捷进书系

JIEJINSHUXI

HUANGGANG MINGSHIDIANBO

黄冈名师点拨

主　编·洪鸣远

高一数学（下）

新蕾出版社

主　编：洪鸣远

捷进书系

黄冈名师点拨

高一数学（下）

执行主编：成学江
本册主编：陈松林　黄孟良　李　哲
徐德进　卫赛民　樊庆礼

新蕾出版社

图书在版编目(CIP)数据

黄冈名师点拨．高一数学．下／成学江主编．——天津:新蕾出版社,2004
ISBN 7-5307-3411-3

Ⅰ．黄... Ⅱ．成... Ⅲ．数学课—高中—教学参考资料 Ⅳ．G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2004）第101088号

黄冈名师点拨·高一数学（下）

出版发行　新蕾出版社
E-mail:newbuds@public.tpt.tj.cn
http://www.newbuds.com
地　　址　天津市和平区西康路35号（300051）
出 版 人　纪秀荣
电　　话　总编办：(022) 23332422
　　　　　发行部：(022) 27221133,27221150
传　　真　(022) 23332422
经　　销　全国新华书店
印　　刷　北京密东印刷有限公司
开　　本　880×1230　1／32
字　　数　288 千字
印　　张　10
版　　次　2004 年 11 月第 1 版第 1 次印刷
书　　号　ISBN 7-5307-3411-3／G·1991
定　　价　12.50元

前　言

03 年畅销书与百万读者共贺修订！

“全国高考看黄冈”，黄冈之所以被誉为“高考状元之乡”，关键在于拥有一批年富力强、在教学第一线不断探索的优秀教师。他们广博的知识、丰富的课堂经验和先进的教学理念，是全国千百万学子共同期待的。为此，我们组织了数十名来自黄冈地区教学一线的骨干教师，潜心钻研，在充分吸收近一年教学、课改最新成果的基础上，重新修订了这套“点拨”丛书。本丛书依据教育部教改的最新精神，立足学科体系，着眼思维整合，充分体现了探索性学习的精神，具有鲜明的特色。

学法导引☞点拨学生，指导学生怎样学才能“事半功倍”！

思维整合☞梳理知识结构，讲清重点，解析难点。

精典例题再现☞精彩经典好题，帮你提高实战能力。

能力升级平台☞培养综合思维、应用思维，考高分不再难。

（以上三项）三层解读“解题思维”“解题依据”“答题要点”

中（高）考链接☞中（高）考在平时，培养中（高）考意识和应试技巧。

练测精选☞A 卷：教材跟踪训练，夯实基础。

B 卷：综合应用创新题，题题精彩，培养综合能力，体现“能力”和“素质”的统一。

想一想：精彩一笔，一题多变多解，启迪学生多向思维！

答案点拨☞更注重解题指导，在给出答案的同时，详尽的点拨体现了对学生的关心和呵护！

呕心沥血，始成《黄冈名师点拨》。我们衷心地希望此书能给同学们带来学习上的进步。不妥之处，谨请批评指正！

主编：洪鸣远

2004 年 10 月 · 北京

目 录

第四章 三角函数

一 任意角的三角函数

4.1 角的概念的推广

知识要点精讲

知识点1 角的三种分类方法

(1)按角终边的旋转方向分为:

正角:按逆时针方向旋转而成的角称为正角;

负角:按顺时针方向旋转而成的角称为负角;

零角:当射线没有作任何旋转时,形成的角称为零角.

(2)按角终边所在的位置分为:

终边相同的角:当 $k\in\mathbf{Z}$ 时,$k\cdot360°+\alpha$ 是与 α 终边相同的角.

轴线角:角的终边在坐标轴上的角称为轴线角.如终边在 x 轴正半轴上的角的集合是 $\{x|x=k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$;终边在 y 轴的负半轴上的角的集合是 $\{x|x=k\cdot360°-90°,k\in\mathbf{Z}\}$;终边在 x 轴上的角的集合是 $\{x|x=k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$;终边在 y 轴上的角的集合是 $\{x|x=k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$.

象限角:当角的顶点与坐标原点重合,角的始边与 x 轴的非负半轴重合,角的终边落在第几象限就把这个角称为第几象限的角.第一,二,三,四象限的角的集合依次为:

$\{x|k\cdot360°<x<k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$;

$\{x|k\cdot360°+90°<x<k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}\}$;

$\{x|k\cdot360°+180°<x<k\cdot360°+270°,k\in\mathbf{Z}\}$;

$\{x|k\cdot360°-90°<x<k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

(3)按角的大小分为:

区间角:角的大小,介于两个角之间的角.如锐角 $\alpha,\alpha\in(0°,90°)$.

锐角,小于90°的角,0°~90°的角,0°到90°的角,第一象限的角的区别:它们分别表示为 $A=\{\alpha|0°<\alpha<90°\}$,$B=\{\alpha|\alpha<90°\}$,$C=\{\alpha|0°\leqslant\alpha\leqslant90°\}$,$D=\{\alpha|0°\leqslant\alpha<90°\}$,$E=\{\alpha|k\cdot360°<\alpha<k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$.其中 $C\cap E=A$.

知识点 2　终边相同的角与相等的角的关系

终边相同的角与相等的角的关系：终边相同的角有无数个，终边相同的角不一定相等，相等的角终边一定相同.

解题方法、技巧培养

出题方向 1　写出终边相同的角的集合

例 1　已知角 α 的终边与 $-120°$ 的终边关于 y 轴对称，求 α.

［解析］　角 θ 与 $180°-\theta$ 的终边一定关于 y 轴对称.

［答案］　$\because 180°-(-120°)$ 与 $-120°$ 的终边关于 y 轴对称，

$\therefore \alpha$ 的终边与 $300°$ 的终边重合.

故角 α 的集合是 $S=\{\alpha|\alpha=k\cdot 360°+300°,k\in \mathbf{Z}\}$.

点拨　终边相同的角的概念是本节中最重要的概念，它对定义任意角的三角函数，求任意角三角函数值等都有重要的作用.

出题方向 2　求终边位于指定区间内的角

例 2　写出在 $-720°$ 到 $720°$ 之间与 $-1050°$ 的终边相同的角.

［解析］　首先写出与 $-1050°$ 终边相同的角的一般形式 $k\cdot 360°+(-1050°)$，$(k\in \mathbf{Z})$. 然后根据该角在 $-720°$ 到 $720°$ 之间，求出整数 k.

［答案］　和 $-1050°$ 的终边相同的角为：

$\theta=k\cdot 360°-1050°,(k\in \mathbf{Z})$.

$\because -720°<\theta<720°$,

即 $-720°<k\cdot 360°-1050°<720°$,

解得 $\frac{11}{12}<k<4+\frac{11}{12}$.

$\because k\in \mathbf{Z},\therefore k=1,2,3,4$.

$\therefore$ 所求的角依次为：

$1\times 360°-1050°=-690°$,

$2\times 360°-1050°=-330°$,

$3\times 360°-1050°=30°$,

$4\times 360°-1050°=390°$.

例 3　已知角 θ 的 7 倍角的终边与 θ 的终边重合，且 $\theta\in(0°,360°)$. 求 θ.

［解析］　根据 θ 与 7θ 的终边相同写出 θ 的一般表达式：$\theta=k\cdot 60°,(k\in \mathbf{Z})$. 然后，确定 k 的值，使 $\theta\in(0°,360°)$.

［答案］　$\because 7\theta$ 与 θ 的终边重合，

$\therefore 7\theta=k\cdot 360°+\theta(k\in \mathbf{Z})$.

化简得 $\theta=k\cdot 60°(k\in \mathbf{Z})$.

$\because 0° < \theta < 360°$,

$\therefore 0° < k \cdot 60° < 360°$.

解得　$0 < k < 6$.

$\because k \in \mathbf{Z}, \therefore k = 1,2,3,4,5$.

$\therefore$ 所求的 θ 依次为

$1 \times 60° = 60°, 2 \times 60° = 120°, 3 \times 60° = 180°, 4 \times 60° = 240°$,

$5 \times 60° = 300°$.

点拨　解此类型题关键是通过解不等式准确求出整数 k 的所有取值.

出题方向 3　确定角 θ 所在的象限

例 4　写出与 $-1840°$ 终边相同的角的集合 M,并指出 $-1840°$ 是第几象限的角.

[解析]　设法从 $0° \sim 360°$ 内找出与 $-1840°$ 终边相同的角 θ,然后确定 θ 的终边落在第几象限.

[答案]　$M = \{\alpha \mid \alpha = -1840° + k \cdot 360°, k \in \mathbf{Z}\}$.

当 $k = 6$ 时,$-1840° + 6 \cdot 360° = 320°$.

$\because 320°$ 是第四象限的角,且与 $-1840°$ 的终边相同,

$\therefore -1840°$ 是第四象限的角.

点拨　要判定一个角是第几象限角,一般是把 α 写成 $k \cdot 360° + \theta, 0° \leqslant \theta < 360°$ $(k \in \mathbf{Z})$. 其中 θ 在第几象限,则 α 就在第几象限;θ 的确定,可根据实数的带余除法进行.

例 5　若 α 是第一象限的角,那么 $2\alpha, \frac{\alpha}{2}$ 是第几象限的角?

[解析]　可由 α 的表达式,得到 $2\alpha, \frac{\alpha}{2}$ 的表达式,然后在平面直角坐标系内找出 $2\alpha, \frac{\alpha}{2}$ 终边所在的区域.

[答案]　$\because \alpha$ 是第一象限的角,

$\therefore k \cdot 360° < \alpha < k \cdot 360° + 90°$.

则　$2k \cdot 360° < 2\alpha < 2k \cdot 360° + 180°, (k \in \mathbf{Z})$.

如图 4-1-1,2α 的终边落在阴影区域内,即 2α 是第一或第二象限的角,或 2α 的终边与 y 轴的正半轴重合.

又　$k \cdot 180° < \frac{\alpha}{2} < k \cdot 180° + 45°, (k \in \mathbf{Z})$.

当 k 为偶数时,$\frac{\alpha}{2}$ 为第一象限角;当 k 为奇数时,$\frac{\alpha}{2}$ 为第三象限角;

$\therefore \frac{\alpha}{2}$ 是第一或第三象限的角.

如图 4－1－2，$\frac{\alpha}{2}$的终边落在阴影区域内.

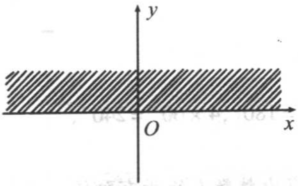

图 4－1－1

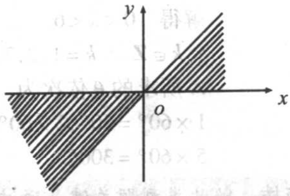

图 4－1－2

点拨 已知θ为某象限的角，如何确定$\frac{\theta}{n}$所在的象限的问题是本节重要题型之一.

(1) $\frac{\theta}{2}$所在的象限问题：

作出各个象限的角平分线，它们与坐标轴把周角等分成 8 个区域，从 x 轴非负半轴起，按逆时针方向把这 8 个区域依次循环标上号码 1、2、3、4，则标号是几的两个区域，就是θ为第几象限的角时，$\frac{\theta}{2}$终边所落的区域，$\frac{\theta}{2}$所在的象限就可以直观地看出. 如图 4－1－3 所示.

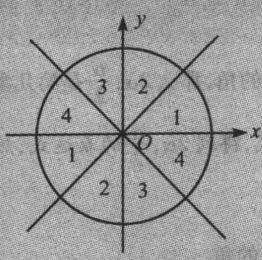

图 4－1－3

(2) $\frac{\theta}{n}$所在象限问题：

一般地，要确定$\frac{\theta}{n}$所在的象限，可以作出 n 等分各个象限从原点出发的射线，它们与坐标轴把周角等分成 $4n$ 个区域，从 x 轴的非负半轴起，按逆时针方向把这 $4n$ 个区域依次循环标上号码 1、2、3、4，则标号是几的区域，就是θ为第几象限的角时，$\frac{\theta}{n}$终边所落的区域，$\frac{\theta}{n}$所在的象限就可直观地看出.

易错易混点警示

本节易错点为:(1)区间角和象限角混淆不清;(2)“0°到360°的角”和“0°～360°”的角混淆不清;(3)对 $k\cdot 360°+\alpha$ 中的 k 理解错误等.

例6 (1)判断 $-1200°$ 是第几象限角.

(2)已知 $\alpha=k\cdot 360°+30°,(k\in\mathbf{Z}),\beta=k\cdot 360°-30°,(k\in\mathbf{Z})$,求 $\alpha-\beta$.

[**错解**] (1)$\because\ -1200°=-\dfrac{7}{2}\times 360°+60°$,

$\therefore\ -1200°$ 是第一象限的角.

(2)$\alpha-\beta=60°$.

[**错因分析**] (1)$k\cdot 360°+\alpha$ 中的 k 必须是整数,否则它与 α 的终边不相同;(2)$\alpha=k\cdot 360°+30°$ 和 $\beta=k\cdot 360-30°$ 中的 k 都可以取整数集 $\mathbf{Z}$ 中的任何一个值,但不一定同时取同一个整数.

[**正解**] (1)$\because\ -1200°=-4\times 360°+240°$,

$\therefore\ -1200°$ 是第三象限的角.

(2)$\alpha-\beta=k\cdot 360°+60°,(k\in\mathbf{Z})$.

学法导引

1. 学好本节内容的关键是准确理解概念.如理解任意角的概念,关键是“抓旋转”,依旋转方向的不同,划分为正角和负角;不做旋转定义为零角.

2. 本节重点和难点是将任意角化为:$\alpha+k\cdot 360°,(k\in\mathbf{Z},0°\leqslant\alpha<360°)$ 的形式,它是学习三角函数其他内容的基础.

综合应用创新

【**综合能力升级**】

本节知识既可将自身几个知识点综合出题,又可与函数图象结合出题;渗透考查分类讨论和数形结合的思想.

例7 若角 α 的终边与函数 $y=x$ 的图象重合,试求出角 α 的集合.

[**解析**] 先找出在0°到360°间终边与 $y=x$ 的图象重合的角 β,然后再写出终边与 β 相同的所有角.

[**答案**] $\because\ y=x$ 的图象是第一、三象限的角平分线,如图4－1－4.

$\therefore$ 0°到360°间所对应的两个角分别为45°和225°,故所求角 α 的集合

为：

$S=\{\alpha \mid \alpha=k\cdot 360°+45°,k\in \mathbf{Z}\}\cup\{\alpha=k\cdot 360°+225°,k\in \mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha \mid \alpha=2k\cdot 180°+45°,k\in \mathbf{Z}\}\cup\{\alpha \mid \alpha=(2k+1)180°+45°,k\in \mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha \mid \alpha=n\cdot 180°+45°,n\in \mathbf{Z}\}$.

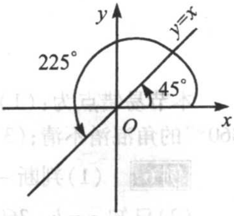

图 4－1－4

点拨 写出所求角的集合后，还应化简集合，使形式尽量简单明了.

【应用创新能力升级】 本节知识不仅应用于物理等学科(如圆周运动问题)，而且常应用于日常生活中(如钟表问题).

例 8 若将时钟拨慢 5 分钟，则时针和分针各转了多少度？

[解析] 把实际问题抽象为数学模型是解应用问题的关键，该实际问题对应的数学模型是任意角的概念.

[答案] 时钟拨慢 5 分钟，相当于分针逆转$\frac{1}{12}$周，而分针逆转一周 360°，所以分针转了$\frac{1}{12}\times 360°=30°$；分针转一周时，时针转$\frac{1}{12}$周，所以时针转了$\frac{1}{12}\times 30°=2.5°$.

点拨 此题应特别注意正角、负角的概念以及时针、分针转过的周数之间的换算关系.

例 9 动点 P、Q 从点 $A(1,0)$ 同时出发沿单位圆周(半径为 1 的圆)逆时针匀速旋转，P 点每秒转过 α 角，Q 点每秒转过 β 角(其中 $0°<\alpha<\beta<180°$)，如果 P、Q 两动点都在第 14 秒钟时回到 A 点，并且在第 2 秒时都位于第二象限，求 α 和 β 的值.

[解析] 由题意，第 14 秒 P、Q 都回到 A 点，说明 P、Q 转过的角度相差周角的整数倍，再由第 2 秒时都位于第二象限，可得到 α、β 的范围，从而可设法确定 α、β 的值.

[答案] 根据题意可知，14α，14β 均为 360° 的整数倍，故可设 $14\alpha=m\cdot 360°$，$m\in \mathbf{Z}$，$14\beta=n\cdot 360°$，$n\in \mathbf{Z}$，从而可得 $\alpha=\frac{m}{7}\cdot 180°$，$\beta=\frac{n}{7}\cdot 180°$，$m,n\in \mathbf{Z}$，又由 P、Q 在第 2 秒时均位于第二象限，从而有 2α，2β 在第二象限，又 $0°<\alpha<\beta<180°$，从而可知 $0<2\alpha<2\beta<360°$，进而可得 2α，2β 均为钝角，即 $90°<2\alpha<180°$，$90°<2\beta<180°$. 从而 $45°<\alpha<90°$，$45°<\beta<90°$，可设 $45°<\frac{m}{7}\cdot 180°<90°$，$45°<\frac{n}{7}\cdot 180°<90°$，

即 $\frac{7}{4}<m<\frac{7}{2}$，$\frac{7}{4}<n<\frac{7}{2}$，又 $\alpha<\beta$，$\therefore m<n$. 从而 $m=2$，$n=3$.

即 $\alpha=\frac{360°}{7}$，$\beta=\frac{540°}{7}$.

教材跟踪训练

A卷

一、选择题

1. 下列终边相同的角是 ( )

A. $k\cdot180°+90°$与$k\cdot90°$ $(k\in\mathbf{Z})$

B. $(2k+1)180°$与$(4k\pm1)180°$ $(k\in\mathbf{Z})$

C. $k\cdot180°+30°$与$k\cdot360°\pm30°$ $(k\in\mathbf{Z})$

D. $k\cdot60°$与$k\cdot180°+60°$ $(k\in\mathbf{Z})$

2. 把$-885°$化成$k\cdot360°+\alpha,(0\leqslant\alpha<360°,k\in\mathbf{Z})$的形式应是 ( )

A. $-3\times360°+195°$　　B. $-\frac{5}{2}\times360°+15°$

C. $-2\times360°+165°$　　D. $-2\times360°+195°$

3. 下列命题中的真命题是 ( )

A. 第一象限的角是锐角

B. 第二象限的角比第一象限的角大

C. 角α是第四象限角的充要条件是:
$k\cdot360°-90°<\alpha<k\cdot360°$ $(k\in\mathbf{Z})$

D. 三角形的内角是第一象限角或第二象限角

4. 若角α与β的终边垂直,则α与β的关系是 ( )

A. $\beta=90°+\alpha$　　B. $\beta=\pm90°+\alpha$

C. $\beta=90°+\alpha+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$　　D. $\beta=\pm90°+\alpha+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$

5. 在①$152°$,②$478°$,③$-936°$,④$-1602°$四个角中,属于第二象限角的是 ( )

A. ①　　B. ①②　　C. ①②③　　D. ①②③④

6. 若α是锐角,则$180°-\alpha$是 ( )

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 第三象限角　　D. 第四象限角

二、填空题

7. 钟表经过2小时,时针转了________度,分针转了________度.

8. 与$-420°$终边相同的最小正角是________.

9. 与$150°$终边相同的角的集合是______. 终边在x轴上的角的集合是______.

10. 设α、β满足条件$-90°<\alpha<\beta<90°$,则$\alpha-\beta$的取值范围是________.

三、解答题

11. 已知2α的终边在x轴的上方(不与x轴重合),求α的终边所在的象限.

12. 已知θ的终边与$130°$的终边关于x轴对称,且$\theta\in(0°,720°)$,求θ.

13. 在直角坐标系中,作出下列各角:

(1) $-270°$;　(2) $395°$;　(3) $-540°$.

B 卷

一、选择题

1. 下列命题中正确的是 ( )

A. 终边在 y 轴非负半轴上的角是直角

B. 第二象限的角一定是钝角

C. 第四象限的角一定是负角

D. 若 $\alpha=\beta+k\cdot 360°(k\in\mathbf{Z})$,则 α 与 β 的终边相同

2. 以原点为角 α 的顶点,x 轴的非负半轴为始边,当 $P(\frac{1}{m},\sqrt{-m})$ 在 α 的终边上时,α 是 ( )

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 第三象限角　　D. 第四象限角

3. 设集合 $M=\{\alpha|\alpha=k\cdot 180°\pm 60°,k\in\mathbf{Z}\}$,$N=\{\alpha|\alpha=k\cdot 180°+(-1)^k\times 30°,k\in\mathbf{Z}\}$. 则下列结论中正确的是 ( )

A. $M=N$　B. $M\subsetneqq N$　C. $M\supsetneqq N$　D. $M\not\subseteq N$ 且 $N\not\subseteq M$

4. 集合 $M=\{x|x=k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$,集合 $N=\{x|x=2m\cdot 360°,m\in\mathbf{Z}\}$,集合 $Q=\{x|x=2n\cdot 360°+360°,n\in\mathbf{Z}\}$,则下列关系式中正确的是 ( )

A. $M=N$　B. $N=Q$　C. $M=N\cap Q$　D. $M=N\cup Q$

5. 如果 α 与 $x+45°$是终边相同的角,角 β 与 $x-45°$是终边相同的角,那么 α 与 β 的关系是 ( )

A. $\alpha+\beta=0°$　　B. $\alpha-\beta=0°$

C. $\alpha+\beta=k\cdot 360°(k\in\mathbf{Z})$　　D. $\alpha-\beta=k\cdot 360°+90°(k\in\mathbf{Z})$

6. 若 α 是第二象限的角,则 $-\frac{\alpha}{2}$是 ( )

A. 第一或第二象限的角

B. 第一或第三象限的角

C. 第一或第四象限的角

D. 第二或第四象限的角

二、填空题

7. 终边在第二、四象限角平分线上的角的集合是________.

8. $-90°<\alpha<0°$, $-1440°<\beta<90°$,且角 α 和角 β 的终边关于 y 轴对称,则 α,β 之间满足的关系式________.

9. 自行车大链轮有 48 齿,小链轮有 20 齿,当大链轮转过一周时,小链轮转过的角度是________.

10. 经过 15 分钟,分针转过的角是________度,时针转过的角是________度.

三、解答题

11. 已知 α 为第四象限的角. 确定$\frac{\alpha}{3}$角的终边所在的位置.

12. 如图 4－1－5，α,β 分别是终边落在 OA,OB 位置上的两个角，且 $\alpha=60°,\beta=315°$.

(1)终边落在阴影部分(不包括边界)时，求所有角的集合；

(2)终边落在阴影部分(不包括边界)，且在 $[0°,360°)$ 上所有角的集合.

13. 已知 $f(x)=5°\cdot x+20°,g(x)=6°\cdot x+30°$，$T$ 为何值时，对于任意 x 值，均有 $f(x+T)$ 与 $f(x)$，$g(x+T)$ 与 $g(x)$ 同时终边相同？

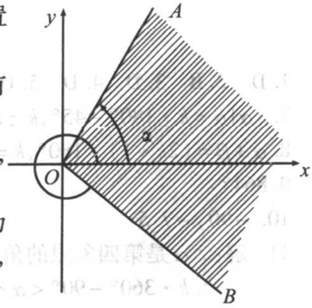

图 4－1－5

参考答案与点拨

A卷

1. B　2. A　3. C　4. D　5. C　6. B

7. -60 度　-720 度

8. $300°$

9. $\{\alpha|\alpha=k\cdot360°+150°,k\in\mathbf{Z}\}$　$\{\alpha|\alpha=k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$

10. $-180°<\alpha-\beta<0°$

11. 解：由题意知 $k\cdot360°<2\alpha<k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}$.

$\therefore k\cdot180°<\alpha<k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}$.

当 $k=2n$ 时，$n\cdot360°<\alpha<n\cdot360°+90°,n\in\mathbf{Z}$，$\alpha$ 是第一象限角；

当 $k=2n+1$ 时，$n\cdot360°+180°<\alpha<n\cdot360°+270°,n\in\mathbf{Z}$，$\alpha$ 是第三象限角.

综上知 α 为第一、第三象限角.

12. 解：$\because 360°-130°=230°$ 与 $130°$ 的终边关于 x 轴对称.

$\therefore \theta$ 与 $230°$ 的终边相同，即 $\theta=k\cdot360°+230°$.

$\because k\in\mathbf{Z}$，且 $\theta\in(0°,720°)$，$\therefore \theta=230°$ 或 $590°$.

13. 解：如图 4－1－6

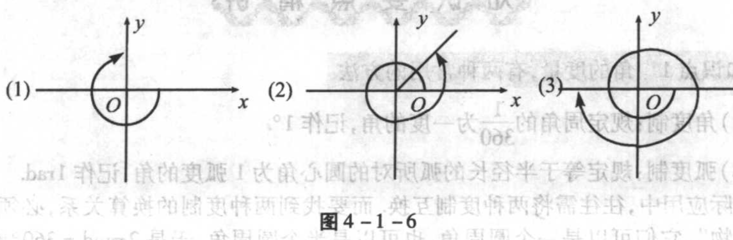

图 4－1－6

B卷

1. D　2. B　3. D　4. D　5. D　6. D

7. $\{\alpha|\alpha=k\cdot180°-45°,k\in\mathbf{Z}\}$

8. $\alpha+\beta=(2k+1)\cdot180°,k=-1,-2,\cdots,-8$

9. $864°$

10. $-90,-7.5$

11. 解：$\because\alpha$是第四象限的角，

$\therefore k\cdot360°-90°<\alpha<k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$

则$120°k-30°<\dfrac{\alpha}{3}<120°k,k\in\mathbf{Z}$

$\because k\in\mathbf{Z}$,

$\therefore\dfrac{\alpha}{3}$的终边落在图4－1－7中阴影部分.

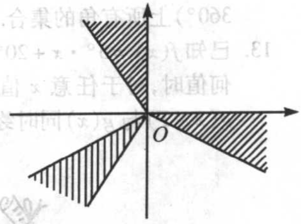

图4－1－7

12. 解：(1) $\{x|k\cdot360°-45°<x<k\cdot360°+60°,k\in\mathbf{Z}\}$；

(2) $\{x|0°\leqslant x<60°$或$315°<x<360°\}$.

13. 解：$\because f(x+T)=5°\cdot(x+T)+20°$

$=(5°\cdot x+20°)+5°\cdot T$

$=f(x)+5°\cdot T$,

若$f(x+T)$与$f(x)$终边相同，则存在$k_1\in\mathbf{Z}$，使得$f(x+T)=f(x)+k_1\cdot360°$，则$5°\cdot T=k_1\cdot360°$，　①

同理$g(x+T)=g(x)+6°\cdot T$，若$g(x+T)$与$g(x)$终边相同，则存在$k_2\in\mathbf{Z}$，使得$g(x+T)=g(x)+k_2\cdot360°$，则$6°\cdot T=k_2\cdot360°$.　②

由①②得$T=72k_1$，且$T=60k_2$，$\therefore T$是72与60的最小公倍数360的整数倍，即$T=360k,k\in\mathbf{Z}$.

4.2 弧度制

知识要点精讲

知识点1　角的度量，有两种常用的方法

(1)角度制：规定周角的$\dfrac{1}{360}$为一度的角，记作$1°$.

(2)弧度制：规定等于半径长的弧所对的圆心角为1弧度的角，记作1rad.

实际应用中，往往需将两种度制互换. 而要找到两种度制的换算关系，必须有“一般等价物”. 它们可以是一个圆周角，也可以是半个圆周角，于是$2\pi\text{rad}=360°$或$\pi\text{rad}=180°$，从而$1\text{rad}=(\dfrac{180}{\pi})°\approx57°18'$，$1°=\dfrac{\pi}{180}\text{rad}\approx0.01745\text{rad}$.

知识点2　两个基本公式

(1)弧长公式:弧长等于弧所对的圆心角(的弧度数)的绝对值与半径的乘积,即 $l=|\alpha|\cdot R$;

(2)扇形面积公式:扇形的面积等于扇形的弧长与圆的半径的乘积的一半,即 $S=\frac{1}{2}l\cdot R$. 若将弧长公式代入,得 $S=\frac{1}{2}R^2\cdot|\alpha|$.

解题方法、技巧培养

出题方向1　角度制与弧度制的互化

例1　已知 $\alpha=2000°$,

(1)把 α 写成 $2k\pi+\beta(k\in\mathbf{Z},\beta\in[0,2\pi))$ 的形式;

(2)求 θ,使 θ 与 α 的终边相同,且 $\theta\in(4\pi,6\pi)$.

[解析]　可将 α 写成 $\alpha\cdot\frac{\pi}{180}\mathrm{rad}$,然后化为 $2k\pi+\beta$;也可将 α 先化成 $k\cdot360°+\beta'$,然后化为 $2k\pi+\beta$. 其中,$\beta'\in[0°,360°)$,$\beta=\beta'\cdot\frac{\pi}{180}$.

[解法一]　(1)$\because 1°=\frac{\pi}{180}\mathrm{rad}$,

$\therefore \alpha=2000\times\frac{\pi}{180}=\frac{100}{9}\pi=(10+\frac{10}{9})\pi$.

即 $\alpha=2\times5\pi+\frac{10}{9}\pi$.

[解法二]　$\because 2000°=5\times360°+200°$,

$360°=2\pi,200°=200\times\frac{\pi}{180}=\frac{10}{9}\pi$,

$\therefore \alpha=2\times5\pi+\frac{10}{9}\pi$.

(2)解:$\because \theta$ 与 α 的终边相同,

$\therefore \theta=2k\pi+\frac{10}{9}\pi.(k\in\mathbf{Z})$

$\because \theta\in(4\pi,6\pi)$,即 $4\pi<2k\pi+\frac{10}{9}\pi<6\pi$.

$\therefore k=2$,即 $\theta=4\pi+\frac{10}{9}\pi=\frac{46}{9}\pi$.