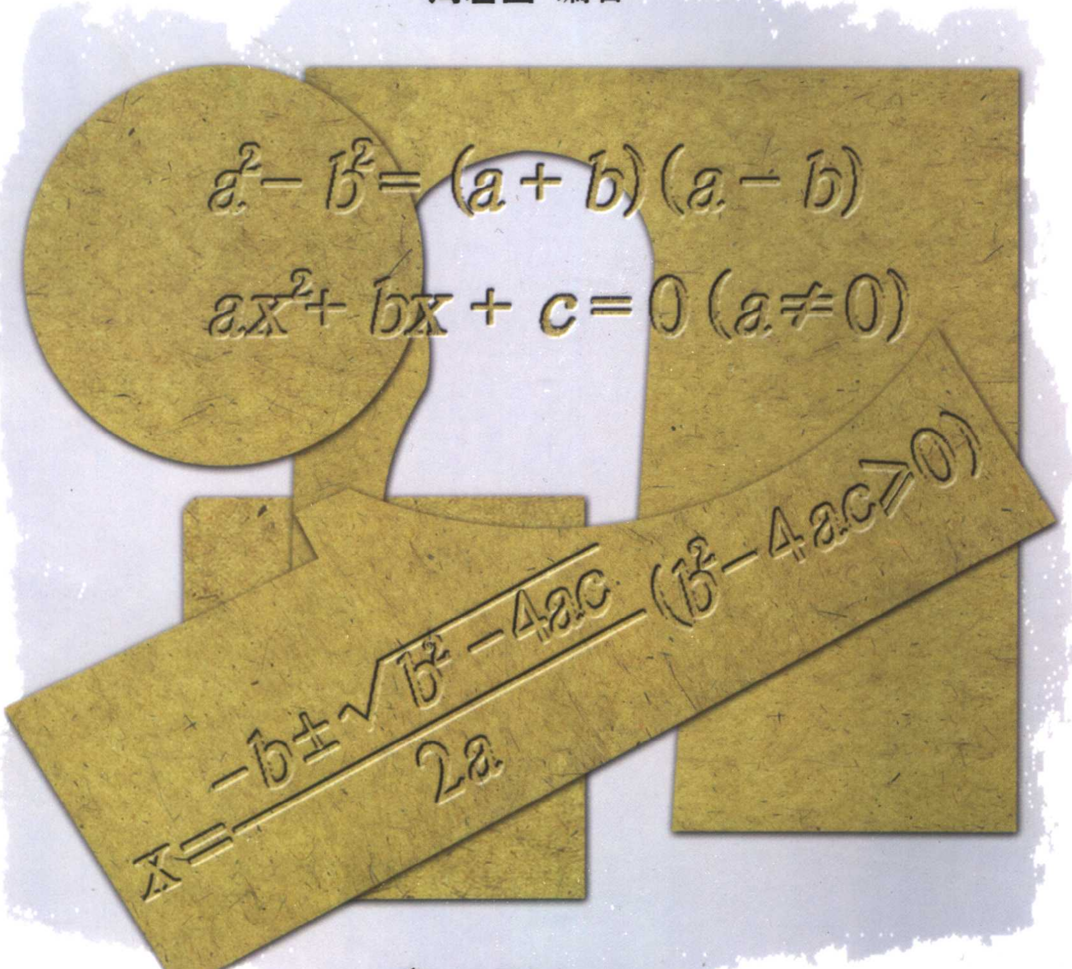
最新
中考数学压轴题详解

ZuiXinZhongKaoShuXueYaZhouTiXiangJie

周岩国 编著



上海远东出版社

最新中考数学压轴题详解

周岩国　编著

上海远东出版社

图书在版编目(CIP)数据

最新中考数学压轴题详解 / 周岩国编著. —上海：上海远东出版社，2005
ISBN 7—80661—740—X

Ⅰ.最...　Ⅱ.周...　Ⅲ.数学课—初中—解题—升学参考资料　Ⅳ.G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 125627 号

最新中考数学压轴题详解

编　　著/周岩国
策　　划/龙文出版

责任编辑/丁是玲
封面设计/张志全
责任制作/龙　吟
责任校对/周国信

出　　版/世纪出版集团
上海远东出版社
(200336)　中国上海市仙霞路 357 号
http://www.ydbook.com
发　　行/新华书店上海发行所
上海远东出版社
制　　版/上海申亚出版发展公司
印　　刷/上海外语教育出版社印刷厂
装　　订/上海外语教育出版社印刷厂

版　　次/2005 年 1 月第 1 版
印　　次/2005 年 1 月第 1 次印刷
开　　本/787×960　1/16
字　　数/326 千字
印　　张/17
印　　数/1—6000

ISBN7—80661—740—X
G·446　定价:25.00 元

前　　言

所谓“压轴题”是一种通俗的说法，实际上就是中考试卷的最后一道题。

《最新中考数学压轴题详解》汇集了近两年来全国各地区中考数学试题及上海市各区的 2004 年中考数学模拟试题的最后一道题，共精选了 160 道题。这些试题题型新颖、综合性强、知识点覆盖面广、重点突出、有一定的难度，并具有典型性。同学们认真地读一读，做一做，可以领略近两年全国各地区、上海各区的中考数学压轴题的难易程度和中考数学热门题型，同时可以达到强化考点的目的；有解疑解难之功效。通过练习还可更进一步了解中考命题的走势，对于明年参加中考能做到胸有成竹。

本书分两部分，前半部分(第 1 题～第 80 题)以初三上学期以前的教学内容为主，后半部分(第 81 题～第 160 题)按整个初中阶段内容编排，同时突出了三个板块：“开放性题型”、“探索性题型”、“存在性题型”，而且每道题前给出了【解题思路】，题后有【点评】。解题过程步骤详细，是中考最后冲刺中的一本参考读物。

我相信，只要同学们拿起笔来做一做，一定能学会用新角度、新观点、多层次的方法思考问题，从而能够掌握知识、运用知识，提高解题能力。

由于编写时间仓促，加之作者水平有限，书中错漏之处在所难免。衷心希望广大中学生朋友们在使用此书时提出宝贵意见，亦请全国同仁们不吝赐教，使其不断臻于完善。

编　者

2004 年 11 月

目　录

·上　编·

录　目

・下　编・

·上　　编·

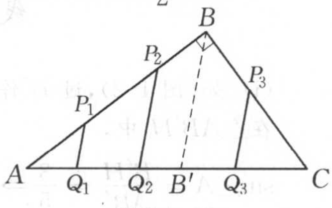
题　目　1

如(图 1-1),$\triangle ABC$ 中,$AB=4$,$AC=5$,$BC=3$,动点 P、Q 同时由 A 点出发,P 沿 $A\to B$ 最后到达 C,Q 由 $A\to C$,P 点移动速度为$\frac{7}{10}$单位/秒,Q 点移动速度为$\frac{1}{2}$单位/秒.

(1) 证明:无论何时,动点 P、Q 的连线始终平行,即 $P_1Q_1 // P_2Q_2 // P_3Q_3$;

(2) 设时间为 t,PQ 的长度为 l,求 l 与 t 之间的函数关系式;

(3) 问出发后多少秒,$S_{\triangle APQ}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$.



(图 1-1)

(1) **解题思路** 先求出点 P 移到 B 处所需的时间,从而得出点 Q 到 B' 的距离,然后利用比例的性质,可证得平行.注:要分点 P 在 AB 上和在 BC 上运动两种情况进行论证.

【解】 当 P 移到 B 的时间为:$\dfrac{4}{\frac{7}{10}}=\dfrac{40}{7}$(秒).

当 P 移到 B 点时,Q 移到 B':$\frac{1}{2}\times\frac{40}{7}=\frac{20}{7}$(单位).

(i) 第一种情况,P 在 AB 上.

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\because AB'=\frac{20}{7},\\ AB=4.\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{AB}{AB'}=\frac{4}{\frac{20}{7}}=\frac{7}{5},\\ \left.\begin{array}{l}\text{设:}AP_1=\frac{7}{10}t,\\ AQ_1=\frac{1}{2}t.\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{AP_1}{AQ_1}=\frac{\frac{7}{10}t}{\frac{1}{2}t}=\frac{7}{5}.\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{AB}{AB'}=\frac{AP_1}{AQ_1}\Rightarrow P_1Q_1 // BB',\\ \text{同理可证:}P_2Q_2 // BB'.\end{array}\right\}\Rightarrow P_1Q_1 // P_2Q_2 // P_3Q_3.$$

(ii) 第二种情况,当 P 移动到 BC 边上.

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\because CP_3=AB+BC-(AB+BP_3)=7-\frac{7}{10}t,\\ CQ_3=AC-AQ_3=5-\frac{1}{2}t.\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{CP_3}{CQ_3}=\frac{7-\frac{7}{10}t}{5-\frac{1}{2}t}=\frac{7}{5},\\ \left.\begin{array}{l}\text{又}\because CB=3,\\ CB'=5-\frac{20}{7}=\frac{15}{7}.\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{CB}{CB'}=\frac{3}{\frac{15}{7}}=\frac{7}{5}.\end{array}\right\}$$

$\Rightarrow \dfrac{CP_3}{CQ_3}=\dfrac{CB}{CB'}\Rightarrow P_3Q_3 \parallel BB'$.

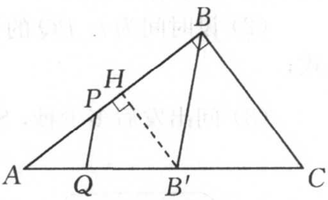
即：$P_1Q_1 \parallel P_2Q_2 \parallel P_3Q_3$.

(2) **解题思路** 构造成直角三角形．利用锐角三角函数及勾股定理及平行线分线段成比例的性质．列出关于 l、t 的比例式．

(i) 如(图 1-2)，过 B' 作 $B'H \perp AB$ 于 H.

在 $\triangle AB'H$ 中，

$$\left.\begin{aligned}&\sin\angle A=\frac{B'H}{AB'}=\frac{3}{5}\Rightarrow B'H=\frac{3}{5}AB',\\ &AB'=\frac{20}{7}.\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$



(图 1-2)

$B'H=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{20}{7}=\dfrac{12}{7}$.

$\cos\angle A=\dfrac{AH}{AB'}=\dfrac{4}{5}\Rightarrow AH=\dfrac{4}{5}AB'\Rightarrow AH=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{20}{7}=\dfrac{16}{7}$.

$\because BH=AB-AH=4-\dfrac{16}{7}=\dfrac{12}{7}$,

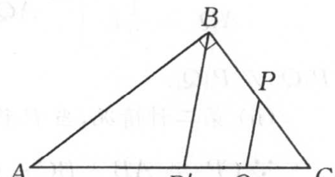
在 $Rt\triangle BB'H$ 中，$BB'=\sqrt{BH^2+B'H^2}=\sqrt{\left(\dfrac{12}{7}\right)^2+\left(\dfrac{12}{7}\right)^2}=\dfrac{12\sqrt{2}}{7}$.

$$\left.\begin{aligned}&\text{又}\because PQ\parallel BB'\Rightarrow\frac{PQ}{BB'}=\frac{AP}{AB},\\ &BB'=\frac{12\sqrt{2}}{7},\ AB=4,\ AP=\frac{7}{10}t.\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{l}{\frac{12\sqrt{2}}{7}}=\frac{\frac{7}{10}t}{4}.$$

$l=\dfrac{3\sqrt{2}}{10}t.\ \left(0<t\leqslant\dfrac{40}{7}\right)$

(ii) 第二种情况如(图 1-3)，当 $t>\dfrac{40}{7}$ 时，P 点在 BC，Q 在 AC 上.

$$PQ\parallel BB'\Rightarrow\frac{PQ}{BB'}=\frac{CP}{CB}\Rightarrow\frac{l}{\frac{12\sqrt{2}}{7}}=\frac{7-\frac{7}{10}t}{3}\Rightarrow$$



(图 1-3)

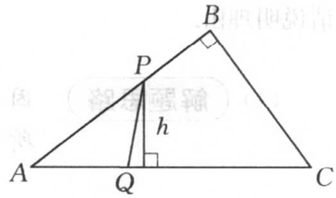
$l=4\sqrt{2}-\dfrac{2\sqrt{2}}{5}t.\ \left(\dfrac{40}{7}<t\leqslant 10\right)$

(3) **解题思路** 按 t 的取值范围分两种情况求解.

(i) 当 $0<t\leqslant\dfrac{40}{7}$ 时.

$S_{\triangle APQ}=\frac{1}{2}AQ\cdot h=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$.

$$\left.\begin{aligned}\because \sin\angle A=\frac{h}{PA}\Rightarrow h=PA\cdot\sin\angle A,\\ PA=\frac{7}{10}t.\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$



(图 1-4)

$h=\frac{7}{10}t\times\frac{3}{5}=\frac{21}{50}t$.

$\therefore \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}t\times\frac{21}{50}t=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times3\times4$. $\therefore t^2=\frac{400}{21}\Rightarrow t=\frac{20\sqrt{21}}{21}$.

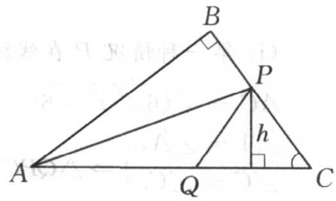
$\therefore$ 当 $t=\frac{20\sqrt{21}}{21}$ (秒)时，$S_{\triangle APQ}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$.

(ii) 当 $\frac{40}{7}<t\leqslant10$ 时.

$\frac{h}{PC}=\sin\angle C=\frac{4}{5}\Rightarrow\frac{h}{7-\frac{7}{10}t}=\frac{4}{5}\Rightarrow h=\frac{4\left(7-\frac{7}{10}t\right)}{5}$.

$\because S_{\triangle APQ}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$,

$\therefore \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}t\times\frac{4-\frac{7}{10}t}{5}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times3\times4$.



(图 1-5)

整理得：$7t^2-70t+100=0$.

解得：$t=\frac{35\pm5\sqrt{21}}{7}$.

当 t 为负值时，等式无意义，故舍去.

$\therefore$ 当 $t=\frac{35+5\sqrt{21}}{7}$(秒) 时，$S_{\triangle APQ}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$.

点评 此题有一定难度，难点是点 P、点 Q 均是动点，所以要讨论点 P 在不同的线段上，可引出不同答案.

题 目 2

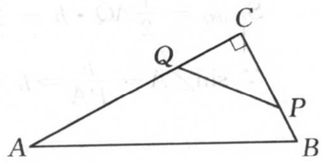
如(图 2-1)，Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=6\sqrt{5}$ 厘米，$BC=6$ 厘米，动点 P 从点 B 出发沿线段 BC 以 1 厘米/秒的速度运动，动点 Q 从 C 点出发沿线段 CA 以2 厘米/秒的速度运动.

(1) 运动开始后几秒，$S_{\triangle PCQ}=8$ 厘米^2；

(2) P、Q 在运动过程中，能否使$\triangle QPC$ 与$\triangle ABC$ 相似，若能请指出此时离运动开始几秒钟，若不能请说明理由；

(3) P、Q 在运动过程中，能否使$\triangle BPQ$ 为等腰三角形，若能请指出 PQ 的长度，若不能

请说明理由.



(图 2-1)

(1) **解题思路** 因为动点 P 在线段 BC 上移动，所以可构成两种不同的三角形.

【解】(i) 第一种情况点 P 在 BC 上.

$\because PC=6-t,\ CQ=2t,$

$\therefore S_{\triangle PCQ}=\dfrac{1}{2}\times 2t\times(6-t)=8.$

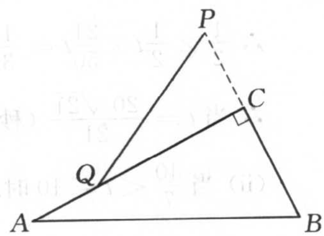
解得，$t_1=2,\ t_2=4.$

(ii) 第二种情况点 P 在 BC 的延长线上.

$\because PC=t-6,\ QC=2t,$

$\therefore S_{\triangle PQC}=\dfrac{1}{2}(t-6)\times 2t=8.$

解得：$t=3+\sqrt{17}.$



(图 2-2)

(2) **解题思路** 分类讨论点 P 在不同位置时是否可构成两个三角形相似.

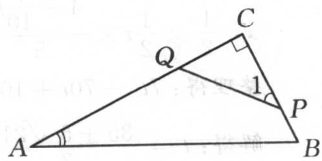
(i) 第一种情况 P 在线段 BC 上.

$AC=\sqrt{(6\sqrt{5})^2-6^2}=12.$

$\left.\begin{array}{l}\angle 1=\angle A,\\ \angle C=\angle C.\end{array}\right\}\Rightarrow\triangle QPC\backsim\triangle ABC\Rightarrow\dfrac{QC}{BC}=\dfrac{PC}{AC}\Rightarrow$

$\dfrac{2t}{6}=\dfrac{6-t}{12}\Rightarrow t=\dfrac{6}{5}.$

$PQ\parallel AB\Rightarrow\dfrac{2t}{12}=\dfrac{6-t}{6}\Rightarrow t=3.$

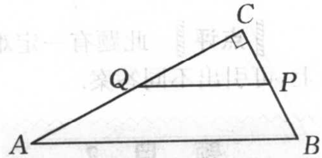


(图 2-3)

(ii) 第二种情况 P 在 BC 延长线上.

若 $\triangle QPC\backsim\triangle ABC\Rightarrow\dfrac{t-6}{6}=\dfrac{2t}{12}\Rightarrow t=t-6$（无解）.

若 $\triangle QPC\backsim\triangle ABC\Rightarrow\dfrac{t-6}{12}=\dfrac{2t}{6}\Rightarrow 4t=t-6\Rightarrow 3t=-6$（无解）.



(图 2-4)

$\therefore$ 当 $t=\dfrac{6}{5}$ 或 $t=3$ 时 $\triangle QPC$ 与 $\triangle ABC$ 相似(即点P 在 BC 上成立. 在 BC 的延长线不能构成相似).

(3) **解题思路** 根据已知条件分类讨论能否构成等腰三角形.

$BP^2 = t^2$，

$QB^2 = 6^2 + (2t)^2$，

$PQ^2 = (2t)^2 + (6-t)^2$．

(i) 若 $BP = PQ \Rightarrow t^2 = (2t)^2 + (6-t)^2$，

∴ $t^2 = 4t^2 + 36 - 12t + t^2$．

整理得 $4t^2 - 12t + 36 = 0$，$\Delta < 0$(无解)．

(ii) $BP = BQ \Rightarrow t^2 = 6^2 + (2t)^2$，

∴ $t^2 = 36 + 4t^2$．

整理得 $3t^2 + 36 = 0$，$\Delta < 0$(无解).

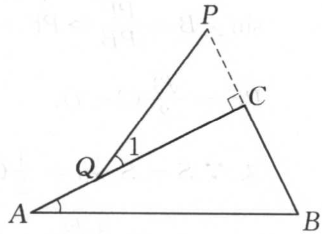
(iii) $BQ = PQ \Rightarrow 6^2 + (2t)^2 = (2t)^2 + (6-t)^2$．

∴ $36 + 4t^2 = 4t^2 + 36 - 12t + t^2$．

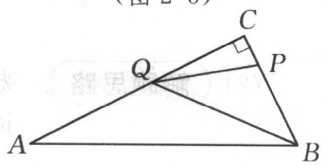
整理得 $t^2 - 12t = 0$， 解得：$t_1 = 0$ 或 $t_2 = 12$.

∵ $PQ^2 = (2 \times 12)^2 + (6-12)^2$， ∴ $PQ = 6\sqrt{17}$.

∴ 当 $PQ = 6\sqrt{17}$ 时，$\triangle BPQ$ 是等腰三角形.



(图 2-5)



(图 2-6)

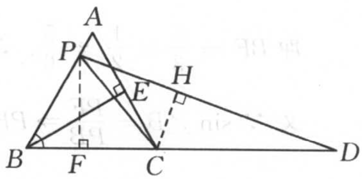
点评 此题主要是注意点 P 在射线 BC 的不同位置上，所以要分多种情况讨论.

题 目 3

如(图 3-1)，在$\triangle ABC$ 中，$AB = BC = 2$，高 $BE = \sqrt{3}$. 在 BC 边的延长线上取一点 D，使 $CD = 3$.

(1) 现有一动点 P 由 A 沿 AB 移动，设 $AP = t$，$S_{\triangle PCD} = S$，求 S 与 t 之间的关系式及自变量的取值范围；

(2) 在(1)的条件下，当 $t = \frac{1}{3}$ 时，过点 C 作 $CH \perp PD$ 于 H，设 $k = 7CH : 9PD$，求证关于 x 的二次函数 $y = -x^2 - (10k - \sqrt{3})x + 2k$ 的图像与 x 轴的两个交点关于原点对称；



(图 3-1)

(3) 在(1)的条件下，是否存在实数 t，使 PD 边上的高 $CH = \frac{1}{2}CD$? 如果存在求出 t 的值，如果不存在请说明理由.

(1) **解题思路** 作出 DC 边上的高，根据已知条件利用锐角三角函数可知$\triangle ABC$ 是等边三角形，然后可求高，再建立三角形的面积等式关系.

【解】 在 Rt$\triangle ABE$ 中，

$$\left.\begin{array}{r}\because \sin\angle A = \dfrac{BE}{AB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle A = 60^\circ, \\ AB = BC = 2.\end{array}\right\} \Rightarrow \triangle ABC \text{ 是等边三角形.}$$

作 $PF \perp BC$ 于点 F，在 $\mathrm{Rt}\triangle PBF$ 中，

$$\sin\angle B=\frac{PF}{PB}\Rightarrow PF=PB\cdot\sin\angle B.$$

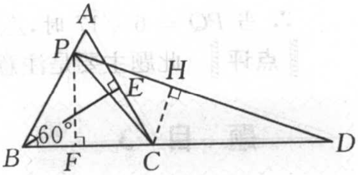
$$PF=\frac{\sqrt{3}}{2}(2-t).$$

又 $\because$ $S=S_{\triangle PCD}=\frac{1}{2}CD\cdot PF=\frac{1}{2}\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}(2-t)$

$$=-\frac{3\sqrt{3}}{4}t+\frac{3\sqrt{3}}{2}.\ (0\leqslant t<2)$$

(2) **解题思路**　先求出 S 的面积，利用锐角三角函数和勾股定理求出 k，证明二次函数的解析式中一次项系数为零。

【证】 将 $t=\frac{1}{3}$ 代入 $S=-\frac{3\sqrt{3}}{4}t+\frac{3\sqrt{3}}{2}\Rightarrow S=\frac{5}{4}\sqrt{3}$.



(图 3-2)

当 $t=\frac{1}{3}$ 时，$PB=2-\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle PBF$ 中，$\cos60^\circ=\frac{BF}{PB}\Rightarrow BF=PB\cdot\cos60^\circ$.

即 $BF=\frac{5}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$. $\therefore$ $DF=5-\frac{5}{6}=\frac{25}{6}$.

又 $\because$ $\sin\angle B=\frac{PF}{PB}\Rightarrow PF=PB\cdot\sin60^\circ=\frac{5}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{6}$.

$\therefore$ $PD=\sqrt{PF^2+FD^2}=\sqrt{\left(\frac{5\sqrt{3}}{6}\right)^2+\left(\frac{25}{6}\right)^2}=\frac{5\sqrt{7}}{3}$.

$\because$ $S_{\triangle PCD}=\frac{1}{2}PD\cdot CH=\frac{5}{4}\sqrt{3}$.

$\therefore$ $CH=\frac{3\sqrt{21}}{14}$.

$$\therefore k=\frac{7CH}{9PD}=\frac{7\times\frac{3\sqrt{21}}{14}}{9\times\frac{5\sqrt{7}}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{10}.$$

将 $k=\frac{\sqrt{3}}{10}$ 代入 $y=-x^2-(10k-\sqrt{3})x+2k$，

整理得：$y=-x^2+\frac{\sqrt{3}}{5}$.

因为一次项系数为零，所以其图像与 x 轴的两个交点是关于原点对称。

(3) **解题思路**　由已知条件可知 $\angle D = 30°$，利用在直角三角形中有一个锐角为30°所对的直角边等于斜边一半的性质.

若 $CH = \frac{1}{2}CD$，则 $\angle D = 30°$.

$\because$ 已知 $\angle B = 60°$，

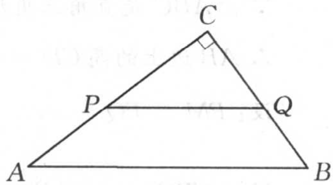
若 $\angle BPD = 90°$，此时 $BP = \frac{1}{2}BD = 2.5$.

而 $AB = 2$ 显然不合题意.

$\therefore$ 符合条件(1)的正实数 t 不存在.

点评　此题是一道综合性较强，应用几何知识来证明二次函数，同时探索 t 值的存在性.

题　目　4



(图 4-1)

如(图 4-1)，已知△ABC 中，$AB = 5$，$BC = 3$，$AC = 4$，$PQ \parallel AB$，P 点在 AC 上(与点 A、C 不重合)，Q 点在 BC 上.

(1) 当△PQC 的面积与四边形 $PABQ$ 的面积相等时，求 CP 的长；

(2) 当△PQC 的周长与四边形 $PABQ$ 的周长相等时，求 CP 的长；

(3) 试问：在 AB 上是否存在点 M，使得△PQM 为等腰直角三角形？若不存在请简要说明理由，若存在请求出 PQ 的长.

(1) **解题思路**　利用相似三角形面积比的性质.

【解】

$$\left.\begin{array}{l} \because S_{\triangle CPQ} = S_{\text{四边形}PABQ} \Rightarrow \dfrac{S_{\triangle CPQ}}{S_{\triangle ABC}} = \dfrac{1}{2}, \\ \text{又} \because \triangle CPQ \backsim \triangle CAB \Rightarrow \dfrac{S_{\triangle CPQ}}{S_{\triangle CAB}} = \left(\dfrac{CP}{AC}\right)^2. \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \left(\dfrac{CP}{AC}\right)^2 = \dfrac{1}{2}, \\ AC = 4. \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{CP^2}{16} = \frac{1}{2}.$$

$\therefore CP = 2\sqrt{2}$.

(2) **解题思路**　利用平行线平分线段成比例.

$\because$ △PQC 的周长与四边形 $PABQ$ 的周长相等，

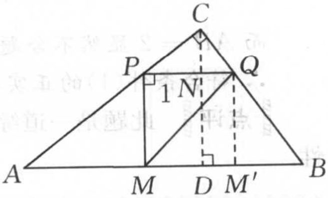
$\therefore CP + CQ = PA + AB + BQ = \frac{1}{2}$(△$ABC$ 的周长).

$\therefore CP + CQ = 6 \Rightarrow CQ = 6 - CP$.

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{r}\because PQ\parallel AB\Rightarrow\dfrac{CP}{CA}=\dfrac{CQ}{BC}\Rightarrow CP=\dfrac{CQ\cdot AC}{BC},\\ AC=4、BC=3.\end{array}\right\}\Rightarrow CP=\dfrac{4CQ}{3},\\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\because CQ=6-CP.\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$CP=\frac{4(6-CP)}{3}\Rightarrow 3CP=24-4CP\Rightarrow 3CP+4CP=24\Rightarrow CP=\frac{24}{7}.$$

(3) **解题思路** 构成等腰直角三角形分三种情况，然后利用相似三角形性质，求出结论.



（图 4-2）

(i) 作 $PM\perp AB$ 交 AB 于 M，作 $QM'\perp AB$ 交 AB 于 M'（图 4-2）.

当 $\angle 1=90°$，$PM=PQ$ 时，

$\because \triangle ABC$ 是直角三角形，$\angle C=90°$，

$\therefore AB$ 边上的高 $CD=\dfrac{12}{5}$.

设：$PM=PQ=x$，

$$\because \triangle CPQ\backsim\triangle CAB\Rightarrow\frac{PQ}{AB}=\frac{CN}{CD}\Rightarrow\frac{x}{5}=\frac{\frac{12}{5}-x}{\frac{12}{5}}\Rightarrow x=\frac{60}{37}.$$

即 $PQ=\dfrac{60}{37}$.

当 $\angle PQM'=90°$，$QP=QM'$ 时，同理可求 $PQ=\dfrac{60}{37}$.

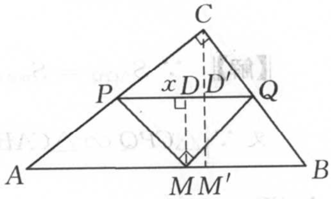
(ii) 当 $\angle PMQ=90°$，$MP=MQ$ 时（图 4-3），

$\because M$ 到 PQ 距离为 $\dfrac{1}{2}PQ$ $\left(即\ MD=\dfrac{1}{2}PQ\right)$，

设：$PQ=x$，

$$\because \triangle CPQ\backsim\triangle CAB\Rightarrow\frac{PQ}{AB}=\frac{CD'}{CM'}\Rightarrow$$

$$\frac{x}{5}=\frac{\frac{12}{5}-\frac{1}{2}x}{\frac{12}{5}}\Rightarrow x=\frac{120}{49}.\ 即\ PQ=\frac{120}{49}.$$

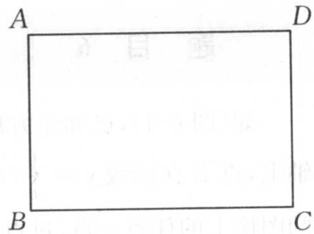


（图 4-3）

点评 此题应用相似三角形面积比和周长的性质. 第(3)小题是分类多解题，注意不要漏解.

题　目　5

如（图 5-1），在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=6$，点 P 是线段 DA 上的一个动点，将三



（图 5-1）

角板的直角顶点重合于点 P，三角板两直角边中的一边始终经过点 C，另一直角边交线段 BA 于点 E.

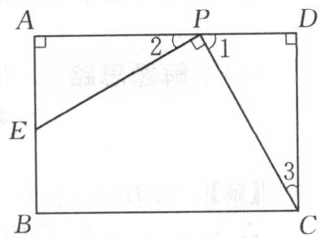
（1）判断$\triangle EAP$ 与$\triangle PDC$ 一定相似吗？请证明你的结论；

（2）设 $PD = x$，$AE = y$，求 y 与 x 的函数关系式，并写出它的定义域；

（3）是否存在这样的点 P，使$\triangle EAP$ 周长等于$\triangle PDC$ 周长的 2 倍？若存在请求出 PD 的长，若不存在请简要说明理由.

（1）**解题思路** 因为点 P 在线段上运动，所以要分别讨论点 P 在 AD 上和在 DA 延长线上两种情况，同时可根据相似的性质解决（2）、（3）小题.

【解】 第一种情况：（1）当点 P 在 AD 上，如（图 5-2）：



（图 5-2）

$\left.\begin{aligned}&\angle 2 = \angle 3,\\&\angle D = \angle A.\end{aligned}\right\}\Rightarrow \triangle EAP \backsim \triangle PDC.$

（2）$\because$ $\triangle EAP \backsim \triangle PDC \Rightarrow \dfrac{PD}{DC} = \dfrac{AE}{AP} \Rightarrow$

$\dfrac{x}{4} = \dfrac{y}{6-x} \Rightarrow y = \dfrac{-x^2+6x}{4}.$

$y = -\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{3}{2}x.$（$0 < x < 6$）

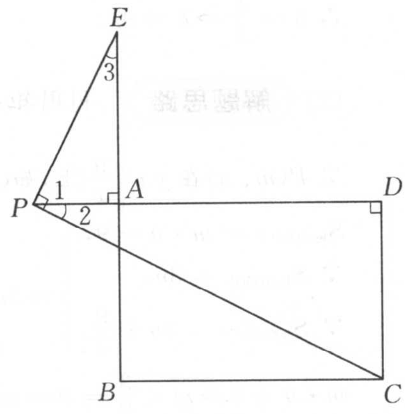
（3）$\dfrac{\triangle EAP \text{ 的周长}}{\triangle PDC \text{ 的周长}} = \dfrac{2}{1} = \dfrac{6-x}{4}.$

解得：$x = -2$（舍去）.

$\therefore$ 这样的点 P 不存在.

第二种情况：

（1）若点 P 在 DA 延长线上，如（图 5-3）：



（图 5-3）

$\left.\begin{aligned}&\left.\begin{aligned}&\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ,\\&\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ.\end{aligned}\right\}\Rightarrow \angle 2 = \angle 3\\&\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \angle EAP = \angle D\end{aligned}\right\}\Rightarrow$

$\triangle EAP \backsim \triangle PDC.$

（2）$\triangle EAP \backsim \triangle PDC \Rightarrow \dfrac{x}{4} = \dfrac{y}{x-6} \Rightarrow$

$y = \dfrac{x^2-6x}{4}.$（$x > 6$）

（3）$\dfrac{\triangle EPA \text{ 的周长}}{\triangle PDC \text{ 的周长}} = \dfrac{x-6}{4} = \dfrac{2}{1}$ 解得：$x = 14$.

$\therefore$ 存在这样的 P 点，它在 DA 的延长线上 $PD = 14$.

点评 此题要注意点 P 在 DA 的延长线上，故出现两种情况，不要漏解.