

科学实验设计一百例评注

(下 册)

中国科学院生物物理研究所 楊紀珂 讲

北京市科学技术协会 印

1964年5月

六、析 因 实 验

例 6. 1 在肥料析因实验中的不同处理

在一項肥料的田間实验中，如果研究的对象有三种因素（三种肥料）：氮肥（N），钾肥（K）和磷肥（P）。为只关心到一种肥料用或不用，則可以有8种不同的組合，形成了8种不同的处理如下：

无N无K无P... 处理1，記为 (1)

无N无K有P... 处理2，記为 p

无N有K无P... 处理3，記为 k

有N无K无P... 处理4，記为 n

无N有K有P... 处理5，記为 k^p

有N无K有P... 处理6，記为 np

有N有K无P... 处理7，記为 nk

有N有K有P... 处理8，記为 nk^p

这是因为各因素有两水准（无与有），組合的数目是 $2 \times 2 \times 2 = 8$ 之故，如再加一个品种的因素，如有两个品种要作实验的話，則处理数成为 $2^4 = 16$ 。

評註 随着因素的数目与各因素的水准数目的增加，不同处理的数目会急速增加。例如按分量的不同把三种肥料都改为三水准，品种也加一种成为三水准时，总的不同处理数目陡增为 $3^4 = 81$ 种。

例6. 2 在牛精稀釋剂实验中的因素

在作为人工受精用的牛精的稀釋剂中，如果有三种杀菌剂可加，即磺胺基嘧啶、青霉素、链霉素，要求用实验来比较这三种药剂的优劣。如与上例同样地把这三种药剂作为三种因素看待，各有加与不加两种水准，則也同样得出8种不同的处理。但是如果实验工作者认为这三种药剂不必配合着加，而是互相替代地加，只要求加一种药，那么他可以将药剂作为一个因素看待，而把三种药剂作为该因素的三种水准看待。这样一来，连同对照组（不加药剂）在内总共只有4种处理。

、評註 作为三因素， $2 \times 2 \times 2 = 8$ 种处理的实验是新因实验。但作为一因素，与对照在一起组成的4种处理的实验就不是新因实验了。

例6. 3 炼焦过程实验中的因素

有人要作高炉炼焦过程的实验，他所注意的因素有五种：炉顶压力、炉腹温度、鼓风温度、矿石粒度、矿石含磷量。他定出了三个水准的炉顶压力：0.3大气压（表压），0.6大气压，0.9大气压；两个水准的炉腹温度：1500℃和1700℃；三个水准的鼓风温度：700℃，900℃，1100℃；两个水准的粒度：一种是粒度较均匀的球团矿，另一种是略经筛分的原矿石；两个水准的含磷量：低磷矿与高磷矿。总的說来，不同混合成的处理共有 $3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 = 72$ 种。但是从各种因素的性质上分，可以分为处理因素与单元因素。这星炉顶压力、炉腹温度、和鼓风温度是三种处理因素，矿石粒度和矿石

含磷量是两种单元因素。因此我们不妨说这是 $3 \times 2 \times 3 = 18$ 种不同处理在 $2 \times 2 = 4$ 种不同类别的单元上的析因实验。

評註 大規模的中間工厂型的过程条件实验往往因意外发生的事情过多而不能如愿在很多不同的处理下依次进行。規模愈大，意外的事也愈多。因此，在初阶段中，不宜貪取过多的因素，須擇其中重要的一两个因素先进行尝试，然后視过程进行的順利情况酌量加入更多的因素。一开始如定了很多因素，很多处理，如不能全部完成，反会形成浪费。

例 6. 4 肥料析因实验的重复与随机配置

仍以例 6. 1 中 3 种肥料 (三因素) 的 8 种处理为例，現如有 4 块試驗田作为 4 个区組，每区組划分为 8 块小区田，把 8 种处理随机配置于其上。这样每种处理重复了三次。如下图所示：

区組 I	区組 II	区組 III
k	kj	np
kj	k	n
(1)	n	nkj
n	(1)	p
p	nkj	kj
nj	nj	(1)
nkj	nk	nk
nk	p	k

評註 我們可以把析因實驗跟老式的每次一因素的實驗作比，看出析因實驗的优越性。

(1) 從上圖可以看出，不論比較有 N 與無 N ，比較有 K 與無 K ，或者比較有 P 與無 P 的效應，都各有 12 塊小区田的數據可作比較。這可以從上圖中帶 n (或 k 或 p) 字母的有 12 塊，不帶 n (或不帶 k 或不帶 p) 字母的也有 12 塊看出來。 N 的主效應即有 N 的比無 N 的比較差為 $1/12 [(n+nk+nk^2+nkp) - (1+k+p+k^2)]$ ，余类推但如用每次比較一因素法，要達到同樣的精確度，就要每次也作 24 塊小区田才行，這樣就要作三倍的實驗，只得到同樣的精確度。

(2) 從析因實驗結果可以推斷交互影響的有無。譬如要看在有 P 時有 N 比無 N 的优越性跟在不帶 P 時有 N 比無 N 的优越性，只需計算交互影響 $1/12 [(np+nkp) - (n+k^2)] - [(n+nk) - (1+k)]$ ，再用該理統計方法中有重複的析因實驗的方差分析法檢驗其顯著性就行。類此的交互影響有 4 種，但在每次一因素的實驗中，對它們是無法檢驗也是無法估計的。

(3) 如果在因素中有單元因素 (見例 6, 2)，則析因實驗可以告訴我們關於各單元因素與各處理因素間的交互影響，譬如說一品種的施氮肥效應與另一品種施氮肥效應間的差異。如果交互影響不存在的話，則各處理效應的推斷可以適用於較廣泛的范疇。這比一般實驗范疇較窄的每次一因素實驗當然要优越些。

析因實驗雖有以上的優點，但如同上例所指出的，對規模大的條

件实验用因素较多的析因实验往往太费事费时，对初步探索性的实验也不宜就去用它。在不少情况中，类似的析因实验只能用来作大范围的探索；细致的研究却有赖于前述的较小范围的实验，其中下一套实验的设计需视上一套实验的结果与推断而定。

例 6. 5 在汽油合成催化过程中的催化剂浓度实验里的响应曲线

线

在例 6. 3 中提到的炼铁实验中压力与温度等因素都是度量因素，如水温都是可度量的。对度量因素的效应可以用数理统计中的回归法来求其响应线（因素如只有一个）或响应面（因素如有两个或多于两个）。现在举个简单的一因素的例子。这个因素就是在汽油合成实验中所用催化剂的浓度，在实验中用了 4 个水准：1. 0%，1. 5%，2. 0%，2. 5%。作为度量催化剂浓度效应的判据是合成汽油的产量。4 次重复的实验结果如下：

浓 度 %	1. 0	1. 5	2. 0	2. 5
产 量	1. 53	1. 66	1. 75	1. 68
	1. 63	1. 58	1. 57	1. 74
	1. 49	1. 51	1. 63	1. 62
	1. 56	1. 56	1. 68	1. 66
平 均 数	1. 5525	1. 5775	1. 6575	1. 6750

用回归统计法分析以上的数据，以浓度作为自变量，而以产量作为因

变量，发现直线性却不显著。

評註 曲线性不显著的说法并不指完全没有曲线的关系存在于浓度与产量之间。可能由于误差项的均方太大，还不足以显示出那个虽存在但较微小的曲线性之故。如果实验工作者认为找出这个曲线性有实际价值的話，他可以进一步增加重复去求出它。

此外，度量的因素总要比属性的因素好，前者的效果可以更精确地用回归法来定。因此，只要有可能，对在实验中的因素应尽可能地覓取其度量的方法，使之成为度量的因素。为了回归計算的方便，各水准应設計为等差級数的水准（如本例的4个水准就是）。如估計效应是与各水准的对数成比例的，則各水准应設計为等比級数的水准。例如在实验动物經药剂处理后生理效应对时间的响应曲线中，往往时间愈长，效应的差异愈小。此时如以距处理时的时间为因素，則各水准間应成等比級数。例如有1分钟，10分钟，100分钟，1000分钟四水准；經对数变换后成为0，1，2，3四个等差級数的水准。

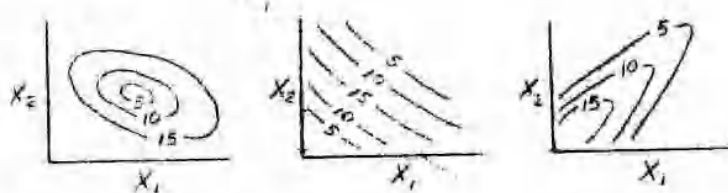
例 6. 6 在球磨机磨碎实验中的响应面

为了寻找某种型号球磨机对磨碎一种矿石的效率，对两种因素进行实验：钢球的大小与球磨机运转的速度。設实验工作者根据具体情况，定出4个水准的大小（15 mm，20 mm，25 mm，30 mm直径）和4个水准的速度（每分钟转动30次，60次，90次，120次）。所测量的判据是有一半的料研磨到小于100目（可以通过每平方时

一万个筛孔的标准筛的粒度)所需的时间。这样他得到 $4 \times 4 = 16$ 种不同的处理组合。他把矿石分为 4 批, 各批的粒度分布基本上相同, 各批的重量都相等。他用完全随机配置法把这些矿石单元分别配置以 16 种不同的处理(随机配置法见例 5.2), 每处理重复 3 次。在实验后他得到了 48 个数据。由于因素都是可度量的, 可以使用多重回归的统计法进行分析、推断与估计, 最后还可以作出响应面。

評註 关于响应面的估计, 在数理统计中在计算上所需工作量一般比较大, 二次曲面还可以手算, 二次以上的曲面就只能依赖计算机了。但一般在变差不太小的时候, 配二次曲面多数已能满足需要。

二因素的响应面是形形色色的, 举几种典型的用等效率的作图法表示在下面:



一根单因素二次响应曲线的通用回归方程为:

$$Y = a + b_1 X + b_2 X^2$$

但一个两因素的二次响应曲面的通用回归方程为:

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{11} X_1^2 + b_{12} X_1 X_2 + b_{22} X_2^2$$

必需注意, 由于偶然性变差之故, 从实验得出的结果数据不会是恰恰

掉在一个光滑的响应面上的，因此在穿过这些散点用最小二乘法配出一个响应面时，必須用正规的数理统计方法来检验各个偏回归系数（即各个 b ）的显著性。

例 6.7 化学分析的析因实验

在化学分析中如对某项分析创造发明出新的简易分析法时，一般需作实验以证明是否可以得出与老法相同的分析结果。因此第一个因素当然是分析方法，第二第三个因素还有分析员与试样的类别。譬如作个方法与人员的两因素的析因实验。方法有两水准：新法与老法，人员有 6 水准，即由 6 个分析员用这两法作分析。假如试样很多，而且相当均匀，随机配给各人，每人作许多分析，新法老法各一半。得出了一批有重复的 2×6 析因实验的数据，用正规的方差分析法得出了误差项的均方，从它算出了各分析员所得分析结果的平均差数的标准误差为：

$$\sqrt{2 \times (\text{误差项的均方}) \div (\text{每人用各个方法的分析次数})}$$

譬如说等于 0.5。在各分析员用两法所得分析数据间的平均差数如果是：

分 析 员	1	2	3	4	5	6	平 均
平均差数	2.1	1.3	-0.4	3.2	-1.1	1.1	1.03

如果分析员是经过选择指定的，则把各个平均差数与平均差数的标准误差 0.5 作比，会发现有的分析员所作分析在两法间并无显著性差异，有的则有显著差异。这说明在分析员与方法之间存在着交互影响。在

方差分析中也发现这项交互影响是显著的。在此情况下，我們还不能判断新法是否跟老法同样好。需設法找出分析員和或方法中有无技术上或原理上的缺陷后予以改正再作实验。也許会使交互影响趋于不显著，从而显示出在主效应（新法与老法）上有无显著性来。

評註 如果每分析員只作一次新法的分析与一次老法的分析。則在每种处理組合上只有一个数据可得。在此情况下，在方差分析中誤差項的均方无法估計，它同交互影响項的混杂起来，无法区分。从这样的实验是不能作数理統計推断的。因此在析因实验中，只要我們不能肯定交互影响是否存在时，兩区組以上的重复实验是必需的。

如果这6名分析員不是选择的，而是从許多分析員的总体中随机抽来的。情况就不同了，代替交互影响的现在是在各分析員間在平均差数上的总体變差的估計了。上面6个平均差数可以作为从同一总体得来的一个样品看待。如用数理統計方法計算，得出总体平均差数的标准誤差的估計量为 $1.58 / \sqrt{6} = 0.65$ ，超过了以上選擇型中的 $0.5 / \sqrt{6} = 0.20$ 很多。因此，如果只着眼于在本分析室中兩法应用上的比較，似乎沒有必要采用这种随机型的設計。介乎这两种情况之間的是以本分析室的全部分析員作为一个有限总体，从中随机抽6名作实验比較新旧法，所謂誤差当介乎以上两者之間。

总结 这章型的几个例子介紹了关于析因实验的情况，討論了它的优缺点。当因素是可度量时，应从而探求在效应上的响应曲綫或响应曲面。当某因素的水准从選擇型变成随机型时，在和其它因素間的

交互影响随着变而为实验误差，从而增大了误差。讀者如能找一本数理統計书仔細学习一下析因实验方差分析法，对其中的道理可以获得进一步的了解。

七、简单的析因实验設計

例 7. 1 在小家鼠寄生虫实验中的因素

有人对小家鼠作某种寄生虫的实验。先注射少量的幼虫在小家鼠体内，隔一定时期注射一次大量的成百的幼虫进去，再隔一定时期把小家鼠解剖計数存活的寄生虫的数目，以度量小家鼠的抵抗力。他所考虑到的因素如下：

(1) 主要的因素有两种，初步的注射与否以及在飼料中維生素 A 的剂量这两种因素。看看它們对抵抗力的效应如何，并且看看在它們之間有无交互影响。

(2) 在实验技术上有三个次要的因素要考虑：一是大量注射的幼虫数目，二是从初次少量注射到大量注射的时期有多长，三是从大量注射到解剖計数时期有多长。实验在得选取其中較严重地影响于以上两主因素的各水准間的比較的因素添作为实验的因素，并选定适宜的水准。例如他选取兩次注射間的时期作为第三个因素添入，选定 3 天，10 天，17 天作为三个水准。

(3) 以实验单元而論，可以找些单元因素，如品种、性別、日龄、

体重等。例如选体重作为因素，把小鼠鼠分类为轻型、中型、重型三类。

这样就列出了一系列与实验主题有关的主要处理因素、次要的处理因素、以及有关的单元因素。

評註 因素的选择必須以与实验問題有关的专业知識为依据。这实际上不是数理統計的事。有关因素往往有很多，但限于实验的規模，不能全部包容。因此分清因素的主次是很要紧的事。在不得已的情况下，唯有捨棄次要的因素而保留主要的因素。如果主次不分，或者貪圖在实验上某項技术上的方便，捨主而富次，都是不好的。

例 7. 2 在青霉素生产实验中的因素

在青霉素的生产过程中有两个影响到青霉素的产量的单元过程受到了工程师的重视，即培养基的制备过程与发酵过程，要对这两过程进行实验研究。考虑到的因素有以下几种：

(1) 在培养基的制备过程中主要的因素是玉米浸液的浓度、葡萄糖的含量、葡萄糖的质量。在发酵过程中主要的因素則是玉米浸液的浓度与酵素的种类。

(2) 影响于这两个单元过程的其它条件，如温度，可以作为一个次要的处理因素。

(3) 原料的不同，也可以作为一个单元的因素。

評註 在此实验中，第(1)項的因素已是足够地多，他們決定把温度这个因素暫予擱置。把各实验都尽可能在恒温的条件下进行。但可

温度的效应是相当大的，留作为以后实验中的主因素。至于原料这个因素，判断其效应不太大，也予放棄了。

例 7. 3 在小麦抗锈病品种比較实验中的因素

在这項实验中，主因素只有品种，以实验室培育出来的各新种作为水准，并加入几个普通的旧种作为对照。

类此的田間实验往往在很大程度上受到气候、土壤，以及其它各种环境差异的影响。因此，如有可能，往往把地区和年份作为两个次因素参加进去。譬如在北京作的实验，可以把海淀、昌平、丰台、平谷等地的試驗田作为地区的水准；可以把 1964—1968 間的每年作为年份的水准。

評註 从影响于实验的环境条件来看，在工农业的实验之間存在着一个不同之处。工业上的环境条件如温度、压力、流速、停留时间等都是不但可以人力控制，而且可以度量的区組內的变差也比较小。农业上的环境条件往往非人力所能控制或者只能部分地控制。如气温、雨量、虫害、土壤等区組內的变差比较大。此外工业上做一个条件实验少則几小时多則几天就能完成，农业則受到收成和培育的限制。以作物而論，一季收获一次已經是最快的周期了，大多数的作物是一年一次；以动物而論，养蚕一代，需时数月，养牛一代，需时数年。本世紀各国工业发展的速度所以远超过农业发展的速度，这些实验上的差别可能也是重要原因之一。

例 7. 4 在学外文记忆力实验中的因素

本实验是为了研究学生们对一种外文的爱好与否在记忆力上的效应。因此主因素就是爱好程度。爱好程度是不能度量的，只能定性地把学生分为三类。不喜欢这种外文的、无所谓的、喜欢这种外文的。在教学中由同一位老师担任教课，每週所学的内容都相同，生字数目基本上保持恒定。经过相当时期，进行测试，计数记得准确的字数作为各人记忆力的判据。次要的因素因此显然是从学习某生字到测试的时间。时间的水准譬如说一星期、一月、半年、两年等。此外有关因素可能是学生的年龄、性别、家庭中有无会这种外文的人等。

評註 如果实验的目的在于这种外文的教學法的比較。那情况就不同了。以因素而論，主因素成为不同的教法。爱好程度与测试时间、年龄、性别、家庭环境等都成为次要的因素。如果实验的目的是要評比几位外文老师的教學质量和水平，因素的主次当然又有所不同。可見得因素的制定須視实验的目的是什么而定。我們在未进行实验設計之前，必須先明确实验的目的是什么。

例 7. 5 在防治桃蛀螟的实验中各因素的水准

选定好因素后，其次就是要定出各因素内的水准是什么了。因素如是不可度量的属性因素，如果是主因素，則应把問題中所要比較的水准予以列入，最好外加一个对照的水准。譬如在防治桃蛀螟的农藥比較实验中，主因素如是农藥的种类，則应把所要比較的药方，尤其是认为是效能高的各种药方作为水准列入，此外应以不施药这一水准也列入作为对照。对于次要的属性因素，則应取尽可能少的水准，尤

其当該因素的效应尚未能够确定其有的时候，一般只取两个有明显不同的水准。至于那些与实验技术有关的以及那些与实验单元的分类有关的属性因素也应取得愈少愈好。譬如不同噴洒的方法、不同的果园、不同品种的桃树等因素都尽可能地取较少的水准。

附註 在这个例子中的各因素里的水准都属選擇型的。但如果由于实际的需要，要求对某一因素的总体变差予以估計，其中的因素需要用随机抽样的方法获得的话，則水准数不能太少。例如在本例中实验的目的还不止是要比較各种杀虫藥的功效，还要求估計这几种藥如在該地区几千个果园中噴洒时在效果上的变差各有多少时，那就得使果园这一因素中各水准是随机抽得而不是選擇的。随机抽的果园数也应相应地增加到6个到10个的样子，少了估計起来就要欠精确了。

例 7. 6 在度量因素中选定极端水准的例子

因素如是可度量的話，則首先应选定在实际情况中两极端的水准是什么，然后再去制定中間水准的数目与区間距。例如在紡紗实验中有一个度量因素是空气中的相对湿度。从实际情况来判断，相对湿度达0%或100%都是罕有的事，因此把两端的水准定在50%与70%处是合理的。再如在炼铁过程实验中有一个度量因素是炉頂压力，最低約需表压0.3大气压才能应付除尘器流量之需，最高定在表压1.0大气压处已經要求在輔加设备上作必要的修改了。若把最高压力定为3.0大气压，炉子、鼓风设备、管道系統、以及出铁出渣设备都需全部重新設計，作这样的实验就需进行全盘的設計和考虑了。又

如在农业的作物实验中，如果有一个因素是施肥量，其下限当然是0，即不施肥；其上限则不易确定，通常则是把它定得比理想的最优施肥量高一倍，使最优点约摸介乎这两端之间。

評註 两端的水准最好从自己的经验，或者已有的资料或者有经验的工作者的情报来决定。如果无法获得这些情报资料，则有时需作二阶段的实验以弥补之。初阶段的实验是探索性实验，二阶段才是设计好的正式实验。例如作某种药剂对小鼠死亡率的效应。最好把半数致死剂量定在中间，把两端剂量定在大约死亡5%与95%处。但由于事先估不准在各剂量下的死亡率之故，主观定出的水准往往不是大都全部死亡，使死亡率大都为100%，就是全不死，使死亡率大都为0%。这样造成的浪费有时相当大。如能用两阶段实验，先用少量的小鼠在各剂量下试试，探索出5%和95%致死剂量约摸在那里，就可以在第二阶段实验中有很大的节省。

例7. 7 度量水准的区间间距

在例6. 5的評註中已提到度量水准的区间最好是等间距的。在各个水准间形成等差级数时，在等分坐标上为等间距的，如2, 4, 6, 8, 10属于此类；在各个水准间形成等比级数时，在对数坐标上为等间距的，为2, 4, 8, 16, 32属于此类。我们如先期对响应曲线或曲面有些知识的话，就可决定采用那一种。例如在某种合金的成分配方实验中，如凭常识大约估计某种合金的加入在强度上的增加在实验范围内是和它的加入量约摸成正比的，则成分的水准可

以定为等差級数的2%，4%，6%，等。但如在多数动物的剂量（药剂剂量或照射剂量）实验中，剂量的对数与效应約模成正比，則应用等比級数的水准是很常見的，如用100倫，200倫，400倫，800倫，1600倫等水准。但有些响应曲綫已知其有极限的情况存在，如施肥的产量效应实验。大家知道在施肥量不断增加时，产量逐漸达于一个上限。在此情况下我們可以在产量增加較速的一端多設几个水准，而在产量增加較慢的一端少設几个水准。在例3.2的棉花施肥实验例中的五个鉀肥的水准是每亩6，9，12，18，24斤就是照这样定出来的。

評註 常看到有人因为在实验的操作技术上的水准易做，有的水准难做，有趋易避难的傾向，在易做的水准附近作了許多实验，水准間的問題很密，而在难做的水准附近只做了几个，水准間的問題很疏。这是不对的，水准的疏密取决于响应曲綫的客观情况并不取决于水准所在处实验操作技术上的难易。

例7.8 在度量因素中水准的数目

先看下面一个公式和兩張表，再來說明問題。

公式：斜率与曲率的估計量的标准誤差

$$= \text{一个常数} \times \frac{\text{誤差項的标准离差}}{\sqrt{\text{总的实验单元的数目}}} \quad \text{其中的}$$

“一个常数”如下面兩表所示：

此表見次頁