

GCT-ME

工程硕士

入学资格考试辅导

数 学 习 题 集

主编 谢伟松 边馥萍



天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

GCT-ME 工程硕士入学资格考试辅导

数 学 习 题 集

主 编 谢伟松 边馥萍



 天津大学出版社
Tianjin University Press

内容简介

本书是根据 2003 年在职攻读工程硕士专业学位研究生入学考试新大纲的要求编写的,作为《GCT-ME 工程硕士入学资格考试辅导 数学》的配套使用教材.本书共提供了 16 套全真模拟试题及解法,读者在复习之后,进行模拟测试,检查复习效果,将有助于提高应试能力.

图书在版编目(CIP)数据

GCT-ME 工程硕士入学资格考试辅导 数学习题集 /
谢伟松等主编. —天津:天津大学出版社, 2004.6
ISBN 7-5618-1948-X

I .G … II .谢… III .高等数学—研究生—入学考试—习题 IV .G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 052379 号

组稿编辑 张 颖
责任编辑 赵淑梅
技术设计 谷英卉

出版发行 天津大学出版社
出 版 人 杨风和
地 址 天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)
电 话 发行部:022-27403647 邮购部:022-27402742
印 刷 昌黎太阳红彩色印刷有限责任公司
经 销 全国各地新华书店
开 本 185mm × 260mm
印 张 8.75
字 数 218 千
版 次 2004 年 6 月第 1 版
印 次 2004 年 6 月第 1 次
印 数 1 - 6 000
定 价 15.00 元

前 言

根据 2003 年在职攻读工程硕士专业学位研究生入学考试新大纲的要求,为了帮助考生提高应试能力,我们编写了本书,作为《GCT-ME 工程硕士入学资格考试辅导 数学》的配套使用教材.由于新大纲对考试内容、题型结构较前几年有很大变化,特别是强调考生应具有数学方面的基础知识和基本思想、逻辑思维能力、数学运算能力、空间想像能力及分析问题解决问题的能力.本书题型全部是选择题.为了帮助考生提高应试能力,本教材提供了 16 套全真模拟题,并给出试题解法.由于解题方法和解题思路的多样性,本书对试题分析仅采用典型的解题方法,供读者在复习后检查复习效果.

本书是谢伟松、边馥萍、张颖、胡飞、曹学广、崔石花六位老师共同编写的,全书由谢伟松统稿.由于编写水平所限,对于书中的疏漏和不足之处,欢迎广大读者批评指正.

编者
2002 年 4 月

目 录

第一部分 模拟试题	(1)
模拟试题(一)	(3)
模拟试题(二)	(6)
模拟试题(三)	(9)
模拟试题(四)	(12)
模拟试题(五)	(15)
模拟试题(六)	(18)
模拟试题(七)	(21)
模拟试题(八)	(24)
模拟试题(九)	(27)
模拟试题(十)	(30)
模拟试题(十一)	(33)
模拟试题(十二)	(36)
模拟试题(十三)	(39)
模拟试题(十四)	(42)
模拟试题(十五)	(45)
模拟试题(十六)	(48)
第二部分 模拟试题解答与分析	(51)
模拟试题解答与分析(一)	(53)
模拟试题解答与分析(二)	(58)
模拟试题解答与分析(三)	(62)
模拟试题解答与分析(四)	(67)
模拟试题解答与分析(五)	(72)
模拟试题解答与分析(六)	(75)
模拟试题解答与分析(七)	(79)
模拟试题解答与分析(八)	(83)
模拟试题解答与分析(九)	(87)
模拟试题解答与分析(十)	(90)
模拟试题解答与分析(十一)	(95)
模拟试题解答与分析(十二)	(100)
模拟试题解答与分析(十三)	(106)
模拟试题解答与分析(十四)	(111)
模拟试题解答与分析(十五)	(116)
模拟试题解答与分析(十六)	(122)
第三部分 模拟试题答案	(129)

第一部分 模拟试题

模拟试题(一)

1. 若 $a > b > 0, c > 0$, 则().

(A) $\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$ (B) $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+c}$

(C) $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$ (D) $\frac{a}{b}$ 和 $\frac{a+c}{b+c}$ 的大小关系与 a, b, c 的取值无关

2. 某场演出的门票分成甲、乙、丙三等, 其中甲等票 150 张, 票价 200 元; 乙等票 250 张, 票价 160 元; 丙等票 400 张, 票价 125 元. 本场演出的平均票价为().

(A) 145 元 (B) 150 元 (C) 155 元 (D) 160 元

3. 有一项植树 162 棵的任务, 按人数分给甲、乙、丙三个单位. 若甲、乙、丙三个单位的人数之比为 5:6:7, 则甲、乙、丙三个单位各分到树苗() 棵.

(A) 5:6:7 (B) 5, 6, 7 (C) 45:54:63 (D) 45, 54, 63

4. 每只蜘蛛有 8 条腿, 蜻蜓有 6 条腿和 2 对翅膀, 蝉有 6 条腿和 1 对翅膀. 现有这 3 种小虫共 18 只, 共有 118 条腿和 20 对翅膀. 其中蝉的数量为().

(A) 5 只 (B) 6 只 (C) 7 只 (D) 8 只

5. 某人乘长途客车中途下车, 客车开走 10 min 后, 发现将一行李遗忘在客车上, 情急之下, 马上乘出租车前去追赶. 若客车速度为 75 km/h, 出租车速度可达 100 km/h, 价格为 1.2 元/km, 那么该乘客想追上他的行李, 要付的出租车费至少有().

(A) 50 元 (B) 60 元 (C) 75 元 (D) 90 元

6. 满足 $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^n + i^n = 0$ 的最小自然数 $n =$ ().

(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12

7. 设 $f(x) = x^3 + ax + c$ 是 $[-2, 2]$ 上的增函数, 且 $f(-1) \cdot f(1) < 0$, 则方程 $f(x) = 0$ 在 $[-2, 2]$ 内().

(A) 有惟一的实根 (B) 有两个实根
(C) 有 3 个实根 (D) 没有实根

8. 已知 $x \in \left(\frac{1}{3}, 3\right)$ 时, $|\log_a x| < 1$ 恒成立, 则实数 a 取值范围为().

(A) $[3, +\infty)$ (B) $\left(0, \frac{1}{3}\right] \cup [3, +\infty)$

(C) $\left(0, \frac{1}{3}\right]$ (D) $(1, 3) \cup \left(\frac{1}{3}, 1\right)$

9. 在 2 和 9 之间插入两个正数, 使前 3 个数成等差数列, 后三个数成等比数列, 则此两数之和是().

(A) 10 (B) $\frac{45}{4}$ (C) $\frac{21}{2}$ (D) $\frac{27}{2}$

10. 有 1 元、2 元、5 元、10 元、20 元、50 元和 100 元的纸币各一张, 从其中抽取



至少 1 张,可以组成不同的币值共有().

- (A)128 种 (B)127 种 (C)256 种 (D)255 种

11. 某小组 6 名员工借助互联网开展工作,每个员工上网是相互独立的,上网的概率都是 0.5,那么至少 3 人同时上网的概率 P 满足().

- (A) $0.4 \leq P < 0.5$ (B) $0.5 \leq P < 0.6$
(C) $0.6 \leq P < 0.7$ (D) $0.7 \leq P < 0.8$

12. 下列 4 个式子:

① $\sin \frac{1}{2} < \sin \frac{\pi}{6}$; ② $\tan 1 = \frac{\pi}{4}$;

③ $\cos 50^\circ < 1 - 2\sin(157.5^\circ)^2$; ④ $\cos 510^\circ = -\sin 300^\circ$,

其中正确的是().

- (A)①,③ (B)②,④ (C)②,③ (D)①,④

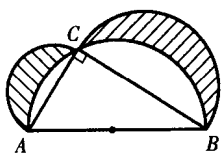
13. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上存在一点 P , 使 $\angle OPA = \pi/2$ (O 为坐标原点,

A 为右顶点), 则椭圆离心率的取值范围是().

- (A) $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ (B) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$ (C) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ (D) $(0, 1)$

14. 直线 $3x - y + 4 = 0$ 与 $6x - 2y - 1 = 0$ 都是一个圆的切线, 这个圆的面积为().

- (A) $\frac{81}{160}\pi$ (B) $\frac{64}{160}\pi$ (C) $\frac{81}{40}\pi$ (D) $\frac{64}{40}\pi$



题 15 图

15. 如图, C 是以 AB 为直径的半圆上的点, 再分别以 AC 和 BC 为直径作半圆, 若 $AB = 5$, $AC = 3$, 则图中阴影部分的面积为().

- (A) 3π (B) 6π
(C) 4 (D) 6

16. 若 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2} = 2$, 则必有().

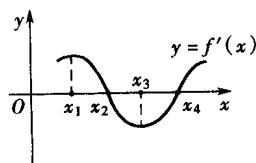
- (A) $a = 2, b \neq 5$ (B) $a = 2, b = 5$
(C) $a = 0, b = -8$ (D) $a = 2, b = -8$

17. 设 $y = (2 + \sin x)^x$, 则 $dy =$ ().

- (A) $x(2 + \sin x)^{x-1} \cdot \cos x$
(B) $(2 + \sin x)^x \cdot \left(\ln(2 + \sin x) + \frac{x \cos x}{2 + \sin x} \right) dx$
(C) $x(2 + \sin x)^{x-1} \cdot \cos x dx$
(D) $(2 + \sin x)^x \cdot \left(\ln(2 + \sin x) + \frac{\cos x}{2 + \sin x} \right) dx$

18. 设 $f(x)$ 有连续导数, 图中画出了 $y = f'(x)$ 的图形, 则下列结论正确的是().

- (A) $f(x)$ 于点 x_1 处取极大值, 在点 x_3 取极小值
(B) $f(x)$ 于点 x_3 处取极大值, 在点 x_1 取极小值



题 18 图

(C) $f(x)$ 于点 x_2 处取极大值, 在点 x_4 取极小值

(D) $f(x)$ 于点 x_4 处取极大值, 在点 x_2 取极小值

19. $b > a > 0$, 则 $\int_{-b}^b \left[\ln(x + \sqrt{1+x^2}) + \frac{1}{a+|x-a|} \right] dx = (\quad)$.

(A) $\ln \frac{b}{a}$

(B) $\ln \frac{a}{b}$

(C) $\ln \frac{2a+b}{a} + \ln \frac{b}{a}$

(D) $\ln \frac{2a+b}{a} - \ln \frac{b}{a}$

20. 曲线 $y = \sqrt{x}$ 与其在点 $(1, 1)$ 处的切线和 x 轴所围平面图形的面积为 ().

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{6}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) 1

21. $f(x) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & x+1 \\ 1 & x-1 & 1 \\ x+1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ 中, x^2 的系数为 ().

(A) 1

(B) -1

(C) 0

(D) 2

22. 设向量组 $\alpha_1 = (1, 2, -1)^T$, $\alpha_2 = (2, 5, 3)^T$, $\alpha_3 = (1, 3, 4)^T$, 下列向量中不能被 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示的是 ().

(A) $(1, 2, 3)^T$

(B) $(1, 3, 4)^T$

(C) $(0, 0, 0)^T$

(D) 以上结论(A)、(B)、(C)均不正确

23. 设 $A = (a_{ij})_{m \times n}$, $B = (b_{ij})_{n \times m}$, 如果满足 $BA = I_n$, 则必有 ().

(A) $m > n$

(B) $m < n$

(C) $m \geq n$

(D) $m \leq n$

24. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为齐次线性方程组 $AX = 0$ 的一个基础解系, 又 $\beta_1 = t_1 \alpha_1 + t_2 \alpha_2$, $\beta_2 = t_1 \alpha_2 + t_2 \alpha_3$, $\beta_3 = t_1 \alpha_3 + t_2 \alpha_1$, 则不同时为零的常数 t_1, t_2 满足 () 时, $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 也是 $AX = 0$ 的一个基础解系.

(A) $t_1 \neq t_2$

(B) $t_1 = t_2$

(C) $t_1 \neq -t_2$

(D) 无论 t_1, t_2 为何数, $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 均不是 $AX = 0$ 的基础解系

25. 设 $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ t & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $t = (\quad)$ 时, A 能相似对角化.

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) t 为任何数, A 均不能相似对角化

模拟试题(二)

1. $1, 3, 5, \dots, 99, 101$ 的平均值等于().

- (A) 49 (B) 50 (C) 51 (D) 52

2. 队列长度为 800 m 队伍的行军速度为 100 m/min, 在队尾的某人以 3 倍行军的速度赶到排头, 并立即返回队尾所用的时间是().

- (A) 2 min (B) $2\frac{2}{3}$ min (C) 4 min (D) 6 min

3. 设 Ω 是边长为 a 的正方形, Ω_1 是以 Ω 四边的中心为顶点的正方形, Ω_2 是以 Ω_1 四边的中心为顶点的正方形, 则 Ω_2 的面积与周长分别为().

- (A) $\frac{1}{4}a^2, a$ (B) $\frac{1}{4}a^2, 2a$ (C) $\frac{1}{2}a^2, \sqrt{2}a$ (D) $\frac{1}{2}a^2, 2\sqrt{2}a$

4. 组织一次有 200 人参加的象棋比赛, 若比赛采取淘汰制且只取第一名, 则需要进行比赛的场次为().

- (A) 198 场 (B) 199 场 (C) 200 场 (D) 201 场

5. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则下列命题中正确的是().

- (A) 若 a, b 为无理数, 则 $a+b$ 也为无理数
(B) 若 a, b 为无理数, 则 ab 也为无理数
(C) 若 a 为有理数, b 为无理数, 则 $a+b$ 为无理数
(D) 若 a 为有理数, b 为无理数, 则 ab 为无理数

6. 若 $z \in \mathbf{C}$, 且 $|z+2-2i|=1$, 则 $|z-2-2i|$ 的最小值是().

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

7. 若不等式 $|ax+2| < 6$ 的解集为区间 $(-1, 2)$, 则 a 等于().

- (A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 2

8. 若 $f(x) = \frac{x+1}{x}$, 且 $f(g(x)) = x$, 则 $g(x) = ()$.

- (A) $\frac{x}{x-1}$ (B) $\frac{x}{x+1}$ (C) $\frac{1}{x-1}$ (D) $\frac{1}{1-x}$

9. 若 $\sum_{k=5}^{n+5} 4(k-3) = pn^2 + qn + r$, 则 $p+q = ()$.

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 20

10. 某地现有人口为 100 000, 预计下一年将增加人口 1 000, 若该地人口后一年的增加数量是其前一年增加数的 95%, 则该地从现在起 25 年后的增加人口是().

- (A) $1\,000 \times \frac{1-0.95^{25}}{1-0.95}$ (B) $1\,000 \times \frac{1-0.95^{24}}{1-0.95}$
(C) $100\,000 \times \frac{1-0.95^{25}}{1-0.95}$ (D) $100\,000 \times \frac{1-0.95^{24}}{1-0.95}$

11. 设曲线 C_1 的方程为 $x=t+1, y=2t^2$, 设曲线 C_2 的方程是 $x=2t+1, y=$

$t^2 + 7$, 则 C_1 与 C_2 的交点是().

- (A)(3,8) (B)(1,0)
(C)(3,8), (-1,8) (D)(1,0), (1,7)

12. 极坐标系中, 点 $\left(2, \frac{\pi}{2}\right)$ 关于直线 $\rho \cos \theta = 1$ 对称点的坐标为().

- (A) $\left(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right)$ (B) $\left(2, \frac{\pi}{4}\right)$ (C)(0,0) (D)(2,0)

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 2 : 4$, 则 $\cos C$ 的值为().

- (A) $-\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

14. 已知 F_1, F_2 为椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < 2)$ 的两个焦点, 点 B 是短轴的一个端点, 则 $\triangle F_1BF_2$ 的面积最大值为().

- (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

15. 直线 $y = cx$ 的极坐标方程为().

- (A) $\theta = c$ (B) $\cos \theta = c$ (C) $\sin \theta = c$ (D) $\tan \theta = c$

16. 设曲线 C 的方程为 $x = \sin t + t, y = \cos t - t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, 则 C 在点(0, 1)处的切线方程是().

- (A) $y = 1 + 2x$ (B) $y = 1 - 2x$ (C) $y = 1 + \frac{1}{2}x$ (D) $y = 1 - \frac{1}{2}x$

17. 设 $f(x) = x^2, h(x) = f(1 + g(x)), g'(1) = h'(1) = 1$, 则 $g(1)$ 的值为().

- (A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

18. 某种病毒在人群中的传播方式可用如下模型表示:

$$g(t) = \frac{A}{1 + Be^{-t}}.$$

其中 A 为人口总数, $g(t)$ 为 t 时刻已经感染该病毒的人数, B 为常数, 当该病毒传播最快时, 被感染人数与总人数的比是().

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

19. 若 $\int f'(x^3) dx = x^3 + C$, 则 $f(x)$ 等于().

- (A) $x^3 + C$ (B) $x + C$ (C) $\frac{1}{5}x^{\frac{5}{3}} + C$ (D) $\frac{9}{5}x^{\frac{5}{3}} + C$

20. 已知 $f(0) = 1, f(2) = 3, f'(2) = 5$, 则 $\int_0^2 x f''(x) dx =$ ().

- (A) 12 (B) 8 (C) 7 (D) 6

21. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}$, I_3 为三阶单位阵, 则方程 $|xI_3 - A| = 0$ 的根为().



(A) 2, 2, 0 (B) -2, -2, 4 (C) -2, -2, 0 (D) 2, 2, -4

22. 向量组 $\alpha_1 = (1, 2, -1)^T$, $\alpha_2 = (2, 0, t)^T$, $\alpha_3 = (0, -4, 5)^T$, 且 $r(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = 2$, 则 t 为().

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 以上结果均不正确

23. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, 且 $A^2 - AB = I$, 则 $B = ()$.

(A) $\begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$

(D) 以上结果均不正确

24. 设 A 为 5×4 矩阵, b 为 4 维列向量, $r(A) = 3$, X_1, X_2, X_3 为方程组 $AX = b$ 的三个解向量, 且满足 $X_1 + X_2 = (1, 2, -1, 0)^T$, $X_1 + X_3 = (0, 1, 2, -3)^T$, 则方程组 $AX = b$ 的通解为(). (其中 k_1, k_2 为任意常数)

(A) $k_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$

(B) $k_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

(C) $k_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + k_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$

(D) 以上结果均不正确

25. 设 $X = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 与 X 不相似的矩阵是().

(A) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

(B) $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

(C) $C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $D = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

模拟试题(三)

1. 位于 A 、 B 两点的甲、乙两人同时相对而行, 已知 A 、 B 两地之间的距离为 100 m , 甲的速度为 3 m/s , 乙的速度为 2 m/s , 在甲从 A 向 B 走的同时, 甲手中有一只鸽子以 10 m/s 的速度飞向乙, 当鸽子与乙相遇, 马上调头以同样的速度再飞向甲, 如此这样, 直至甲、乙相遇, 则这时鸽子总共飞的路程是().

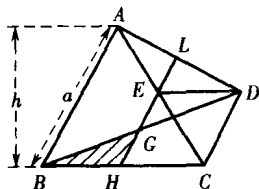
- (A) 100 m (B) 200 m (C) 300 m (D) 无法确定

2. 某车间生产一批玩具, 原计划每天生产 $3\ 000$ 件, 10 天可以完成任务, 实际提前 4 天完成了任务, 则每天平均增产了().

- (A) $1\ 000$ 件 (B) $2\ 000$ 件 (C) $3\ 000$ 件 (D) $4\ 000$ 件

3. 如图, $\triangle ABC$ 为正三角形, H , E 为 BC , AC 的中点, 且 $CD \parallel HE$, $ED \parallel HC$, 则阴影部分 $\triangle BHG$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比是().

- (A) $2:9$ (B) $5:8$
(C) $1:8$ (D) $3:8$



题 3 图

4. 一根铁丝, 先截下它的 $\frac{1}{3}$, 又截下剩余长的 $\frac{1}{4}$,

结果两根相差 0.5 m , 则这根铁丝原来的长度是()m.

- (A) 3 (B) 2 (C) 6 (D) 4

5. 把一个正方体切割成两个长方体, 则这两个长方体的表面积之和与原来正方体表面积之比是().

- (A) $4:3$ (B) $7:6$ (C) $1:1$ (D) $3:2$

6. $i^{2n-3} + i^{2n-1} + i^{2n+1} + i^{2n+3}$ 的值为().

- (A) -2 (B) 0 (C) 2 (D) 4

7. 已知 $f(x) = 4^x - 2^{x+1}$, 则 $f^{-1}(0) = ()$.

- (A) 0 (B) 2 (C) 1 (D) 3

8. 若 $a < b < 0$, 则下列说法正确的是().

(A) 不等式 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 和 $\frac{1}{|a|} > \frac{1}{|b|}$ 均不能成立

(B) 不等式 $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$ 和 $\frac{1}{|a|} > \frac{1}{|b|}$ 均不能成立

(C) 不等式 $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$ 和 $\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 > \left(b + \frac{1}{a}\right)^2$ 均不能成立

(D) 不等式 $\frac{1}{|a|} > \frac{1}{|b|}$ 和 $\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 > \left(b + \frac{1}{a}\right)^2$ 均不能成立

9. 等差数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别记为 S_n 和 T_n , 若 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n}{3n+1}$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$

$= ()$.

- (A) 1 (B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{4}{9}$



10. 6 名同学排成一排, 其中甲、乙两人必须排在一起的不同排法有()种.

- (A) 720 (B) 360 (C) 240 (D) 120

11. 正方体的全面积为 a^2 , 它的顶点都在球面上, 这个球的表面积是().

- (A) $\frac{\pi a^2}{3}$ (B) $\frac{\pi a^2}{2}$ (C) $2\pi a^2$ (D) $3\pi a^2$

12. 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F_1 , 右准线为 l_1 , 若过 F_1 且垂直于 x 轴的弦长等于点 F_1 到 l_1 的距离, 则椭圆的离心率为().

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

13. 函数 $f(x) = M \cdot \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0)$ 在区间 $[a, b]$ 上是增函数, 且 $f(a) = -M$, $f(b) = M$, 则函数 $g(x) = M \cdot \cos(\omega x + \varphi)$ 在 $[a, b]$ 上是().

- (A) 增函数 (B) 减函数
(C) 可以取得最大值 M (D) 可以取得最小值 $-M$

14. 若 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 则 $\arcsin\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right] + \arccos[\sin(\pi + \alpha)]$ 等于().

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $-\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{2} - 2\alpha$ (D) $-\frac{\pi}{2} - 2\alpha$

15. 一动圆与两圆 $x^2 + y^2 = 1$ 和 $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$ 都外切, 则动圆圆心的轨迹是().

- (A) 抛物线 (B) 圆 (C) 双曲线一支 (D) 椭圆

16. 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x + 1} - \alpha x - \beta \right) = 0$, 则必有().

- (A) $\alpha = 1, \beta = -2$ (B) $\alpha = 1, \beta = -1$ (C) $\alpha = 0, \beta = -2$ (D) $\alpha = -1, \beta = -1$

17. 设 $y = x - \frac{1}{2} \sin x$, 则 $\frac{dx}{dy} = ()$.

- (A) $1 - \frac{1}{2} \cos y$ (B) $1 - \frac{1}{2} \cos x$ (C) $\frac{2}{2 - \cos y}$ (D) $\frac{2}{2 - \cos x}$

18. 不定积分 $\int x f''(x) dx = ()$.

- (A) $x f'(x) - \int f(x) dx$ (B) $x f'(x) - f'(x) + C$
(C) $x f'(x) - f(x) + C$ (D) $f(x) - x f'(x) + C$

19. 设 $F(x) = \int_0^x (x^2 - t^2) f''(t) dt$, 又 $x \rightarrow 0$ 时, $F'(x)$ 与 x^2 是等价无穷小, 则 $f''(0) = ()$.

- (A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) 不存在

20. 已知抛物线 $y = -x^2 + 4x - 3$, 则该抛物线与其在点 $(0, -3)$ 和 $(3, 0)$ 处的切线所围图形的面积为().

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{9}{4}$ (D) 2

21. 当 k 满足()时, 三元齐次方程组

$$\begin{cases} kx_1 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + kx_2 + x_3 = 0 \\ kx_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

仅有零解.

- (A) $k \neq 2$ (B) $k = 2$ (C) $k \neq -2$ (D) $k = -2$

22. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵 ($m < n$), S 是 n 阶可逆矩阵, 且 $r(A) = r$, $r(AS) = r_1$, 则().

- (A) $n > r_1 > r$ (B) $r_1 > r > n$ (C) $r_1 = r$ (D) $r_1 = n$

23. 已知向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关, 则向量组().

- (A) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 + \alpha_1$ 线性无关
(B) $\alpha_1 + \alpha_2, -\alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$ 线性无关
(C) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$ 线性无关
(D) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$ 线性无关

24. 3 个方程, 4 个未知量的非齐次线性方程组 $AX = B$, 若() 成立, 则该方程组一定有解.

- (A) $r(A) = 1$ (B) $r(A) = 2$ (C) $r(A) = 3$ (D) $r(\bar{A}) = 3$

25. 设 n 阶方阵 A 与 B 有相同的特征值, 则下列结论正确的是().

- (A) $A \sim B$ (B) 存在对角形矩阵 Λ , 使得 $A \sim \Lambda \sim B$
(C) 存在正交矩阵 P , 使 $P^T - AP = B$ (D) $|A| = |B|$



模拟试题(四)

1. 甲、乙两人行走同样的距离, 它们的速度比为 $2:3$, 则他们走完这段距离所用的时间比为().

- (A) $2:3$ (B) $3:2$ (C) $1:2$ (D) $2:1$

2. 有两个圆柱体, 它们的截面直径比为 $1:2$, 高之比为 $3:4$, 则它们的体积比为().

- (A) $3:16$ (B) $3:8$ (C) $1:12$ (D) $3:20$

3. 给定两块表面积皆为 k 的铁皮, 用这两块铁皮分别打成一个空心封闭正方体和一个空心球, 则这时正方体所辖容积与球体所辖容积之比为().

- (A) $1:1$ (B) $2:\sqrt{6}$ (C) $\sqrt{\pi}:\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{\pi}:\sqrt{6}$

4. 如果实数 a, b 满足 $a+b>0, ab<0$, 那么下列不等式中正确的是().

- (A) $|a|>|b|$ (B) $|a|<|b|$
(C) 当 $a>0, b<0$ 时, $|a|>|b|$ (D) 当 $a<0, b>0$ 时, $|a|>|b|$

5. 河面上立着两根竹竿, 露出水面部分的长度之比为 $10:1$, 当水面下降 100 cm 后, 露出水面部分的长度之比为 $5:2$, 则较短的一根竹竿原来露出水面的长度为() cm .

- (A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 40

6. 设 $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, 则满足等式 $z^n = z$, 且大于 1 的正整数 n 中最小的是().

- (A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 7

7. 设 $F(x) = \left(1 + \frac{2}{2^x - 1}\right)f(x)$, ($x \neq 0$) 是偶函数, 且 $f(x)$ 不恒为零, 则 $f(x)$ 为().

- (A) 奇函数 (B) 偶函数
(C) 可能是奇函数也可能是偶函数 (D) 不是奇函数也不是偶函数

8. 设对所有实数 x , 不等式: $x^2 \log_2 \frac{4(a+1)}{a} + 2x \cdot \log_2 \frac{2a}{1+a} + \log_2 \frac{(a+1)^2}{4a^2} > 0$ 恒成立, 则 a 的取值范围是().

- (A) $a>1$ (B) $0<a<1$ (C) $2<a<4$ (D) $1<a<2$

9. 在各项为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_5 a_6 = 9$, 则 $\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \cdots + \log_3 a_{10} =$ ().

- (A) 12 (B) 10 (C) 8 (D) $2 + \log_3 5$

10. 3 名医生和 6 名护士被分配到 3 所学校为学生体检, 每校分配 1 名医生和 2 名护士, 不同分配方法共有() 种.

- (A) 90 (B) 180 (C) 270 (D) 540

11. 已知过球面上 A, B, C 三点的截面和球心的距离等于球半径的一半, 且