国家级骨干教师通解

中学教材创新讲解

红本

捷进书系

主编 洪鸣远

高一数学（下）

吉林人民出版社

总策划：龍門書局

捷进书系

中学教材

创新讲解

红本

高一数学（下）

执行主编：陈　鹏
本册主编：王　力
本册编者：贾贞礼

吉林人民出版社

(吉)新登字01号

中学教材创新讲解·高一数学(下)

责任编辑　关铁宁　　封面设计　孙明晓
责任校对　陈洁美　　版式设计　洪　铭

出 版 者　吉林人民出版社(中国·长春人民大街4646号　邮编:130021)
网　　址　www.jlpph.com
发 行 者　各地新华书店
制　　版　北京英育达图文设计中心
印 刷 者　河北衡水蓝天印刷有限责任公司

开　　本　880×1230　1/32
印　　张　9.75
字　　数　322千字
版　　次　2004年11月第3版第1次印刷
印　　数　00001－30100

标准书号　ISBN 7－206－04248－1/G·1357
定　　价　12.50元

再版前言

《中学教材创新讲解》又重新修订、出版了。

感谢全国各地广大师生一年来对本丛书的关注和厚爱，大量的读者来信使我们充满信心，许多极富创意的良言善策也是我们改进、提高本书的有效捷径　2004年《中学教材创新讲解》在秉承讲深、讲细，以全面解读教材的基础上，加入了适量的分层递进式配套练习题，便于学生边学边练，随时巩固。修订后的丛书具有以下特点：

同步　以课（节）为单位编写，严格依照课本的章节顺序、逐字、逐句、逐图、逐表、逐题地全面透视和深度解析教材。着力体现对教材的辅导与教师的授课进度同步、与学生的学习节奏同步、与中学测验考试同步，充分体现了对学生全程学习的关爱、帮助与精心呵护。

全面　通过对教材面的聚焦、点的展开，全面实现教材知识间的左右贯通，前后纵横，既高屋建瓴，又细致入微。其重点是：对教材线索脉络的梳理，对知识概念的阐释与运用，对知识间内涵本质的挖掘与联系，对各学科、各知识点学习方法的培养和引导，确保学生能关注的各知识点无遗漏。

创新　以人为本，以学为本，以学生的发展为本；充分体现新一轮中、高考改革精神，注重学生学科综合能力的培养与提高。依据新教材、提供新材料、开启新视野、引发新思路，激活学生的灵感，开发学生的潜能　思路新、栏目新、材料新。

权威　丛书各科均由国家级、省级骨干教师领衔主笔，强强联合，精英聚会。名师对教材内在精神

领会深，重点、难点摸得准，讲解有奇招、指导针对性强。他们的讲解直指学生学习的疑问点、易忘点、错解点，颇有独到之处，令教师、学生心领神会、心到神知。

本丛书在修订过程中，得到全国各地诸多教研室、学校及广大师生的帮助，在此一并致谢。尽管我们从策划到编写极尽努力，但书中可能仍有一些不足之处，望广大读者继续批评指正。

主编：洪鸣远

目 录

mu lu

第四章 三角函数 …… 1

一 任意角的三角函数 …… 2

4.1 角的概念的推广 …… 2

4.2 弧度制 …… 10

4.3 任意角的三角函数 …… 18

4.4 同角三角函数的基本关系式 …… 31

4.5 正弦、余弦的诱导公式 …… 45

二 两角和与差的三角函数 …… 55

4.6 两角和与差的正弦、余弦、正切 …… 55

4.7 二倍角的正弦、余弦、正切 …… 75

三 三角函数的图象和性质 …… 90

4.8 正弦函数、余弦函数的图象和性质 …… 90

4.9 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象 …… 105

4.10 正切函数的图象和性质 …… 120

4.11 已知三角函数值求角 …… 127

本章总结 …… 134

本章综合测试 …… 150

期中测试题 …… 171

第五章 平面向量 …… 176

一 向量及其运算 …… 176

5.1 向量 …… 176

5.2 向量的加法与减法 …… 182

5.3 实数与向量的积 …… 191

5.4 平面向量的坐标运算 …… 199

5.5　线段的定比分点…………………………………………………… 208
5.6　平面向量的数量积及运算律……………………………………… 215
5.7　平面向量数量积的坐标表示……………………………………… 226
5.8　平　移………………………………………………………………… 234
二　**解斜三角形** …………………………………………………………… 242
5.9　正弦定理、余弦定理(一) ……………………………………… 242
5.9　正弦定理、余弦定理(二) ……………………………………… 250
5.10　解斜三角形应用举例 ………………………………………… 262
本章总结 ………………………………………………………………… 275
本章综合测试 …………………………………………………………… 282
期末测试题 ……………………………………………………………… 296

第四章 三角函数

引言内容分析

本章章头图选取一幅运动员作环形运动的画面.在环形赛程中,只要运动轨迹的一部分是圆弧或椭圆的某一段,就一定会涉及与角度等有关的问题,学完本章就能进一步地体会到这一点.

章头引言安排了一个实际问题——内容是规划一块绿地,贴近实际,贴近学生生活,贴近自然.首先渗透了环保意识,实际问题数学化,化归为半圆内接矩形的最大面积.求最大值当然涉及变量及函数.

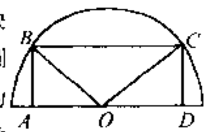

图 4-1-1

如图 4-1-1,有一块以 O 点为圆心的半圆形空地,要在这块空地上划出一个内接矩形 $ABCD$ 辟为绿地,使其一边 AD 落在半圆的直径上,另两点 B、C 落在半圆的圆周上.已知半圆的半径长为 a,如何选择关于点 O 对称的点 A、D 的位置,可以使矩形 $ABCD$ 的面积最大?

方法一:设 $OA=t$,矩形面积为 S,则

$$S=2t\sqrt{a^2-t^2}\ (0<t<a),$$

$$S^2=4t^2(a^2-t^2).$$

若令 $S^2=y$,$t^2=x$,则上式可化为 $y=-4x^2+4a^2x$.

这是一个二次函数问题,利用初中三年级的求最值问题,可知

当 $x=\frac{a^2}{2}$,即 $t=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 时,S 取得最大值 a^2.此时,点 A、D 分别位于点 O 的左、右方 $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 处.

方法二:从角来考虑.设 $\angle AOB=\theta$,则 $AB=a\sin\theta$,$OA=a\cos\theta$,所以

$$\begin{aligned}S&=a\sin\theta\cdot 2a\cos\theta\\&=a^2\cdot 2\sin\theta\cos\theta.\end{aligned}$$

这是一个以 θ 为角度量的函数.当 θ 取什么值时使 S 达到最大,且方法二比方法一简便,学过了本章内容便知.另外,这是半圆内接矩形的面积最值问题.我们感兴趣的是:

(1)圆内接矩形面积的最大值是多少?

(2)中心角为 α 的扇形内接矩形面积的最大值是多少?等等.

一 任意角的三角函数

4.1 角的概念的推广

目标导航

1. 正角、负角、零角、象限角的概念——要借助图形理解.
2. 终边相同的角的概念——用数学思想方法归纳好.
3. 角的集合表示——用数形结合方法解,形象直观好懂.

创新讲解

知识点1 任意角的概念 ➢重点

角可以看成平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形.

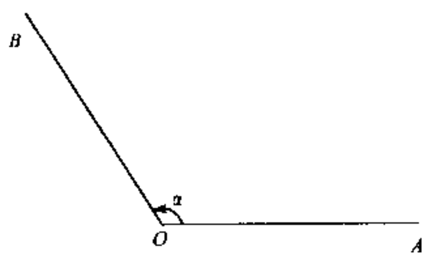

图4-1-2

如图4-1-2,O点——角α的顶点,射线OA——角α的始边,射线OB——角α的终边.规定:

按逆时针方向旋转形成的角叫做正角.

按顺时针方向旋转形成的角叫做负角.

一条射线不作任何旋转形成的角叫做零角.

为简单起见,"角α"或"$\angle\alpha$"可以简记成"α".

角的概念经过这样的推广以后,就应该包括正角、负角和零角,角的范围也就打破了$0^\circ\sim360^\circ$的限制,可以为"任意角"了.

知识点2 象限角的概念 ➢重点、难点

为了方便起见,我们常把角放在直角坐标系中,使角的顶点与原点重合、角的始边与 x 轴的非负半轴重合,那么角的终边(除端点外)在第几象限,则称这个角是第几象限角.

提醒 ①终边落在坐标轴上的角,不能成为任何象限的角;

②"x 轴的非负半轴"包括原点,这样才能成为角的始边,这里不能用"x 轴的正半轴"来代替.

知识点3 终边相同的角 ➢重点、难点

任意一个角唯一地确定一条终边,但是,反过来任意一条终边位置却可以成为无数个角的终边.

一个角每增加或减少 $360°$,终边就又回到原来的位置.

角 α 以及与角 α 终边相同的角都可以表示为 $k\cdot 360°+\alpha(k\in\mathbf{Z})$. 因而,与角 α 终边相同的角(角 α 也在内)的集合为 $S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

提醒 ①k 是整数;

②α 是任意角;

③α 与 $k\cdot 360°$ 之间是"+"号连接;

④终边相同的角不一定相等,你能举一例吗?

⑤终边相同的角之间有何关系?

⑥相等的角,终边一定相同.

知识点4 象限角的集合表示

为了表示出所有的第一象限的角,可以先表示出 $0°\sim360°$ 的第一象限的角 $0°\sim90°$,然后再把它一般化.写出所有和它们终边相同的角,得 $0°+k\cdot 360°<\alpha<90°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}$.

于是,第一象限角的集合就可以写成

$\{\alpha|k\cdot 360°<\alpha<90°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

类似地,可以写出其他象限的角的集合:

第二象限角的集合:

$\{\alpha|90°+k\cdot 360°<\alpha<180°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

第三象限角的集合:

$\{\alpha|180°+k\cdot 360°<\alpha<270°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

第四象限角的集合:

$\{\alpha|-90°+k\cdot 360°<\alpha<k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

注意区分下列各角:

(1)0°到90°的角——$\{\alpha|0°\leqslant\alpha<90°\}$;

(2)锐角——$\{\alpha|0°<\alpha<90°\}$;

(3)小于90°的角——$\{\alpha|\alpha<90°\}$;

(4)第一象限角——$\{\alpha|k\cdot360°<\alpha<90°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

解题能力培养 基础篇

例1 在0°到360°范围内,找出与下列各角终边相同的角,并判断它们是第几象限角.

(1)2903°15′; (2)−845°10′.

[解析] 分别写出终边与(1)、(2)中角相同的角的集合,再根据式中k的取值就可以找出所需的角.

[解] (1)终边与2903°15′相同的角的集合为:

$S=\{\beta|\beta=2903°15'+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$,

$\because 2903°15'=23°15'+8\times360°$,

$\therefore$ 在0°到360°范围内,终边与2903°15′相同的角是23°15′,它是第一象限角;

(2)终边与−845°10′相同的角的集合为:

$S=\{\beta|\beta=-845°10'+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$,

$\because -845°10'=234°50'+(-3)\times360°$,

$\therefore$ 在0°到360°范围内,终边与−845°10′相同的角是234°50′,它是第三象限角.

[点拨] 任何一个正角(或负角)都可以看成是由0°到360°间的某个角通过逆时针(或顺时针)方向旋转整数圈而得到的.

例1 把下列各角化成$\alpha+k\cdot360°(0°\leq\alpha<360°,k\in\mathbf{Z})$的形式:

(1)1200°; (2)−1550°.

[解析] 用带余除法,即用所给角除以360°,确定整数k,将余数作为α来完成角的形式的改写.

[解] (1)$\because 1200°\div360°=3$ 余 120°,

$\therefore 1200°=120°+3\times360°$.

(2)$\because -1550°\div360°=-5$ 余 250°,

$\therefore -1550°=250°+(-5)\times360°$.

[点拨] 负角除以360°,为保证余数为0°到360°间的角,试商时应使得到的负角的绝对值大于已知负角的绝对值.

例1 写出与下列各角终边相同的角的集合S,并把S中适合不等式$-360°\leq\beta<720°$的元素β写出来:

(1)−21°; (2)363°14′.

[解] (1)$S=\{\beta|\beta=-21°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

S 中适合 $-360° \leqslant \beta < 720°$ 的元素是：

$-21° + 0 \times 360° = -21°$，

$-21° + 1 \times 360° = 339°$，

$-21° + 2 \times 360° = 699°$.

(2) $S = \{\beta | \beta = 363°14' + k \cdot 360°, k \in \mathbf{Z}\}$.

S 中适合 $-360° \leqslant \beta < 720°$ 的元素是：

$363°14' - 2 \times 360° = -356°46'$，

$363°14' - 1 \times 360° = 3°14'$，

$363°14' + 0 \times 360° = 363°14'$.

［点拨］ (1)中 $-21°$ 虽然不是 0°到 360°的角，但仍形式地写为 $-21° + k \cdot 360°$，因为 S 集合中 α 为任意角.

例 3 写出终边在 y 轴上的角的集合.

［解］ 先求出在 0°到 360°范围内，终边在 y 轴上的角：

观察图 4－1－3，便知有两个角：90°，270°.

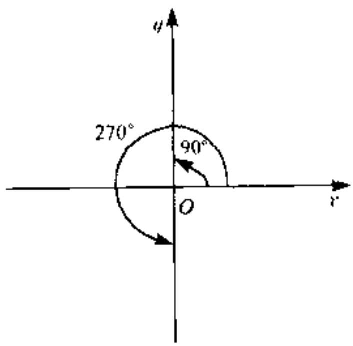

图 4－1－3

因此，所有与 90°终边相同的角构成集合

$S_1 = \{\beta | \beta = 90° + k \cdot 360°, k \in \mathbf{Z}\}$

$= \{\beta | \beta = 90° + 2k \cdot 180°, k \in \mathbf{Z}\}$.

所有与 270°终边相同的角构成集合

$S_2 = \{\beta | \beta = 270° + k \cdot 360°, k \in \mathbf{Z}\}$

$= \{\beta | \beta = 90° + (2k+1) \cdot 180°, k \in \mathbf{Z}\}$.

于是，终边在 y 轴上的角的集合为

$S = S_1 \cup S_2$

$= \{\beta | \beta = 90° + 2k \cdot 180°, k \in \mathbf{Z}\} \cup \{\beta | \beta = 90° + (2k+1) \cdot 180°, k \in \mathbf{Z}\}$

$= \{\beta | \beta = 90° + n \cdot 180°, n \in \mathbf{Z}\}$.

［点拨］ 本题的结果在形式上可进一步写为 $S = \{\beta | \beta = 90° + 2n \cdot 90°, n \in \mathbf{Z}\} = \{\beta | \beta = (2n+1) \cdot 90°, n \in \mathbf{Z}\}$ 两种形式不同，实质上等价，例题中的结果在今后会经常用到.

想一想 (1)请大家类似地写出终边在 x 轴上的角的集合.

($S = \{\alpha | \alpha = n \cdot 180°, n \in \mathbf{Z}\}$).

(2)请问您能写出终边在坐标轴上的角的集合吗？($\{\alpha | \alpha = k \cdot 90°, k \in \mathbf{Z}\}$).

综合创新应用 // 提高篇

1. 自身几个知识点的小综合问题，解题时要注重分析思路

例5 试求与 $-560°$ 终边相同的最大负角和最小正角.

［解析］ 先写出与 $-560°$ 终边相同的角的集合，然后来求最大负角及最小正角.

［解］ ∵与 $-560°$ 角终边相同的一切角为 $-560°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}$.

分析试取 k 的部分值便知：

当 $k=1$ 时，所求的最大负角为 $-200°$，

当 $k=2$ 时，所求的最小正角为 $160°$.

例6 已知 α 是第二象限角，试确定(1) 2α；(2) $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限.

［解析］ 写出 α、从而求出 2α、$\frac{\alpha}{2}$ 的一般表达式，然后对 k 进行分类讨论.

［解］ (1) ∵ α 是第二象限角，

$\therefore 90°+k\cdot 360°<\alpha<180°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}$.

$\therefore 180°+2k\cdot 360°<2\alpha<360°+2k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}$.

故 2α 为第三或第四象限角；特别地，2α 也可以是终边在 y 轴的非正半轴上的角，它不属于任何一个象限.

(2) ∵ $90°+k\cdot 360°<\alpha<180°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}$,

$\therefore 45°+k\cdot 180°<\frac{\alpha}{2}<90°+k\cdot 180°, k\in \mathbf{Z}$. (＊)

当 k 为偶数时，设 $k=2m\ (m\in \mathbf{Z})$，有

$45°+m\cdot 360°<\frac{\alpha}{2}<90°+m\cdot 360°$.

这时 $\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限角.

当 k 为奇数时，设 $k=2m+1\ (m\in \mathbf{Z})$，有

$45°+(2m+1)\cdot 180°<\frac{\alpha}{2}<90°+(2m+1)\cdot 180°$,

即 $225°+m\cdot 360°<\frac{\alpha}{2}<270°+m\cdot 360°$.

这时 $\frac{\alpha}{2}$ 是第三限角.

故当 α 为第二象限角时，$\frac{\alpha}{2}$ 是第一或第三象限角.

［点拨］ 本题若是以选择题、填空题的形式出现，则可在(＊)式中令 $k=0,1$ 来解答，这样会简单些.

2. 与函数图象结合的综合问题

例 若角 α 的终边在函数 $y=x$ 的图象上，试求出角 α 的集合.

［解析］ 先找出在0°到360°间终边与 $y=x$ 的图象重合的角 β，然后再写出终边与 β 相同的所有角.

［解］ ∵ $y=x$ 的图象是第一、三象限的角平分线，如图4－1－4.

∴在0°到360°间所对应的两个角分别为45°和225°，故所求角 α 的集合为

$S=\{\alpha|\alpha=45°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=225°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha|\alpha=45°+2k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=45°+(2k+1)\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha|\alpha=45°+n\cdot180°,n\in\mathbf{Z}\}$.

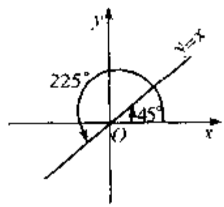

图4－1－4

［点拨］ 写出所求角的集合后，还应力求化简集合，使形式尽量简单明了.

高考热点点拨　高考篇

例 设0°<β<360°，且6β角的终边与 x 轴的非负半轴重合，则这样的角有几个？分别是多少？

［解］ ∵0°<β<360°，

∴0°<6β<2160°.　①

满足①式且终边与 x 轴的非负半轴重合的角为360°的正整数倍中的一部分，分别为

360°，720°，1080°，1440°，1800°.

共有5个这样的角.

例 设全集 $U=[0°,360°]$，$A=\{\alpha|45°<\alpha<300°\}$，$B=\{\beta|90°\leqslant\beta<345°\}$，求 $\complement_U A\cap\complement_U B$.

［解］ 在直角坐标系中分别画出集合 A、B 所表示的角，如图4－1－5，观察图形并利用补集性质可得

$\complement_U A\cap\complement_U B=\complement_U(A\cup B)=[0°,45°]\cup[345°,360°]$.

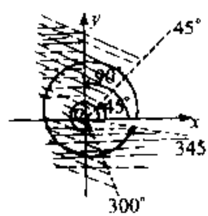

图4－1－5

学　习　自　评

1. 与－463°终边相同的角可表示为　（　　）

A. $k\cdot360°+463°(k\in\mathbf{Z})$　　B. $k\cdot360°+103°(k\in\mathbf{Z})$

C. $k\cdot360°+257°(k\in\mathbf{Z})$　　D. $k\cdot360°-257°(k\in\mathbf{Z})$

2. 已知 $A=\{$锐角$\}$，$B=\{$小于 90° 的角$\}$，$C=\{$第一象限的角$\}$，那么 A、B、C 之间的关系为 ( )

A. $A\cap B=B\cap C$　　B. $B\cap C=A$

C. $A\cap C=B$　　D. $A\cap B=A\cap C$

3. 给出下列四个命题：

① -75° 是第四象限角；　② 225° 是第三象限角；

③ 475° 是第二象限角；　④ -315° 是第一象限角.

其中正确的命题有 ( )

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

4. (创新题)如图 4-1-6，终边落在阴影处(包括边界)的角的集合是 ( )

A. $\{\alpha\mid -60^\circ\leqslant\alpha\leqslant30^\circ\}$

B. $\{\alpha\mid 30^\circ+k\cdot360^\circ\leqslant\alpha\leqslant300^\circ+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha\mid 30^\circ+k\cdot360^\circ\leqslant\alpha\leqslant-60^\circ+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $\{\alpha\mid -60^\circ+k\cdot360^\circ\leqslant\alpha\leqslant30^\circ+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

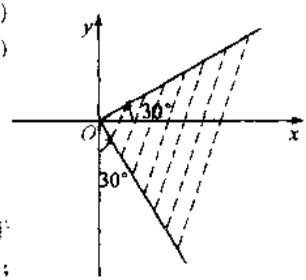

图 4-1-6

5. 已知集合 $A=\{$第一象限的角$\}$，$B=\{$锐角$\}$，$C=\{$小于 90° 的角$\}$，则下列命题中：① $A=B=C$；② $A\subsetneqq C$；③ $C\subsetneqq A$；④ $A\subsetneqq C=B$. 正确命题的个数是 ( )

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

6. 直角坐标系中若角 α 与 β 的终边互相垂直，那么 α 与 β 的关系是 ( )

A. $\beta=\alpha+90^\circ$　　B. $\beta=\alpha\pm90^\circ$

C. $\beta=\alpha+90^\circ+k\cdot360^\circ(k\in\mathbf{Z})$　　D. $\beta=\alpha\pm90^\circ+k\cdot360^\circ(k\in\mathbf{Z})$

7. 把 -1485° 化成 $k\cdot360^\circ+\alpha(0^\circ\leqslant\alpha<360^\circ,k\in\mathbf{Z})$ 的形式是 ( )

A. $-4\times360^\circ+45^\circ$　　B. $-4\times360^\circ-315^\circ$

C. $-10\times180^\circ-45^\circ$　　D. $-5\times360^\circ+315^\circ$

8. 设 α, β 满足 $-180^\circ<\alpha<\beta<180^\circ$，则 $\alpha-\beta$ 的范围是 ( )

A. $-360^\circ<\alpha-\beta<0^\circ$　　B. $-180^\circ<\alpha-\beta<180^\circ$

C. $-180^\circ<\alpha-\beta<0^\circ$　　D. $-360^\circ<\alpha-\beta<360^\circ$

9. 写出终边在坐标轴上的角的集合.

10. (综合题)若 α 是第二象限角，则 2α 与 $\frac{\alpha}{2}$ 分别是第几象限角？

想一想　$\frac{\alpha}{3}$ 是第几象限角？

学习自评参考答案

1. C　点拨：-463° 与 257° 终边相同.

2. D　点拨：$A=\{\alpha\mid0^\circ<\alpha<90^\circ\}$，$B=\{\alpha\mid\alpha<90^\circ\}$，$C=\{\alpha\mid k\cdot360^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$.

3. D　点拨：$225°=180°+45°$，$475°=360°+115°$，$-315°=-360°+45°$.

4. D　点拨：在 $-60°$ 与 $30°$ 角终边所夹的小扇形区域内（包括边界）.

5. A　点拨：A 集合包含 B 集合，C 集合包含 B 集合，A 与 C 有公共元素但互不包含.

6. D　点拨：$\beta-\alpha$ 的值，在 $-180°$ 到 $180°$ 范围内是 $-90°$ 或 $90°$，再写成终边相同的角的形式.

7. D　点拨：参考本节例 2.

8. A　点拨：$-180°<\alpha<180°$，$-180°<-\beta<180°$ 两式相加得 $-360°<\alpha-\beta<360°$，又 $\alpha<\beta$，$\therefore \alpha-\beta<0°$.

9. 解：$\because$ 终边在 x 轴上的角是 $k\cdot 180°\ (k\in\mathbf{Z})$，

终边在 y 轴上的角是 $90°+k\cdot 180°\ (k\in\mathbf{Z})$.

$\therefore$ 终边在坐标轴上的角的集合是

$$\{\alpha\mid\alpha=2k\cdot 90°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha\mid\alpha=90°+2k\cdot 90°,k\in\mathbf{Z}\}$$
$$=\{\alpha\mid\alpha=2k\cdot 90°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha\mid\alpha=(2k+1)\cdot 90°,k\in\mathbf{Z}\}$$
$$=\{\alpha\mid\alpha=n\cdot 90°,n\in\mathbf{Z}\}.$$

10. 解：(1) $\because \alpha$ 是第三象限角，

$\therefore 180°+k\cdot 360°<\alpha<270°+k\cdot 360°\ (k\in\mathbf{Z})$.

$\therefore (2k+1)\cdot 360°<2\alpha<180°+(2k+1)\cdot 360°\ (k\in\mathbf{Z})$.

故 2α 是第一或第二象限角，或角的终边在 y 轴的非负半轴上.

(2) $\because 180°+k\cdot 360°<\alpha<270°+k\cdot 360°(k\in\mathbf{Z})$，

$\therefore 90°+k\cdot 180°<\dfrac{\alpha}{2}<135°+k\cdot 180°(k\in\mathbf{Z})$.

当 $k=2n(n\in\mathbf{Z})$ 时，$90°+n\cdot 360°<\dfrac{\alpha}{2}<135°+n\cdot 360°$，

故 $\dfrac{\alpha}{2}$ 是第二象限角；

当 $k=2n+1\ (n\in\mathbf{Z})$ 时，$270°+n\cdot 360°<\dfrac{\alpha}{2}<315°+n\cdot 360°$，

故 $\dfrac{\alpha}{2}$ 是第四象限角；

综上所述，$\dfrac{\alpha}{2}$ 是第二或第四象限角.

教材习题答案

习题 4.1

1. (1) $95°$，第二象限；　(2) $105°14'$，第二象限；

(3) $80°$，第一象限；　(4) $236°50'$，第三象限；

(5) $345°$，第四象限；　(6) $300°$，第四象限；

(7) $200°24'$，第三象限；　(8) $23°15'$，第一象限.

2. $S=\{\alpha|\alpha=k\cdot 180°,k\in\mathbf{Z}\}$.

3. (1) $\{\beta|\beta=60°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$, $-300°$, $60°$;

(2) $\{\beta|\beta=-75°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$, $-75°$, $285°$;

(3) $\{\beta|\beta=-824°30'+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$, $-104°30'$, $255°30'$;

(4) $\{\beta|\beta=475°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$, $-245°$, $115°$;

(5) $\{\beta|\beta=90°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$, $-270°$, $90°$;

(6) $\{\beta|\beta=270°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$, $-90°$, $270°$;

(7) $\{\beta|\beta=180°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$, $-180°$, $180°$;

(8) $\{\beta|\beta=k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$, $-360°$, $0°$.

4. 第一象限角的集合 $S_1=\{\alpha|k\cdot 360°<\alpha<90°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$,

第二象限角的集合 $S_2=\{\alpha|90°+k\cdot 360°<\alpha<180°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$,

第三象限角的集合 $S_3=\{\alpha|180°+k\cdot 360°<\alpha<270°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$,

第四象限角的集合 $S_4=\{\alpha|270°+k\cdot 360°<\alpha<(k+1)\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

5. (1) C; (2) A.

4.2 弧度制

目标导航

1. 弧度制的定义——画图容易理解.
2. 角度制与弧度制的换算——把握住公式.
3. 一些特殊角的弧度数——列表易熟记.
4. 弧长公式与扇形面积公式——掌握住推导过程.

创新讲解

知识点1 弧度制的概念 ➢ 难点

(1)定义的基础

根据圆心角定理,对于任何一个圆心角 α,所对弧长与半径的比是一个仅与角 α 的大小有关的常数.因此,弧长等于半径的弧所对的圆心角的大小并不随半径变化而变化,而是一个大小确定的角,可以取为度量角的标准.

(2)定义

把弧长等于半径时的弧所对的圆心角叫做1弧度的角.用弧度作为单位来度量角的制度,叫做弧度制.