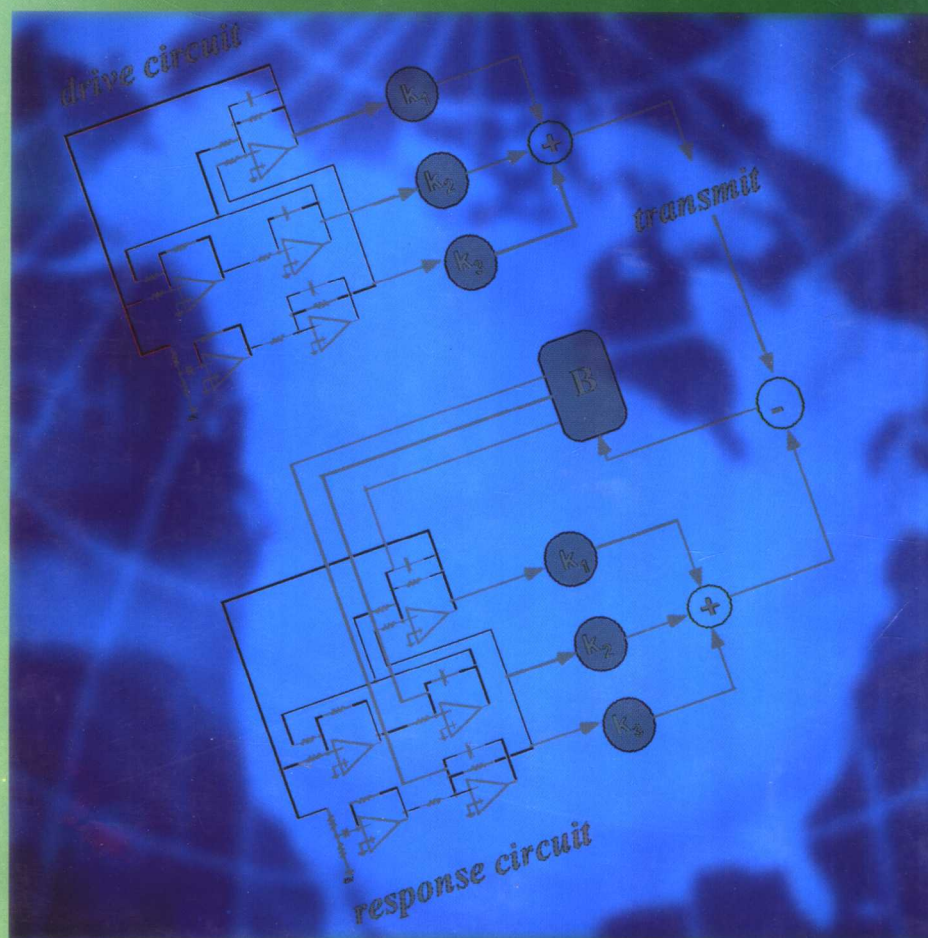


网络分析导论

付永庆 主编



哈尔滨工程大学出版社



哈尔滨工程大学
国家工科基础课程教学基地
电工电子类系列教材

WANGGUO FENXI DAOLUN

711.1
31

图书在版编目(CIP)数据

网络分析导论/付永庆主编. —哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2004. 2

ISBN 7-81073-560-8

I. 网… II. 付… III. 电路分析 IV. TM133

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 008172 号

内 容 简 介

本书是在 1996 年出版的《网络分析导论》(电路 II)的基础上重新修订编写的, 内容与我校 2002 年版《电路基础》教材相衔接, 具有一定的独立性, 并符合原国家教委 1995 年颁发的电路课程教学基本要求, 同时也兼顾了 1999 年按教育部要求调整本科培养计划后的新的教学时数要求。

全书共分七章, 以拓展基本电路理论知识体系和介绍现代电路分析方法为目的, 较为深入地介绍了二端元件、双口网络、多端元件、网络图论与矩阵分析、电路的复频域分析、状态方程、均匀传输线等内容。

本书既可作为大学本科电子信息类专业的教材和教学参考书, 也可供工程技术人员参考和自学之用。

哈尔滨工程大学出版社出版发行
哈尔滨市南通大街145号 哈工程大学11号楼
发行部电话:(0451)82519328 邮编:150001
新华书店经销
肇东粮食印刷厂印刷

*

开本 787mm×1 092mm 1/16 印张 11.75 字数 284 千字

2004 年 2 月第 1 版 2004 年 2 月第 1 次印刷

印数:1—3 000 册

定价:14.50 元

序 言

本书是在 1996 年出版的《网络分析导论》(电路 II)的基础上,经过七年多的教学实践,吸纳了国家电工电子教学基地建设中取得的教学成果和教学经验,并参考国内外部分同类教材后重新修订编写的。内容既涵盖了原国家教委 1995 年颁发的电路课程教学基本要求,也兼顾了 1999 年按教育部要求调整了本科培养计划后的新的教学学时需求。

本次修订除增删了一些章节内容外,同时也较大地调整了章节顺序。其目的:(1)为了增强本书阐述电路理论知识的系统性和完整性;(2)为了更合理地划分《电路基础》和《网络分析导论》所覆盖的电路理论知识内容,以便于根据电子信息类专业本科人才培养计划组织和实施教学。

全书共分七章,以拓展基本电路理论知识体系和介绍现代电路分析方法为目的,较为深入地介绍了二端元件、双口网络、多端元件、网络图论与矩阵分析、电路的复频域分析、状态方程、均匀传输线等内容。其中,二端元件和均匀传输线为新增内容;1996 年版本中的非线性电路内容被删除,其余章节内容被保留。为增进本书的教学适用性,对书中的例题和习题也做了少量调整,并配有部分习题答案。修订后,全书的内容与我校 2002 年版《电路基础》教材相衔接,并具有一定的独立性。

本书此次修订是我教研室全体教师(自 1996 年起)七年多教学经验的总结。具体参加本书修订工作的有付永庆和刘庆玲同志。其中,付永庆编写了第二、三、五、七章;刘庆玲编写了第一、四、六章。付永庆作为主编负责全书的统编和修改定稿工作。

本书成稿得益于教研室全体教师对网络分析导论课程的教学要点所提出的宝贵意见和建议,在此表示衷心的感谢。

本书编者深知,如果没有陈式据主编的《网络分析导论》(1986 年版)和刁秋庭主编的《网络分析导论》(1996 年版),就不可能有本书的问世。因此,我们要对上述两个版本教材的所有编者,特别是主编陈式据教授和主编刁秋庭副教授,表示深切的感谢。

此外,编者还要感谢支持本书出版的哈尔滨工程大学出版社的编辑们和为打印书稿和绘图付出了辛勤劳动的同志们。

本次修订改动内容较多,虽然编者在主观上倾注了极大的精力,力求严谨,但限于学识与教学经验的限制,不足与疏漏之处,仍恐难免,恳请同行专家和广大读者批评指正。意见请寄:哈尔滨工程大学信息与通信工程学院电路基础教研室,邮编 150001。

编 者
2004 年 2 月

目 录

第一章 二端元件	1
§ 1-1 网络元件的分类	1
§ 1-2 二端电阻元件	3
§ 1-3 二端电容元件	9
§ 1-4 二端电感元件	12
§ 1-5 二端受控元件	15
习题	16
第二章 双口网络	18
§ 2-1 双口网络概述	18
§ 2-2 双口网络的方程及参数	19
§ 2-3 双口网络的级联	29
§ 2-4 双口网络的串并联	31
§ 2-5 双口网络的开路阻抗和短路阻抗	34
§ 2-6 对称双口网络的特性阻抗	36
§ 2-7 线性无源双口网络的等效电路	37
习题	39
第三章 多端元件	43
§ 3-1 多端元件概述	43
§ 3-2 运算放大器	45
§ 3-3 运算放大器电路的应用	47
§ 3-4 回转器	50
§ 3-5 理想变压器	53
§ 3-6 负阻抗变换器	54
习题	56
第四章 网络图论和矩阵分析	59
§ 4-1 图的基本概念	59
§ 4-2 基本回路与基本割集	62
§ 4-3 节点一支路关联矩阵	64
§ 4-4 基本回路矩阵与基本割集矩阵	65
§ 4-5 节点电压法	67
§ 4-6 改进节点法	73
§ 4-7 回路分析法	77
§ 4-8 割集分析法	79
§ 4-9 特勒根定理	81
习题	82

第五章 电路的复频域分析	87
§ 5-1 拉普拉斯变换	87
§ 5-2 拉普拉斯变换的基本性质	89
§ 5-3 拉普拉斯反变换	95
§ 5-4 电路定律及元件模型的运算形式	99
§ 5-5 运算电路图及运算法	103
§ 5-6 网络函数	110
§ 5-7 网络函数的零、极点与网络的时域特性	110
§ 5-8 网络函数的零、极点与网络的频域特性	112
习题	113
第六章 状态变量分析法	117
§ 6-1 网络的状态和状态变量	117
§ 6-2 状态方程和输出方程	118
§ 6-3 状态方程的直观列写法	121
§ 6-4 状态方程的替代—叠加列写法	127
§ 6-5 状态方程的复频域解	131
§ 6-6 状态方程的时域解	134
§ 6-7 状态转移矩阵	135
习题	139
第七章 均匀传输线	142
§ 7-1 分布参数电路	142
§ 7-2 均匀传输线及其方程	143
§ 7-3 均匀传输线方程的正弦稳态解	145
§ 7-4 均匀传输线的行波及传播特性	148
§ 7-5 波的反射与终端匹配的均匀传输线	152
§ 7-6 无损耗线、驻波	155
§ 7-7 无损耗均匀传输线方程的通解	162
§ 7-8 无损耗线的波过程	165
习题	168
部分习题参考答案	170
参考书目	178
索引	179

第一章 二端元件

网络元件是构成网络的基本单元。近代网络中应用的元件数量很多,类型也不少,如时变元件、非线性元件、有源元件和多端元件等。本章主要阐述网络元件的分类以及二端电阻元件、二端电容元件、二端电感元件和二端受控元件的定义和性质,至于多端元件将放在第三章中介绍。

§ 1-1 网络元件的分类

网络元件按其各种特性进行分类,一般有下列七个方面。

一、按元件尺寸与工作波长相比来分类

设以 L 表示元件的尺寸,以 λ 表示与工作频率(f) 对应的波长,则有

$$\lambda = \frac{c}{f}, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

c 是光速,也是电磁波传播的速度。若

$$L \ll \lambda$$

即元件尺寸远远小于工作波长,电磁波通过这个尺寸所需的时间可以忽略,或者说同时到达。这类元件称为集中参数元件。如图 1-1 所示,对任何时刻 t , 都有

$$i_1 = i_2 = i$$

和

$$u = v_1 - v_2$$

其中, i_1 为流入元件的电流, i_2 为流出元件的电流,则此元件为集中参数元件(lumped element)。

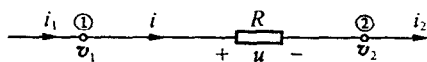


图 1-1

如果元件尺寸与波长可以比拟,甚至较大,

则电磁波在该元件上传播的时间便不能忽略,此时元件的电流、电压将不仅是时间的函数,而且也是空间的函数。这类元件称为分布参数元件(distributed parameter element)。

应该指出,有的元件尺寸虽大,但工作频率低,仍可视为集中参数元件;有的尺寸虽小但工作频率较高(如电视天线),则应视为分布参数元件。本书只讨论集中参数元件。

二、按其具有的能量形式或物理过程来分类

反映热能的元件称为电阻元件;反映电场能和磁场能的元件则分别称为电容元件和电感元件。若从电网络理论所关心的四个物理量而言,即电压 u 、电流 i 、电荷 q 和磁链 Ψ , 可把反映 $u-i$ 关系的元件称为电阻元件(resistance element),反映 $i-\Psi$ 关系的元件称为电感元件(inductance element),反映 $u-q$ 关系的元件称为电容元件(capacitance element),反映 $q-\Psi$ 关系的元件称为忆阻元件 $M(R)$ (memory resistance element),如图 1-2 所示。

因忆阻元件较为少见,故本书不予讨论。至于 $i-q$ 和 $u-\Psi$ 的关系,则受公式

$$i = \frac{dq}{dt}$$

和

$$u = \frac{d\Psi}{dt}$$

所约束,与元件性质是无关的。

三、按有无记忆作用来分类

如果元件中任一时刻的响应仅与该瞬时的激励有关,称为无记忆元件(nonmemory element)或瞬时元件(moment element)。电阻元件和理想变压器均属于这种元件。在 t_1 时的响应与 $t \leq t_1$ 的激励有关(与“历史”有关)的元件,则称为记忆元件(memory element)。电容元件和电感元件即属此类。实质上,因电容元件和电感元件分别具有储存电场能和磁场能的作用,故有记忆本领,亦称储能元件(energy storing element)。此外,又因为这两种元件的电压与电流的关系具有导数的形式,即

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

和

$$u = \frac{d\Psi}{dt} = L \frac{di_L}{dt}$$

所以它们又有动态元件(dynamic element)之称。

四、按元件特性曲线来分类

如元件的参数值与 u 、 i 、 q 和 Ψ 无关,即为一常数,也就是说其特性曲线是一条通过 $u-i$ 平面(或 $u-q$ 平面或 $i-\Psi$ 平面,或 $q-\Psi$ 平面)原点的直线,则这种元件称为线性元件(linear element)。反之,元件的参数值不为常数,即其特性曲线是一条曲线,则这种元件称为非线性元件(non-linear element)。如非线性电阻器(non-linear resistor)可用 $u(i)$ 或 $i(u)$ 来表示;非线性电容器(non-linear capacitor)可用 $q(u)$ 或 $u(q)$ 来表示;非线性电感器(non-linear inductor)可用 $\Psi(i)$ 或 $i(\Psi)$ 来表示等。

五、按元件参数与时间关系来分类

元件参数与时间 t 无关,这种元件称为时不变(或定常)元件(time-invariant element)。定常元件的响应与激励所加的时刻无关。例如,激励为 $f(t)$ 时,所引起的响应为 $y(t)$;而激励为 $f(t-t_0)$ 时,所引起的响应为 $y(t-t_0)$ 。元件参数与时间 t 有关,则这种元件称为时变元件(time-variant element)。如线性时变电阻元件可用 $R(t)$ 表示,即在不同的时刻呈现不同的阻值。

定常元件和时变元件又有线性和非线性之分。定常非线性元件与时变线性元件的参数都不是常数,但前者是网络变量的函数,后者则是时间的函数,其本质是不同的。时变非线性元件则是兼有二者的函数,如时变非线性电阻应以 $u(i, t)$ 或 $i(u, t)$ 来表示。

六、按提供或吸收能量来分类

不提供能量的元件称为无源元件(passive element)。无源元件定义:对于所有 $t \geq -\infty$ 的时间区间以及 $i(t)$ 和 $u(t)$ 的可能组合,当且仅当

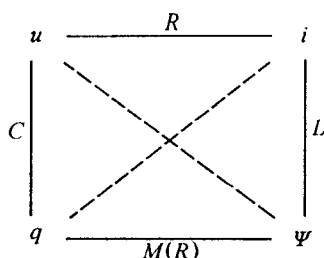


图 1-2

$$\int_{-\infty}^t u(\tau)i(\tau)d\tau = \epsilon(t) \geq 0 \quad (1-1)$$

时,即进入元件的能量 $\epsilon(t)$ 是非负的,称这种元件为无源元件。这里认为,当

$$t \rightarrow -\infty \text{ 时, } \epsilon(-\infty) = 0$$

若当

$$t \geq -\infty \text{ 时, } \epsilon(t) < 0$$

则称为有源元件(active element)。

七、按元件的端钮数目来分类

若与外电路连接的端钮只有两个的元件,则称为二端元件(two-terminal element);若有多个端钮与外电路连接的元件,则称为多端元件(multi-terminal element)。例如,固定电阻器和一般电容器是二端元件,晶体三极管是三端元件,理想变压器是四端元件。

下面将分别介绍二端电阻、电容、电感元件,同时讨论线性、非线性、定常和时变等情况。

§ 1-2 二端电阻元件

流经二端元件的电流 $i(t)$ 与端电压 $u(t)$ 可用代数关系式 $f[u(t), i(t), t] = 0$ 表示,或者说可用 $u-i$ 平面上的一条曲线来表示,这种元件称为二端电阻元件(two-terminal resistance element),简称电阻元件或电阻器。由定义可知,这种元件 t_1 时的电流 $i(t_1)$ 只与该时的电压 $u(t_1)$ 有关,它是一种瞬时元件,没有记忆作用,也没有储能作用。

根据电阻元件的伏安特性(Volt-Ampere characteristic)曲线形状及其与时间的关系,可将其分成下列几种情况来讨论。

一、线性定常电阻器

对于线性定常电阻器来说,它的伏安关系可用欧姆定律

$$u = Ri \quad (1-2) \quad (a)$$

$$\text{或} \quad i = Gu \quad (1-3)$$

来表示。若把它表示在 $u-i$ 平面

上,则得到一条通过原点的直线,如图 1-3 所示。

在图 1-3(a) 所示的 u, i 参考方向下,若 $R > 0$,称为正电阻元件(positive resistance element);若 $R < 0$,则为负电阻元件(negative resistance element);若 $R = 0$,此时电阻元件短路,它的伏安特性与 $u-i$ 平面的电流坐标轴重合;若 $R \rightarrow \infty$,则此电阻元件开路,它的伏安特性位于 $u-i$ 平面的电压轴上。

二、线性时变电阻元件

如果电阻元件的伏安特性仍是通过原点的直线,但在不同时刻此直线的斜率不同,这种电阻

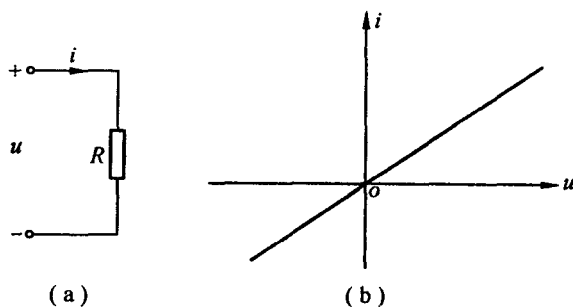


图 1-3

元件称为线性时变电阻元件(linear time-variant resistance element)。它的伏安关系可表示为

$$u = R(t) \cdot i \quad (1-4)$$

或

$$i = G(t) \cdot u \quad (1-5)$$

其中 $R(t)$ 和 $G(t)$ 是此电阻元件在某一时刻的电阻值和电导值。图 1-4(a) 为一线性时变电阻器的实例。图中伺服电机牵引着电位器活动触头来回运动, 电位器的电阻值就随时间而改变, 但在任何时刻, 它的特性曲线总是通过原点的一条直线, 只是其斜率是随时间而变化的, 满足这种要求的特性曲线为一直线族, 如图 1-4(b) 所示。

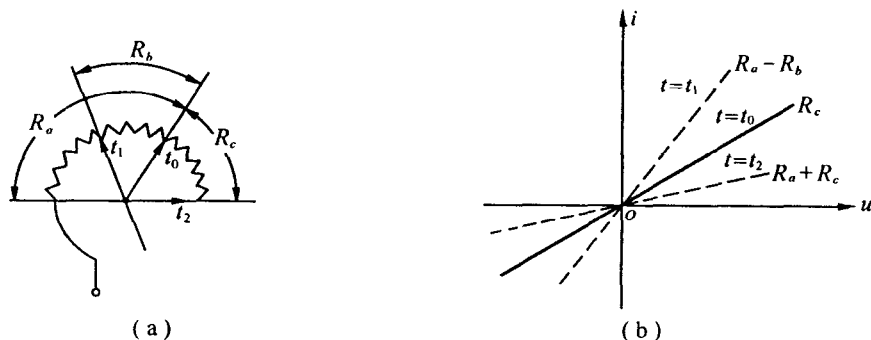


图 1-4

例 1-1 设一电流 $i = I_m \sin \omega_1 t$ A 通过一线性时变电阻 $R(t) = R \sin \omega t \Omega$, 试求其端电压。

解 根据式(1-4), 即得

$$u = R(t) \cdot i = R \sin \omega t \cdot I_m \sin \omega_1 t = R I_m \sin \omega t \sin \omega_1 t = \frac{R I_m}{2} \cos(\omega - \omega_1) t - \frac{R I_m}{2} \cos(\omega + \omega_1) t \text{ V}$$

由此例可见, 这个线性时变电阻器可以产生两个新频率的信号, 因此线性时变电阻器可用来产生或变换正弦信号。这种功能称为调制, 在无线电工程中是非常有用的。

三、非线性定常电阻元件

如果电阻元件的伏安特性是在 $u-i$ 平面上的任意一条曲线, 则这种元件称为非线性定常电阻元件, 有时简称为非线性电阻元件(non-linear resistance element)。显然, 非线性电阻元件中的电压与电流的关系不服从欧姆定律, 而是遵循某种特定的非线性函数关系。图 1-5 的(a)和(b)分别是表示非线性定常电阻元件的电路符号和一种非线性定常电阻元件的伏安特性曲线。

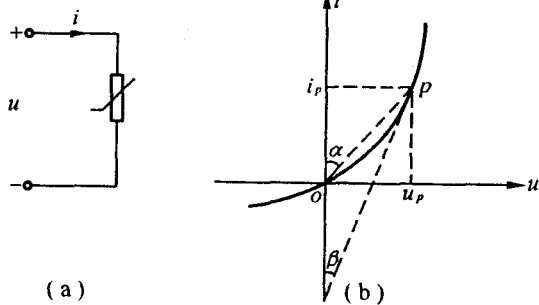


图 1-5

非线性电阻元件的阻值是随着电流(或电压)的大小而变化的。在特性曲线某一点 p 可

定义两个参数,即静态电阻 R_p (static resistance) 和增量电阻 R_d (incremental resistance)。如图 1-5(b) 中的 p 点,其静态电阻为

$$R_p = \frac{u_p}{i_p} = \frac{m_u}{m_i} \tan \alpha \quad (1-6)$$

式中 m_u 和 m_i 分别为电压和电流坐标的比例尺。

其增量电阻为

$$R_d = \lim_{\Delta i_p \rightarrow 0} \frac{\Delta u_p}{\Delta i_p} = \left. \frac{du}{di} \right|_p = \frac{m_u}{m_i} \tan \beta \quad (1-7)$$

增量电阻主要是用来分析电路在小信号激励下的响应。

可见,对非线性电阻来说,其静态电阻与增量电阻是不相等的,且各点的静态电阻、增量电阻也不一样。

非线性定常电阻又可分为以下几种:

(1) 严格单调型

对于这类元件,在其伏安特性曲线上任取两点 (u_1, i_1) 和 (u_2, i_2) ,若 $u_1 > u_2$,则 $i_1 > i_2$ 。真空二极管的伏安特性近似于 $\frac{3}{2}$ 次方关系,即

$$i = Ku^{\frac{3}{2}} \quad u \geq 0$$

其中 K 为常数,它与真空二极管的尺寸有关。其电路符号和伏安特性见图 1-6 的(a) 和(b)。

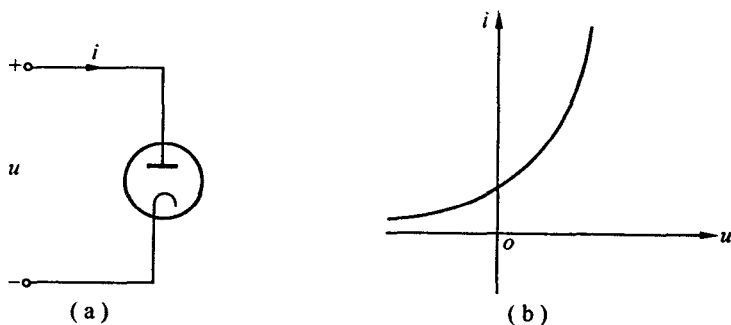


图 1-6

半导体(结型)二极管的伏安特性可近似地用下式表示,即

$$i = I_0(e^{Ku} - 1) \quad u \geq 0$$

其中 I_0 和 K 均为常数,由半导体二极管的实际参数来确定。其电路符号和伏安特性曲线见图 1-7 的(a) 和(b)。

由图可见,它们的伏安特性曲线都是严格单调增加的,均属于严格单调型的非线性电阻元件。

(2) 单调型

对这类元件,在其伏安特性曲线上任取两点 (u_1, i_1) 和 (u_2, i_2) ,若 $u_1 > u_2$,则 $i_1 \geq i_2$ 。

齐纳二极管和恒流二极管都属于单调型的非线性电阻元件,它们的电路符号和伏安特性曲线分别见图 1-8 的(a) 与(b) 和图 1-9 的(a) 与(b)。

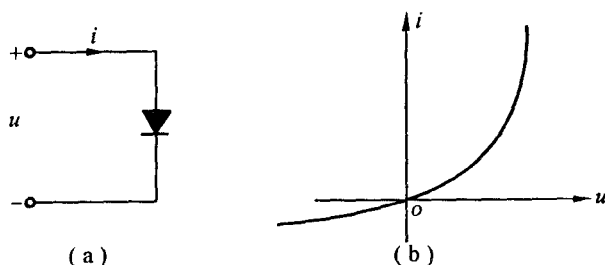


图 1-7

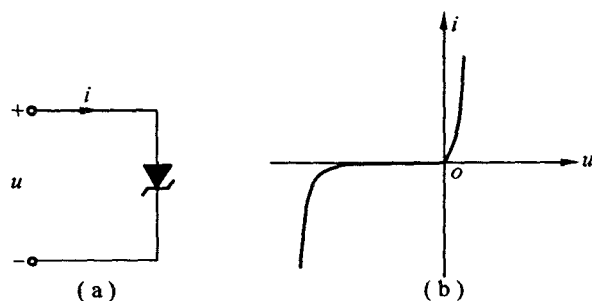


图 1-8

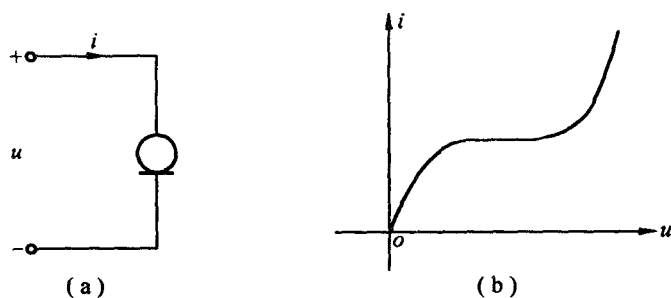


图 1-9

(3) 局部负阻型

有些非线性电阻元件的伏安特性曲线具有一段负斜率,即在这段中 $\frac{du}{di} < 0$,也就是增量电阻 R_d 为负,称为局部负阻型元件(local negative resistance element)。这种元件又可分为电压控制电阻元件和电流控制电阻元件。若电流 i 是电压 u 的单值函数,即

$$i = i(u) \quad (1-8)$$

而电压却不是电流的单值函数,这种电阻元件称为电压控制电阻元件,简称压控电阻(voltage-controlled resistance element)。例如隧道二极管就属于压控电阻,其电路符号和伏安特性曲线见图1-10的(a)与(b)。

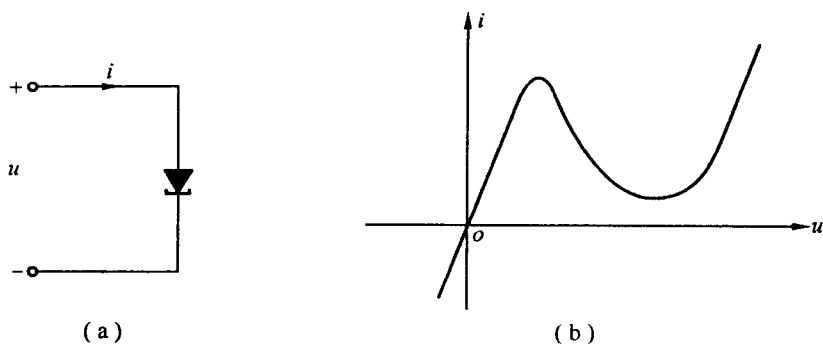


图 1 - 10

如果电压 u 是电流 i 的单值函数, 即

$$u = u(i) \quad (1-9)$$

而电流却不是电压的单值函数, 这种元件称为电流控制电阻元件, 简称流控电阻 (current-controlled resistance)。例如辉光二极管就属于流控电阻, 其电路符号和伏安特性曲线见图 1 - 11 的(a) 与(b)。

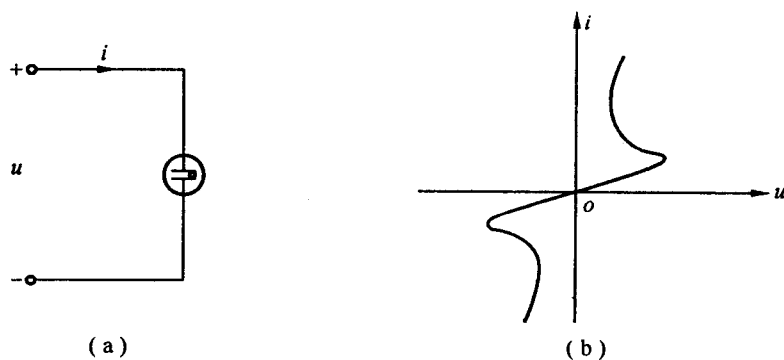


图 1 - 11

由图可见, 严格单调型的电阻元件既是压控的又是流控的。因为其电流既是电压的单值函数, 而电压又是电流的单值函数, 即

$$i = i(u)$$

或

$$u = u(i)$$

(4) 双向型和单向型

若电阻元件的伏安特性曲线对称于原点, 则这种元件称为双向电阻元件 (bidirectional resistance element)。如前面所提及的辉光二极管便属于双向的, 这种电阻元件的两个端点可互换而不影响 $u - i$ 曲线。

如果电阻元件的伏安特性曲线不对称于原点, 则这种元件称为单向电阻元件 (unilateral resistance element)。如真空二极管和半导体二极管都属于单向型的。

例 1-2 设一非线性电阻元件的伏安特性可近似为 $u = 50i + 0.5i^3$ V, 试求通过它的电流分别为 $i_1 = 2$ A, $i_2(t) = 2\sin 314t$ A, $i_3 = 10$ mA 情况下的电压值。

解 (1) 当 $i_1 = 2$ A 时, 则

$$u_1 = 50 \times 2 + 0.5 \times 2^3 = 104 \text{ V}$$

(2) 当 $i_2(t) = 2\sin 314t$ A 时, 则

$$u_2(t) = 50 \times 2\sin 314t + 0.5 \times 8\sin^3 314t = 100\sin 314t + 4\sin^3 314t \text{ V}$$

因为

$$3\sin\theta - 4\sin^3\theta = \sin 3\theta$$

所以

$$u_2(t) = 100\sin 314t + 3\sin 314t - \sin 942t = 103\sin 314t - \sin 942t \text{ V}$$

(3) 当 $i_3 = 10$ mA 时, 则

$$u_3 = 50 \times 0.01 + 0.5 \times (0.01)^3 = 0.5 + 0.5 \times 10^{-6} \approx 0.5 \text{ V}$$

即在小电流的情况下, 该非线性电阻可用 50Ω 的线性电阻来近似。

该例可以说明非线性电阻元件的一些主要性质:

- ① 它能产生与输入信号频率不同的新频率信号;
- ② 在工作范围充分小时, 它常可以用线性电阻来近似;
- ③ 齐次性和可加性均不适用于非线性电阻元件。

四、非线性时变电阻元件

如果电阻元件的伏安特性随时间的不同是由 $u-i$ 平面上不同的曲线来表示的, 则这种元件称为非线性时变电阻元件 (nonlinear time-variant resistance element)。例如其伏安关系用

$$i = u^3 + \sin t$$

来表征的电阻元件是一个非线性时变电阻元件。它可看作由一个非线性定常电阻元件 $i' = u^3$ 和一个 $\sin t$ 的电流源并联构成的, 如图 1-12(a) 所示。其伏安特性是一族曲线, 见图 1-12(b)。

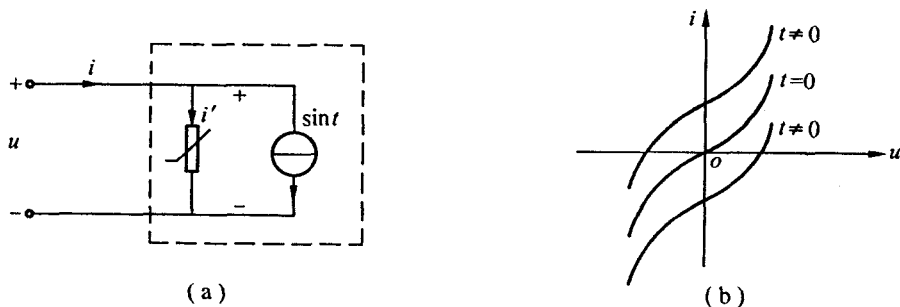


图 1-12

五、独立电源

独立电源分独立电压源和独立电流源两种。

独立电压源 (independent voltage source) 的端电压具有确定的数值, 而与流经它的电流无关。图 1-13(a) 为独立电压源的符号, 图(b) 为它的伏安特性。

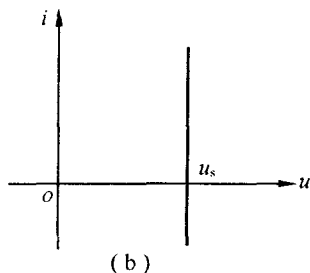


图 1-13

独立电流源 (independent current source) 能提供确定电流, 而与它的端电压无关。图 1-14(a) 为独立电流源的符号, 图(b) 为它的伏安特性。

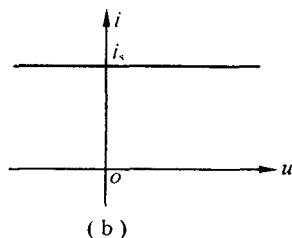
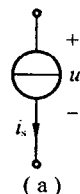


图 1-14

因为独立电源的特性也可用 $u-i$ 平面上的图形来表示, 所以也可把它划归于二端电阻元件这一类。但在网络分析中, 通常还是作为电源元件来处理较为方便。

§ 1-3 二端电容元件

电容元件是一种储能元件, 它的特性可用其极板上的电荷 q 和端电压 u 之间的关系来表示, 这种关系称为库伏特性 (Coulomb-Volt characteristic)。二端电容元件也可分线性、非线性、时不变(定常)和时变四种, 下面分别予以介绍。

一、线性定常电容元件

线性定常电容元件的库伏特性可用

$$q = C \cdot u \quad (1-10)$$

或

$$C = \frac{q}{u} \quad (1-11)$$

来表示, 即 q 与 u 成正比, 其中 C 为电容。由上式可见, 线性定常电容元件 (linear invariable capacitance element) 的库伏特性是通过原点的一条直线, 其斜率为电容 C 。其电路符号和库伏特性如图 1-15 的(a)和(b)所示。

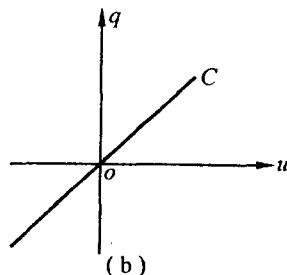
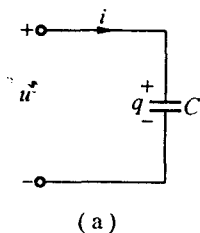


图 1-15

按图 1-15(a) 的参考方向, 有

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}$$

或

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau = \\ &\frac{1}{C} \int_{-\infty}^0 i(\tau) d\tau + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau = \\ &u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (1-12)$$

其中

$$u(0) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^0 i(\tau) d\tau$$

若电容原先不带电,即 $u(0) = 0$, 则

$$u = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau \quad (1-13)$$

可见,电容电压与其先前带电情况有关,因此它有记忆元件之称,又因 i 与 u 成导数关系,故也称为动态元件。

若以 $W_c(t_0, t)$ 表示电容器在 t_0 到 t 储存的电场能量,则

$$W_c(t_0, t) = \int_{t_0}^t u i d\tau = \int_{u_0}^u C u du = \frac{1}{2} C u^2 - \frac{1}{2} C u_0^2 \quad (1-14)$$

若 $u_0 = u(t_0) = 0$, 则

$$W_c(t_0, t) = \frac{1}{2} C u^2$$

二、线性时变电容元件

线性时变电容器(linear time-variant capacitor)的电容量是时间的函数,它的库伏特性可表示为

$$q = C(t)u \quad (1-15)$$

其中 $C(t)$ 为时变电容。可见,线性时变电容元件的库伏特性仍是 $q - u$ 平面上通过原点的直线,但其斜率是随时间变化的,即特性曲线为一直线族。

线性时变电容元件的伏安关系为

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C(t) \frac{du(t)}{dt} + u(t) \frac{dC(t)}{dt} \quad (1-16)$$

因此,在正弦电压作用下,电流中也会含有不同于电压频率的新的频率分量。

三、非线性定常电容元件

如果非线性电容元件的库伏特性是 $q - u$ 平面上一条任意曲线,那么这种元件称为非线性定常电容元件(nonlinear time-invariable capacitance element),简称非线性电容元件。图 1-16(a) 和(b) 所示的为非线性电容器的电路符号和它的库伏特性曲线。

对非线性电容元件来说,不能只用一个简单的数来表示,必须给出完整的 $q - u$ 曲线。非线性电容元件的电容值是随其电荷(电压)大小的变化而变化的。对某点 p , 可定义两个参数,即静态电容 C_p (static capacitance) 和增量电容 C_d (incremental capacitance), 如图(b) 中的 p 点, 其静态电容为

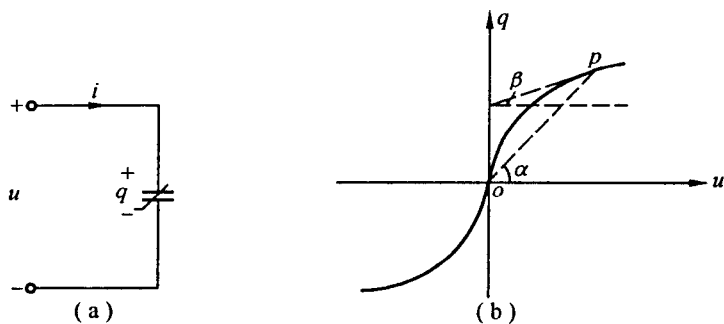


图 1-16

$$C_p = \frac{q_p}{u_p} = \frac{m_q}{m_u} \tan \alpha \quad (1-17)$$

式中, m_q 和 m_u 分别为电荷和电压坐标的比例尺。其增量电容为

$$C_d = \lim_{\Delta u_p \rightarrow 0} \frac{\Delta q_p}{\Delta u_p} = \left. \frac{dq}{du} \right|_p = \frac{m_q}{m_u} \tan \beta \quad (1-18)$$

增量电容主要是用来计算电路在小信号激励下的响应的。

同样,非线性电容元件也有压控和荷控之分,若电容器的电荷是其端电压的单值函数,即

$$q = q(u) \quad (1-19)$$

则称这种电容器为电压控制的电容器,简称压控电容(voltage-controlled capacitance);若电容器的电压是其电荷的单值函数,即

$$u = u(q) \quad (1-20)$$

则称这种电容器为电荷控制的电容器,简称荷控电容(charge-controlled capacitance)。电容器也可以是严格单调的,即其 $q-u$ 特性是严格单调增加或下降的,这类电容器既是压控又是荷控。

对于压控电容器,可将其电流表示为

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{dq}{du} \cdot \frac{du}{dt} \quad (1-21)$$

或写成

$$i = C(u) \frac{du}{dt} \quad (1-22)$$

其中

$$C(u) = \frac{dq}{du} \quad (1-23)$$

$C(u)$ 就是增量电容。

如图 1-17(a) 所示,把一个电压源 $u_s(t)$ 和一个端电压 U 的电池串联起来,然后加到非线性电容器两端,并设非线性电容元件的 $q-u$ 特性曲线是由

$$q = \frac{1}{3} u^3$$

来决定的,如图 1-17(b) 所示。其增量电容为

$$C(u) = \frac{dq}{du} = u^2$$

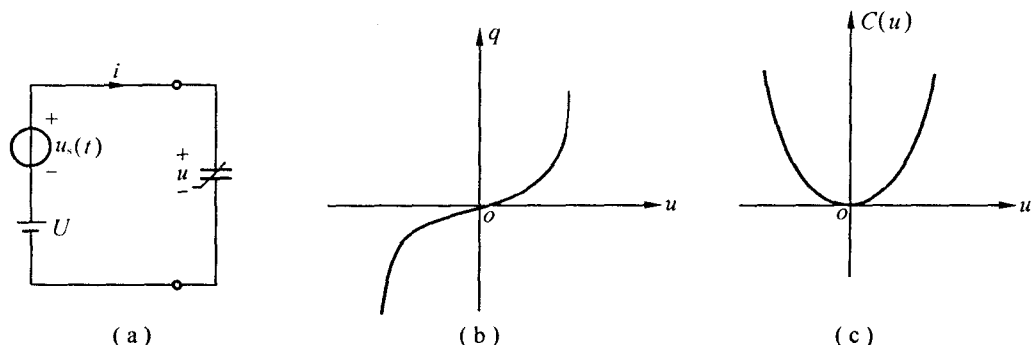


图 1-17

如图 1-17(c)。在许多电子系统中,因为信号电压 $u_s(t)$ 相对于直流电压 U 是很小的,所以

$$C(u) = C(u_s(t) + U) \approx C(U)$$

即增量电容不随时间变化,而是随着 U 的大小变化,只要改变 U 的值,就可达到改变电容数值的目的。通常的调谐电路是采用机械方法调节电容器来进行调谐的,但有了非线性电容,就可改变其上的直流电压来进行调谐,这种方法称为电子调谐。它比机械调谐方便而且噪音小,因此在电子系统中得到广泛应用。

四、非线性时变电容元件

非线性时变电容元件既具有非线性的特点,又具有时变的特点。它的库伏特性可表示为

$$q = q(u, t) \quad (1-24)$$

或

$$u = u(q, t) \quad (1-25)$$

前者为压控型的,后者为荷控型的。

对压控非线性时变电容器,其伏安关系为

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\partial q(u, t)}{\partial u} \cdot \frac{du}{dt} + \frac{\partial q(u, t)}{\partial t} \quad (1-26)$$

§ 1-4 二端电感元件

电感元件也是一种储能元件,它的特性可用磁链 Ψ 和电流 i 之间的关系来表示,这种关系称为韦安特性(Weber-Ampere characteristic)。下面将分四种类型予以介绍。

一、线性定常电感元件

对线性定常电感元件, Ψ 与 i 成正比,即

$$\Psi = L \cdot i \quad (1-27)$$

或

$$L = \frac{\Psi}{i}$$