N_i + \cdots + \delta N_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \delta N_i$$

式中$\overline{\delta N}$ 表示算术平均偏差

$$\delta N_1 = |N_1 - \overline{N}|, \delta N_2 = |N_2 - \overline{N}|, \cdots \delta N_i = |N_i - \overline{N}|, \cdots \delta N_n = |N_n - \overline{N}|$$

$\overline{\delta N}$ 表示偶然因素影响测量结果的程度，反映测量重复性的好坏。

2. 均方根偏差（标准偏差）

把各次测量值 N_i 与平均值 $\overline{N}$ 的偏差仍记为 $\delta N_i, i = 1,2,\cdots,n$，再取其平方的平均值然后开平方，称为均方根偏差或标准偏差，即均方根偏差的定义是

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\delta N_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(N_i - \overline{N})^2}$$

在上述两种误差计算方法中，均方根偏差比偶然误差理论中的高斯误差分布函数的关系更为直接和简明，因此，在正式的误差分析和计算中都采用均方根偏差作为偶然误差大小的量度。但对于初学者来说，主要是树立误差概念和对实验进行粗略的简明分析，因此采用算术平均偏差进行误差分析和运算，这要简单得多。

最后应该指出，严格来讲，误差是测量值与真值之差，而测量值与平均值之差称为偏差，二者是有差别的。当测量次数很多时，多次测量值的算术平均值很接近真值，因此各测量值与平均值的偏差也就很接近于它们与真值的误差。这样也就常常不细研究偏差与误差的区别了。分别把标准偏差称为标准误差，把算术平均偏差称为算术平均误差。最后，我们把多次测量的结果表示为

$$N = \overline{N} \pm \overline{\delta N} \quad 或 \quad N = \overline{N} \pm \sigma$$

式中 N 为测定值；$\overline{N}$ 是多次测量数据的算术平均值，代表最佳测定值；$\overline{\delta N}$ 为算术平均误差；σ 为标准误差，代表多次测量数据的分散程度；$\pm$ 号表示每次测量值可能比 $\overline{N}$ 大一些也可能比 $\overline{N}$ 小一些。

3. 绝对误差与相对误差

上式中的 $\overline{N}$ 是以误差的绝对数值来表示测定值的误差，称为绝对误差。但为评价一个测量结果的优劣，还需要看测量量本身的大小。为此，引入相对误差的概念。

相对误差的定义为

$$E_r = \frac{\overline{\delta N}}{\overline{N}}$$

相对误差也用百分数来表示，即

$$E_r = \frac{\overline{\delta N}}{\overline{N}} \times 100\%$$

故又称为百分误差。为了说明相对误差的意义，下面举一个例子。例如测得两个物体的长度为 $l_1 = (23.50 \pm 0.03)$ cm，$l_2 = (2.35 \pm 0.03)$ cm，则其相对误差分别为

$$E_{r1} = \frac{0.03}{23.50} \times 100\% = 0.13\% \approx 0.2\%$$

$$E_{r2} = \frac{0.03}{2.35} \times 100\% = 1.3\% \approx 2\%$$

从绝对误差来看，两者相等；但从相对误差来看，后者比前者大 10 倍。我们自然认为第一个测量更准确些。

例题，将某一物体的长度测量 5 次，得到的测量值分别为

$$N_1 = 3.41\ \text{cm}, N_2 = 3.43\ \text{cm}, N_3 = 3.45\ \text{cm}, N_4 = 3.44\ \text{cm}, N_5 = 3.42\ \text{cm}$$

则平均值

$$\overline{N} = \frac{1}{5}(3.41 + 3.43 + 3.45 + 3.44 + 3.42) = 3.43\ \text{cm}$$

各次偏差的绝对值为

$$\delta N_1 = |3.41 - 3.43| = 0.02\ \text{cm}$$
$$\delta N_2 = |3.43 - 3.43| = 0.00\ \text{cm}$$
$$\delta N_3 = |3.45 - 3.43| = 0.02\ \text{cm}$$
$$\delta N_4 = |3.44 - 3.43| = 0.01\ \text{cm}$$
$$\delta N_5 = |3.42 - 3.43| = 0.01\ \text{cm}$$

算术平均误差为

$$\overline{\delta N} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta N_i}{n} = \frac{1}{5}(0.02 + 0.00 + 0.02 + 0.01 + 0.01)\ \text{cm} \approx 0.01\ \text{cm}$$

测定值可以表示为

$$N = \overline{N} \pm \overline{\delta N} = (3.34 \pm 0.01)\ \text{cm}$$

相对误差为

$$E_r = \frac{\overline{\delta N}}{\overline{N}} = \frac{0.01}{3.34} \times 100\% = 0.3\%$$

三、间接测量结果偶然误差的计算，误差的传递

由直接测量的结果代入公式计算得到实验结果，称为间接测量。直接测量有误差，因而间接测量也有误差，这就是误差的传递。

我们介绍一种最简单的误差传递公式，只限于四则运算，而且直接测量的各量是互相独立的。

1. 加减法运算的绝对误差（以下证明均略）

和差运算的绝对误差等于直接测量量的绝对误差之和。

如 $N = A + B$ 或 $N = A - B$，A、B 是直接测量量，则

$$\Delta N = \Delta A + \Delta B$$

相对误差为

$$E_r = \frac{\Delta N}{\overline{N}} = \frac{\Delta A + \Delta B}{\overline{A} \pm \overline{B}}$$

例如，已知 $l = l_1 + r$，而

$$l_1 = 100.2 \pm 0.1\ \text{cm}$$
$$r = 1.62 \pm 0.08\ \text{cm}$$

则

$$l = 101.8\ \text{cm}$$
$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta r = 0.18\ \text{cm} \approx 0.2\ \text{cm}$$

由于误差本身也是一种估计量，为了简便起见，我们在这里误差只取一位。

最后把测量结果写成

$$l = 101.8 \pm 0.2 \text{ cm}$$

测量结果的最后一位要与绝对误差所在的一位对齐。

2.乘除法运算中的误差

乘除法运算的相对误差等于各直接测量量的相对误差之和。

如 $N = A \times B$ 或 $N = A/B$，A、B 是直接测量量，则

$$E_r = \frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A}{\overline{A}} + \frac{\Delta B}{\overline{B}}$$

而绝对误差为

$$\Delta N = \overline{N} \times \frac{\Delta N}{\overline{N}}$$

例如，

$$V = \pi D^2 H/4$$

其中

$$D = 3.608 \pm 0.003 \text{ cm}, H = 1.703 \pm 0.004 \text{ cm}$$

则

$$V = \frac{1}{4} \times 3.1416 \times 3.608^2 \times 1.703 = 17.410 \text{ cm}^3$$

$$\frac{\Delta V}{V} = 2\frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta H}{H} \approx 2 \times \frac{3}{3\,600} + \frac{4}{1\,700} \approx \frac{1.6}{1\,000} + \frac{2.4}{1\,000} \approx \frac{4}{1\,000}$$

$$\Delta V = V \times \frac{\Delta V}{V} \approx 0.07 \text{ cm}^3$$

于是

$$V = 17.41 \pm 0.07 \text{ cm}^3$$

以上仅仅是我们教学中计算偶然误差传递的一种方法。在加减时先算绝对误差，在乘除时先算相对误差，在一般情况下，这样计算是比较方便的。

3.一般运算关系的误差计算公式可用微分法求得

在一般情况下，先对函数求全微分或取对数后求全微分，然后按每一个变量合并，再把微分号改为误差号，都用"+"号相加。

例如，

$$\rho = m\rho_0/(m - m_1)$$

取对数后求全微分

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho} = \frac{\mathrm{d}m}{m} - \frac{\mathrm{d}(m - m_1)}{m - m_1} + \frac{\mathrm{d}\rho_0}{\rho_0}$$

合并同一变量的系数

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho} = \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m - m_1}\right)\mathrm{d}m + \frac{\mathrm{d}m_1}{m - m_1} + \frac{\mathrm{d}\rho_0}{\rho_0}$$

把微分号改为误差号，写成

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \left|\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m - m_1}\right)\right|\Delta m + \frac{\Delta m_1}{m - m_1} + \frac{\Delta\rho_0}{\rho_0}$$

再代入数值计算。普遍情况是：

设测量公式为 $N = f(x, y, z)$，则求全微分

$$\mathrm{d}N = \frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial f}{\partial z}\mathrm{d}z$$

把微分号改为误差号，系数取绝对值，即

$$\Delta N = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\Delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|\Delta z$$

或者说

$$\ln N = \ln f(x, y, z)$$

求全微分

$$\frac{\mathrm{d}N}{N} = \frac{\partial \ln f}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial \ln f}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial \ln f}{\partial z}\mathrm{d}z$$

把微分号改为误差号，系数取绝对值，

$$\frac{\Delta N}{N} = \left|\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right|\Delta y + \left|\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right|\Delta z$$

通常是，对加、减运算的函数，直接求全微分，就成为绝对误差相加；对乘除运算的函数，先取对数后再求全微分，就成为相对误差相加了。

以上几式中，$\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\Delta x$，$\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\Delta y$，$\left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|\Delta z$，$\left|\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right|\Delta x$，$\left|\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right|\Delta y$ 和 $\left|\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right|\Delta z$ 叫做分误差，$\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x$，$\frac{\partial f}{\partial y}\Delta y$，$\frac{\partial f}{\partial z}\Delta z$，$\frac{\partial \ln f}{\partial x}\Delta x$，$\frac{\partial \ln f}{\partial y}\Delta y$ 和 $\frac{\partial \ln f}{\partial z}\Delta z$ 叫做误差传递系数，可见：

① 总误差等于分误差相加；

② 总误差大于至少等于任一项分误差；

③ 每一项分误差的大小，不仅决定于 Δx，Δy，Δz，还决定于误差传递系数。为了方便，现将常用运算关系的误差计算公式列入表 Ⅰ-1，以供查找。

表 Ⅰ-1　常用运算关系的误差计算公式

运算关系 $N = f(A, B, C\cdots)$	绝对误差 ΔN	相对误差 $E_r = \frac{\Delta \bar{N}}{\bar{N}}$
$N = A + B + C + \cdots$	$\Delta A + \Delta B + \Delta C\cdots$	$\frac{\Delta A + \Delta B + \Delta C\cdots}{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}\cdots}$
$N = A - B$	$\Delta A + \Delta B$	$\frac{\Delta A + \Delta B}{\bar{A} - \bar{B}}$
$N = A \cdot B$	$\bar{A} \cdot \Delta B + \bar{B} \cdot \Delta A$	$\frac{\Delta A}{\bar{A}} + \frac{\Delta B}{\bar{B}}$
$N = A \cdot B \cdot C$	$\bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \Delta A + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \Delta B + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \Delta C$	$\frac{\Delta A}{\bar{A}} + \frac{\Delta B}{\bar{B}} + \frac{\Delta C}{\bar{C}}$
$N = A^n$	$n\bar{A}^{n-1} \cdot \Delta A$	$n \cdot \frac{\Delta A}{\bar{A}}$
$N = \sqrt[n]{A}$	$\frac{1}{n}\bar{A}^{\frac{1}{n}-1} \cdot \Delta A$	$\frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta A}{\bar{A}}$
$N = A/B$	$\frac{\bar{B} \cdot \Delta A + \bar{A} \cdot \Delta B}{\bar{B}^2}$	$\frac{\Delta A}{\bar{A}} + \frac{\Delta B}{\bar{B}}$
$N = \sin A$	$(\cos\bar{A}) \cdot \Delta A$	$(\cot\bar{A}) \cdot \Delta A$
$N = \cos A$	$(\sin\bar{A}) \cdot \Delta A$	$(\tan\bar{A}) \cdot \Delta A$
$N = \tan A$	$\frac{\Delta A}{\cos^2\bar{A}}$	$\frac{2\Delta A}{\sin 2\bar{A}}$
$N = \cot A$	$\frac{\Delta A}{\sin^2\bar{A}}$	$\frac{2\Delta A}{\sin 2\bar{A}}$