

铁路结构物设计算例

石拱桥

铁路专业设计院标准设计管理处主编

人民交通
出版社

鐵路結構物設計算例

石 拱 橋

鐵路專業設計院標準設計管理處主編

人 民 交 通 出 版 社

1973年·北京

本书系根据大—157石砌拱桥标准设计图,通过一具体桥跨 ($l_p=38\text{m}$ 拱圈及桥墩台),详细说明设计理论依据、计算方法及步骤。并根据大—065及大参—007设计图,对 $l_p=30\text{m}$ 的常备式工字梁钢拱架的计算作了介绍。

本书可供桥梁设计、施工、养护人员以及大专学校师生参考用。

本书系铁路专业设计院标准设计管理处桥梁科集体编写。

铁路结构物设计算例

石 拱 桥

铁路专业设计院标准设计管理处主编

人民交通出版社出版

(北京市安定门外和平里)

北京市书刊出版业营业许可证出字第 006 号

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民交通出版社印刷一厂印

开本 $850 \times 1168 \frac{1}{32}$ 印张 $6 \frac{7}{8}$ 插页 3 字数 176 千

1964年8月第1版

1973年12月第1版第4次印刷

印数 8,731—17,730 册 定价(科四) 0.90 元

目 录

第一章 拱圈	1
§ 1. 固定拱理论.....	1
一、拱轴的选择.....	1
二、应力分析.....	11
三、应力调整.....	46
§ 2. 连拱理论.....	47
一、基本弹性方程式.....	47
二、弹性方程式的简化.....	51
三、从固定拱出发考虑弹性墩的附加影响.....	52
四、方法的应用.....	53
五、拱及桥墩的各项常数.....	58
§ 3. $l_p=38\text{m}$ 石拱桥(固定拱)拱圈计算.....	62
一、拱圈几何数字.....	63
二、用虚构载重法调整应力时的虚构载重值 g_x	64
三、计入 g_x 的恒载应力.....	66
四、由均布虚构载重 g_x 产生的应力.....	68
五、恒载实际应力.....	70
六、活载应力.....	70
七、温度应力.....	73
八、固定拱时全部载重作用下的拱圈截面最大压 应力及轴向压力偏心距.....	75
§ 4. 三孔 $l_p=38\text{m}$ 石拱桥连拱拱圈计算.....	79
一、拱之计算常数.....	81
二、墩之计算常数.....	81
三、桥墩水平位移的影响.....	83
四、桥墩转动的影响.....	85

五、考虑桥墩弹性位移影响后的活载应力·····	87
六、连拱在全部载重作用下的拱圈截面最大压应力及轴向压力偏心距·····	105
第二章 墩台 ·····	108
§ 1. 桥墩·····	108
一、设计资料及设计原则·····	108
二、桥墩尺寸的拟定·····	109
三、外力计算·····	110
四、墩身各截面偏心及应力检算·····	113
五、基底偏心及应力检算·····	119
六、稳定性检算·····	121
七、施工过程检算·····	123
八、横向检算·····	129
九、固定墩计算·····	133
十、讨论·····	140
§ 2. 桥台·····	142
一、桥台尺寸的拟定·····	142
二、前墙计算·····	144
1. 外力计算·····	145
2. 台身各截面偏心及应力检算·····	151
3. 基底偏心及应力检算·····	159
4. 稳定性检算·····	164
三、后墙计算·····	167
1. 外力计算·····	167
2. 台底截面偏心及应力检算·····	179
3. 基底偏心及应力检算·····	183
4. 稳定性检算·····	187
第三章 工字梁钢拱架 ·····	191
§ 1. 设计资料及依据·····	192
§ 2. 拱架布置·····	193

§ 3. 拱架计算.....	196
一、计算荷载.....	196
二、内力计算.....	198
三、应力计算.....	198
四、稳定性计算.....	203
五、拱架上弯度计算.....	204
六、砂箱计算.....	206
七、拱架座标计算.....	207
八、拱顶拆拱设备木楔尺寸计算.....	210
参考文献.....	213

第一章 拱 圈

§1. 固定拱理論

固定拱的计算依照施特拉生奈尔 (Strassner) 一扎符里也夫 (К. С. Завриев) 二氏的图表进行。茲将施氏理论及计算用图表的来源说明于下。

一、拱軸的选择

1. 拱轴公式

施式采用恒载压力线作为拱轴线。恒载压力线乃随恒载分布不同而异。设恒载分布图如图 1—1，并采用下列符号：

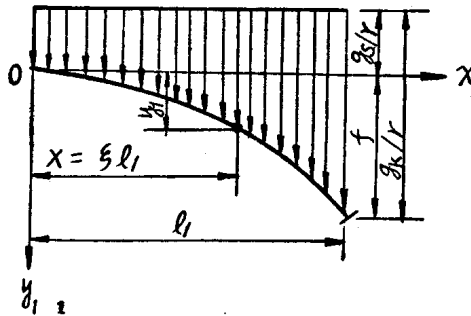


图 1—1

- g_s ——拱顶处单位长度之恒载重量；
- g_k ——拱脚处单位长度之恒载重量；
- g ——任意点单位长度之恒载重量；
- γ ——拱上建筑物单位体积重；
- f ——计算矢高；
- l ——计算跨度；
- l_1 ——计算半跨度；
- φ ——拱轴与水平线所成之斜角；

H_g ——因恒载而产生的拱圈主推力；

$m = \frac{g_k}{g_s}$ ——曲线系数。

取拱圈单位宽度计算（图 1—1）：

$$g = \left(\frac{g_s}{\gamma} + y_1 \right) \gamma = g_s + \gamma y_1, \quad (1-1)$$

$$g_k = g_s + \gamma f = m g_s. \quad (1-2)$$

由公式（1—2），得

$$\gamma = (m-1) \frac{g_s}{f}. \quad (1-3)$$

以（1—3）代入（1—1）式中，得

$$g = g_s + \frac{(m-1)g_s}{f} \cdot y_1 = g_s \left[1 + \frac{(m-1)}{f} \cdot y_1 \right]. \quad (1-4)$$

设 V_1 为任意截面之恒载剪力，因拱轴线与恒载压力线相吻合，故

$$\tan \varphi = \frac{dy_1}{dx} = \frac{V_1}{H_g}.$$

因

$$\frac{dV_1}{dx} = g,$$

$$\therefore \frac{d^2 y_1}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy_1}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{V_1}{H_g} \right) = \frac{g}{H_g}.$$

上式为拱轴线之微分方程式。

$\because x = \xi l_1, \therefore dx = l_1 d\xi, dx^2 = l_1^2 d\xi^2$ ，代入上式，得

$$\frac{d^2 y_1}{d\xi^2} = \frac{l_1^2 g}{H_g} = \frac{l_1^2 g_s}{H_g} \left[1 + \frac{(m-1)}{f} \cdot y_1 \right].$$

令

$$K^2 = \frac{l_1^2 g_s}{H_g f} (m-1), \quad (1-5)$$

$$\therefore \frac{d^2 y_1}{d\xi^2} = \frac{l_1^2 g_s}{H_g} + K^2 y_1. \quad (1-6)$$

式 (1-6) 为二阶非齐次常系数线性方程式。此方程式之解为该式相对应的齐次方程式的一般解和特解之和。

一般解为

$$y_1 = C_1 e^{\kappa \xi} + C_2 e^{-\kappa \xi},$$

特解为

$$y_1 = -\frac{l_1^2 g_s}{H_g K^2}.$$

∴ 式 (1-6) 之解为

$$y_1 = -\frac{l_1^2 g_s}{H_g K^2} + C_1 e^{\kappa \xi} + C_2 e^{-\kappa \xi}.$$

当

$$\xi = 0, \quad y_1 = 0, \quad \frac{dy_1}{d\xi} = 0,$$

$$\therefore y_1 = -\frac{l_1^2 g_s}{H_g K^2} + C_1 + C_2 = 0, \quad (i)$$

$$\left(\frac{dy_1}{d\xi} \right)_{\xi=0} = C_1 - C_2 = 0. \quad (ii)$$

解 (i) (ii) 两式, 得

$$C_1 = C_2 = \frac{l_1^2 g_s}{2H_g K^2}.$$

$$\begin{aligned} \therefore y_1 &= \frac{-l_1^2 g_s}{H_g K^2} + \frac{l_1^2 g_s}{2H_g K^2} e^{\kappa \xi} + \frac{l_1^2 g_s}{2H_g K^2} e^{-\kappa \xi} \\ &= \frac{l_1^2 g_s}{H_g K^2} \left(\frac{e^{\kappa \xi} + e^{-\kappa \xi}}{2} - 1 \right). \end{aligned}$$

将公式 (1-5) 及双曲线函数

$$\cosh K\xi = \frac{e^{\kappa \xi} + e^{-\kappa \xi}}{2}$$

代入上式, 得

$$y_1 = \frac{f}{m-1} (\cosh K\xi - 1). \quad (1-7)$$

当 $\xi = 1, y_1 = f,$
 $\cosh K = m_0.$

如 m 已知, 则 $K = \cosh^{-1} m = \ln (m + \sqrt{m^2 - 1})$ 。

任意点之拱轴纵座标 y_1 即可由 (1-7) 式得出。

如 $m = 1$ 时, 即表示拱轴受均布荷载, 其恒载压力线为一抛物线, 任意点之拱轴纵座标 y_1 按 $y_1 = f\xi^2$ 求之。

一般 m 的实用范围在 1 与 10 之间, 表 1-1 即根据 (1-7) 式按 $\frac{1}{4}$ 跨度处之纵座标 $y_{1/4}$ 与矢高之比为均匀变化时之相应 m 值计算出任意点 y_1 之计算系数。

用于计算拱轴纵座标的 $10000 \frac{y_1}{f}$ 数值表 表 1-1

断面	m 值										
号数	1.0000	1.347	1.756	2.240	2.814	3.500	4.324	5.321	6.536	8.031	9.889
0 (拱脚)	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
1	8403	8331	8256	8180	8101	8019	7935	7849	7753	7667	7567
2	6944	6831	6714	6595	6473	6348	6221	6090	5955	5816	5673
3	5625	5493	5359	5223	5085	4944	4801	4656	4507	4356	4200
4	4444	4312	4179	4044	3908	3771	3632	3491	3349	3205	3059
5	3403	3284	3163	3042	2920	2798	2675	2552	2428	2303	2177
6 (跨径 1/4处)	2500	2400	2300	2200	2100	2000	1900	1800	1700	1600	1500
7	1736	1660	1584	1508	1432	1357	1282	1208	1133	1060	986
8	1111	1059	1007	955	903	852	802	751	701	652	603
9	625	594	563	532	502	472	443	413	384	356	327
10	278	264	249	235	221	208	194	181	168	155	142
11	70	66	62	59	55	52	48	45	41	38	35
12 (拱顶)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\frac{y_{1/4}}{f}$	0.25	0.24	0.23	0.22	0.21	0.20	0.19	0.18	0.17	0.16	0.15

注, m 与 $y_{1/4}$ 之关系,

当 $\xi = \frac{1}{2}$, 代入 (1-7) 式, 得

$$y_{1/4} = \frac{f}{m-1} \left(\cosh \frac{K}{2} - 1 \right).$$

$$\therefore \cosh \frac{K}{2} = \sqrt{\frac{\cosh K + 1}{2}} = \sqrt{\frac{m+1}{2}},$$

$$\begin{aligned} \therefore y_{1/4} &= \frac{f}{m-1} \left(\sqrt{\frac{m+1}{2}} - 1 \right) \\ &= \frac{f}{m-1} \times \frac{\sqrt{2(m+1)} - 2}{2} \times \frac{\sqrt{2(m+1)} + 2}{\sqrt{2(m+1)} + 2} \\ &= \frac{f}{\sqrt{2(m+1)} + 2}, \end{aligned}$$

$$\text{即 } \sqrt{2(m+1)} + 2 = f / y_{1/4},$$

$$\therefore m = \frac{1}{2} \left(\frac{f}{y_{1/4}} - 2 \right)^2 - 1.$$

当采用之拱圈 m 值非表中所列之数值时, 最好先按上式求出与之相对应的 $y_{1/4}/f$ 之值, 然后以 $y_{1/4}/f$ 值按插入法利用计算图表求各种计算系数, 较之用 m 值按插入法求出的为准确。

2. 拱轴水平斜角 φ

将公式 (1-7) 微分一次, 得

$$\frac{dy_1}{d\xi} = \frac{fK}{m-1} \sinh K\xi. \quad (\text{iii})$$

因拱为对称的

$$\therefore \tan \varphi = \frac{dy_1}{dx} = \frac{dy_1}{l_1 d\xi} = \frac{2dy_1}{ld\xi}.$$

将 (iii) 式代入, 得

$$\tan \varphi = \frac{2fK \sinh K\xi}{l(m-1)}. \quad (1-8)$$

表 1-2 即根据 (1-8) 式得出。

当 $m = 1$ 时, $\tan \varphi$ 应按 $y_1 = f\xi^2$ 抛物线拱轴线方程式求之,

即

$$\tan \varphi = \frac{2dy_1}{ld\xi} = \frac{2}{l} \cdot \frac{d}{d\xi} (f\xi^2) = \frac{4f\xi}{l} \quad (1-9)$$

表 1-2

用于计算 $\tan \varphi$ 的 $1000 \frac{l}{f} \tan \varphi$ 值表

断面 号数	m 值										
	1.000	1.347	1.756	2.240	2.814	3.500	4.324	5.321	6.536	8.031	9.889
0 (拱脚)	4000	4217	4442	4675	4915	5165	5427	5700	5985	6284	6601
1	3667	3802	3938	4077	4219	4364	4511	4663	4818	4976	5140
2	3334	3402	3475	3537	3607	3675	3740	3807	3872	3935	3998
3	3000	3020	3037	3053	3067	3079	3090	3098	3103	3104	3105
4	2667	2650	2637	2611	2588	2567	2538	2508	2476	2442	2403
5	2333	2293	2251	2207	2163	2116	2066	2017	1964	1908	1851
6 (跨径 1/4处)	2000	1946	1892	1836	1780	1720	1662	1603	1542	1478	1415
7	1667	1609	1549	1490	1432	1371	1311	1249	1189	1129	1069
8	1333	1276	1224	1166	1112	1058	1000	947	894	837	782
9	1000	954	907	860	815	770	724	680	635	595	548
10	667	632	600	567	535	503	471	439	408	378	348
11	333	316	298	281	264	249	232	214	200	184	167
12 (拱顶)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

3. 拱厚变换系数

采用符号:

 d_s ——拱顶厚度; d_k ——拱脚厚度; d ——拱轴任意点之厚度; J_s ——单位宽度内拱顶截面惯性力矩; J_k ——单位宽度内拱脚截面惯性力矩; J ——单位宽度内任意截面惯性力矩;

$$n = \frac{J_s}{J_k \cos \varphi_k} \text{——拱厚变换系数。}$$

规定拱厚变换的规律为直线变化，如图 1—2 所示。

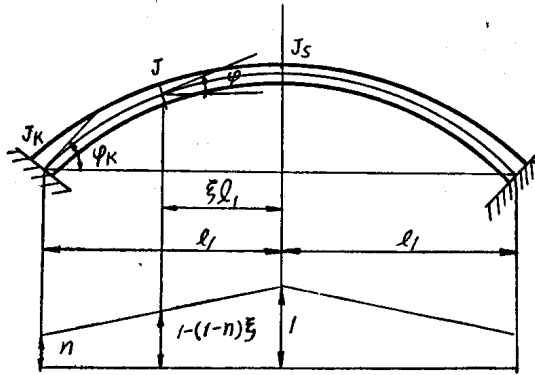


图 1—2

在拱顶：

$$\xi = 0,$$

$$\varphi = 0,$$

$$n = \frac{J_s}{J_s} = 1。$$

在拱脚：

$$\xi = 1,$$

$$\varphi = \varphi_k,$$

$$n = \frac{J_s}{J_k \cos \varphi_k}。$$

在任意截面，用插入法得：

$$\frac{J_s}{J \cos \varphi} = 1 - (1-n)\xi,$$

$$\therefore J = \frac{J_s}{[1 - (1-n)\xi] \cos \varphi}。 \quad (1-10)$$

当拱圈截面为矩形截面时，

$$J_s = \frac{1}{12} d_s^3, \quad J = \frac{1}{12} d^3。$$

4. 拱圈弹性中心位置

因拱为对称的，弹性中心在对称轴上，距拱顶为 y_s ，如图 1—3 所示：

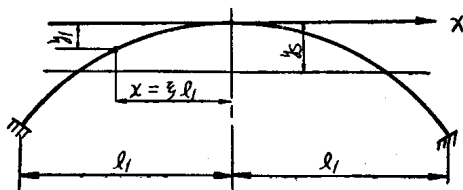


图 1—3

$$y_s = \frac{\int_s \frac{y_1}{EJ} ds}{\int_s \frac{1}{EJ} ds} \quad (1-12)$$

由公式 (1-10)

$$J = \frac{J_s}{[1 - (1-n)\xi] \cos \varphi}$$

又

$$\cos \varphi ds = dx = l_1 d\xi = \frac{l}{2} d\xi,$$

$$\begin{aligned} \therefore \int_s \frac{ds}{EJ} &= 2 \int_0^1 \frac{1}{E} \cdot \frac{[1 - (1-n)\xi]}{J_s} \cdot \frac{l}{2} d\xi \\ &= \int_0^1 \frac{l[1 - (1-n)\xi]}{EJ_s} d\xi = \frac{l}{EJ_s} \cdot \frac{1+n}{2}. \end{aligned} \quad (1-13)$$

由公式 (1-7)

$$y_1 = \frac{f}{m-1} (\cosh K\xi - 1),$$

而

$$\int_s \frac{y_1 ds}{EJ} = \int_0^1 \frac{f}{m-1} (\cosh K\xi - 1) \frac{l}{EJ_s} [1 - (1$$

$$\begin{aligned}
-n) \xi] d\xi &= \int_0^1 \frac{fl}{EJ_s(m-1)} [\cosh K\xi + (1-n)\xi \\
&\quad - (1-n)\xi \cosh K\xi - 1] d\xi \\
&= \frac{fl}{EJ_s(m-1)} \left[\frac{\sinh K}{K} + \frac{1-n}{2} - \frac{(1-n) \sinh K}{K} \right. \\
&\quad \left. + \frac{(1-n)(\cosh K - 1)}{K^2} - 1 \right] \\
&= \frac{fl}{EJ_s(m-1)} \left[\frac{n \cdot \sinh K}{K} + \frac{(1-n)(\cosh K - 1)}{K^2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{1+n}{2} \right] = \frac{fl}{EJ_s(m-1)} \cdot \left[\frac{n\sqrt{m^2-1}}{K} \right. \\
&\quad \left. + \frac{(1-n)(m-1)}{K^2} - \frac{1+n}{2} \right]。 \quad (1-14)
\end{aligned}$$

将 (1-13)、(1-14) 代入 (1-12) 得

$$\begin{aligned}
y_s &= \frac{2f}{(m-1)(1+n)} \left[\frac{n\sqrt{m^2-1}}{K} \right. \\
&\quad \left. + \frac{(1-n)(m-1)}{K^2} - \frac{1+n}{2} \right]。 \quad (1-15)
\end{aligned}$$

表 1-4

用以求拱圈弹性中心的位置的系数 $10000 \frac{y_s}{f}$ 值表

m	变数 n								
	1.00	0.80	0.60	0.50	0.40	0.30	0.25	0.20	0.15
1.000	3333	3148	2917	2778	2619	2436	2333	2222	2101
1.347	3262	3079	2850	2713	2556	2374	2273	2163	2044
1.756	3190	3009	2783	2647	2491	2312	2212	2103	1985
2.240	3117	2938	2714	2580	2427	2250	2150	2043	1926
2.814	3044	2867	2646	2513	2362	2187	2089	1983	1867
3.500	2970	2795	2577	2446	2296	2124	2027	1922	1808
4.324	2895	2723	2507	2378	2230	2060	1964	1861	1748
5.321	2820	2650	2437	2309	2164	1996	1901	1799	1688
6.536	2743	2576	2366	2240	2097	1931	1838	1738	1628
8.031	2666	2501	2294	2170	2029	1865	1774	1675	1567
9.889	2587	2424	2221	2099	1960	1799	1709	1612	1506

表 1—4 即根据 (1—15) 式得出。

在抛物线拱中

$$y_s = \frac{\int_0^1 \frac{y_1}{EJ} ds}{\int_0^1 \frac{1}{EJ} ds} = \frac{2f}{1+n} \left[\frac{1}{3} - (1-n) \frac{1}{4} \right]$$

$$= \frac{f(1+3n)}{6(1+n)} \quad (1-16)$$

二、应力分析

1. 恒载应力

$$\begin{aligned} \text{由公式(1-5)} \quad K^2 &= \frac{l_1^2 g_s}{H_g f} (m-1) \\ &= \frac{l^2 g_s}{4H_g f} (m-1), \end{aligned}$$

$$\therefore H_g = \frac{l^2 g_s}{4K^2} \cdot \frac{m-1}{f}.$$

$$\text{令} \quad \frac{m-1}{4K^2} = k_g, \quad (1-17a)$$

$$\text{则} \quad H_g = k_g \cdot \frac{g_s l^2}{f}. \quad (1-17)$$

因恒载压力线与拱轴吻合,

$$\therefore M_g = 0.$$

$$\text{而} \quad V_g = \int_0^{l_1} g dx = \int_0^1 gl_1 d\xi,$$

将公式 (1—4) 及 (1—7) 代入, 得

$$\begin{aligned} V_g &= \int_0^1 l_1 g_s \left[1 + \frac{m-1}{f} y_1 \right] d\xi \\ &= \int_0^1 l_1 g_s [1 + \cosh K\xi - 1] d\xi \end{aligned}$$