

高等学校数学学习辅导教材

线性代数 复变函数 概率统计 习题全解

陈小柱 张立卫/编著

(上册)



大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

陈小柱高等学校数学学习辅导系列

线性代数·复变函数 · 概率统计习题全解

上册

(同济二版、三版、四版·西安交大四版·浙大二版、三版)

陈小柱 张立卫 编著
冯士英 聂续昀 主审

大连理工大学出版社

© 陈小柱 张立卫 2004

图书在版编目(CIP)数据

线性代数·复变函数·概率统计习题全解(上册) / 陈小柱, 张立卫编著. —2版. —大连: 大连理工大学出版社, 2004.6
(高等学校数学学习辅导教材)
ISBN 7-5611-1677-2

I. 线… II. ①陈… ②张… III. 高等数学—高等学校—辅导 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(99)第 35616 号

大连理工大学出版社出版

地址: 大连市凌水河 邮政编码: 116024

电话: 0411-84708842 传真: 0411-84701466 邮购: 0411-84707961

E-mail: dutp@dutp.cn URL: <http://www.dutp.cn>

大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸: 140mm × 203mm 印张: 4.75 字数: 173 千字

印数: 124 001 ~ 134 000

2000 年 10 月第 1 版 2004 年 6 月第 2 版

2004 年 6 月第 17 次印刷

责任编辑: 范业婷

责任校对: 李西娜

封面设计: 宋 蕾

定 价: 5.00 元

卷首赠言

知识是引导人生到达
光明与真实境界的光烛。

——李大钊(1889—1927)

(在燕园李大钊教授铜像前,仿佛能听到他穿越时光的声音)

高年级大学生、研究生以及青
年教师,经过努力可以胜过老师,
而且应该鼓励他们尽早胜过老师。

——江泽涵(1902—1994)

(摘自《中国科学院院士自述》)

最新版前言

本书第一版(合订本)成书于上一个千年。近年来,在国与国之间相互作用的牵引下,身边发生的变化深刻、迅猛且不可逆转。

“人才标准”进化成了“三不惟一不拘”;千辛万苦学成归来,“海归(龟)”变成“海待(带)”;人才市场对各种证书已显得格外冷静。

扩招如同钱塘江的大潮,高校似乎对此准备不足。在校园,教师常常在同一知识点上,要被不同的学生,在不同的时间问到十几次,甚至几十次;有改不完的作业在桌上候着,分身乏术。现在的学生受到的诱惑太多,而他们学习的总量却丝毫没有减少。在学生中,听不懂课,看不懂书,不会解题,已不再是个别现象。假使大学一年级“倒下了”,后面的日子就难了。师呼一何累,生啼一何苦。

向初学者进言:

一、把培养**推导能力**放在首位。对核心内容及典型题目,本着“一步不省,以我为主”的原则,自己推算,长期坚持,养成习惯。一旦拥有无与伦比的推导能力,扩大解题量将易如反掌。



二、不宜超越阶段。在时间总量有限的前提下,贪多会嚼不烂。抠会了几道考研题,挤占了时间和精力,反而在核心内容,基本题型上留下“死角”,本末倒置,留下了“豆腐渣工程”,得不偿失!

以上两点是在实践中反复摸索而得到的。本次修订,酝酿了四年。排除了扩充成“大部头”的设想,将第一版的内容进行了较大的增删,新版上册、中册、下册分别与下列教材相配套:同济二、三、四版《线性代数》,西安交大四版《复变函数》及浙大二、三版《概率论与数理统计》,全部习题均有详细的解答,增加了教学过程中的启承转合、弦外之音,让教学实践的源头活水流入了新版书中。

修订工作的根本出发点是:帮助初学者悟透基本原理,培养推导能力,从而能举一反三,触类旁通,进而从根本上解决多门大学数学课程的学习能力问题。拥有了能力,就会一顺百顺。欢迎读者朋友多提意见和建议。

联系方式:

xzchen100@hotmail.com

jcjf@dutp.cn

陈小柱

2004年6月

大连海事大学郑和园

($2005-1405=600 \Rightarrow$ “郑和船队”将重现蓝色星球)

第一版前言

当人类即将迈入 21 世纪之际,世界对各类人才的需求正在发生着深刻的变化。作为人才培养基地的高校,正在探索着培育人才的新模式,以适应客观世界的需求。

相比于十多年前的学生,当今及未来的学生需投入更多的时间、精力来学习外语及计算机。而这对大学数学课的教与学均提出了前所未有的挑战。

当大学数学的课时被迫削减之后,教师有了“教材内容无法完全展开讲授”之苦;而学生在有限的精力被分割后,学习大学数学常常会发生“食而不化”的现象。考研及后续专业课,对大学数学的学习又有较高的要求。

由于大学数学早已渗透到现代科学的各个学科,未来的新兴学科仍需借助数学工具进行表述。未来社会所需要的一大批通才、栋梁之才,非有扎实的数学功底不可。

正是为了化解这一矛盾,我们编写了这本具有工具书性质的《线性代数·复变函数·概率统计习题全解》,



以期学生通过大学期间不间断地反复自学来弥补不足,打牢数学底子。因此,理工科大学一年、二年、三年、四年,必要时,甚至以后的学习阶段,均宜备有此书,以便自学查阅。

全书分为上册、中册、下册,分别与下列教材相配套:同济二版、三版《线性代数》,西安交大四版《复变函数》及浙大二版《概率论与数理统计》,全部习题均有详细的解答。

书中在每章之首,均缀有一篇导学。初学者在看书时,常常“只见树木,不见森林”,而“导学”侧重于帮您透视脉络,从细节的认识升华到全盘的认识。本书是已多次再版的《高等数学习题全解》的姊妹篇,并与《考研数学真题全解及考点分析》系列教材相呼应,形成系统的知识体系。

本书由冯士英教授、聂续昀副教授担任主审,蔡颖同志也提出了宝贵的意见。

限于编者水平,加之时间仓促,不妥之处难免存在,恳请广大读者提出批评和指正!

编 者

2000年9月

目 录

上 册

线性代数习题全解(同济二、三、四版)

全课程知识框架/3

第一章 行列式

导学 /5

本章知识结构 /7

习题全解(同济二、三、四版) /8

第二章 矩阵及其运算

导学 /25

本章知识结构 /27

习题全解(同济二、三、四版) /28

第三章 矩阵的初等变换与线性方程组

导学(同济三、四版) /49

本章知识结构 /51

习题全解(同济三、四版) /52

导学(同济二版) /68

习题全解(同济二版) /69

第四章 向量组的线性相关性

导学(同济三、四版) /71

本章知识结构 /73

习题全解(同济三、四版) /74

导学(同济二版) /99

习题全解(同济二版) /99

第五章 相似矩阵及二次型

导学 /100

本章知识结构 /101

习题全解(同济二、三、四版) /102

第六章 线性空间与线性变换

导学 /134

本章知识结构 /134

习题全解(同济二、三、四版) /135

上册

线性代数习题全解

(与同济二、三、四版《线性代数》相配套)

今天所做的事，
勿候明天，
自己所做的事，
勿候别人。

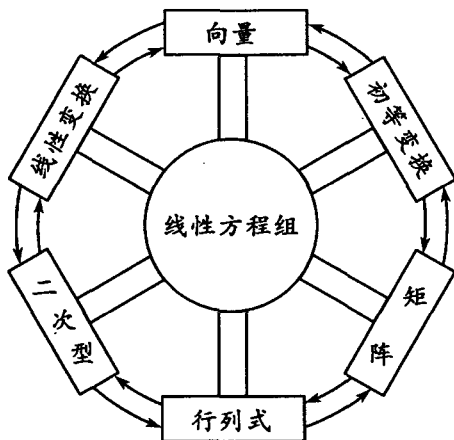
——歌德

全课程知识框架

《线性代数》学科体系贯穿始终的主线是线性方程组问题。

行列式、矩阵、初等变换、向量等均为工具,并独立成章。前四章均系在引出并深入研究完一个工具后,又回归到了主线,进而在更高的水平上,以更加简明的方式推进线性方程组问题的研究。第五章由前四章支持。

在研究工作进入高潮时,“七种兵器”交相辉映,互为工具,精彩纷呈。学习时,注意处理好看书、听课、解题三者关系,尤其要保持学习的好胃口。



课程学习步调提示:

细细抠,慢慢品,
一道例题别放过。
不预习,少复习,
掉队摸黑生之愤。
博与精,精为本,
悟透原理不会错。

第一章 行列式

真理往往朴素,以致人们不相信它。

——列瓦尔特



导 学*

本章的峰顶:用 n 阶行列式求解 n 元线性方程组,即克拉默法则; $D \neq 0$ 时, $x_1 = \frac{D_1}{D}, x_2 = \frac{D_2}{D}, \dots, x_n = \frac{D_n}{D}$ 。克拉默法则是本学科的基石,是线性代数发展成学科体系的第一推动!

由线性方程组开头,引出行列式,深入研究行列式后,应用研究成果又回到了方程组。

§1 用对角线法则计算二阶与三阶行列式要熟,此法则只适用二阶、三阶。四阶以上,将进入“深水区”!

§3 构成 §2、§3 和 §4 的核心:行列定义 $D = \sum (-1)^i a_{1p_1} a_{2p_2} \cdots a_{np_n}$ 。§2 主要目标是会算 $t = ?$, §4 证明了行列式也可等价地定义为 $D = \sum (-1)^i a_{p_1 1} a_{p_2 2} \cdots a_{p_n n}$ 。

发现排列 $p_1 p_2 \cdots p_n$ 的次序与正负号的关联是突破,需要灵感!

§5、§6 和 §7 的关键为降阶公式:

$$\sum_{k=1}^n a_{ki} A_{kj} = \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{jk} = D \delta_{ij} = \begin{cases} D, & \text{当 } i = j \\ 0, & \text{当 } i \neq j \end{cases}$$

它既是算 D 的工具,又能一下子消掉 $(n-1)$ 个元推出 §7 的克拉默法则。当某一行(或列)有许多 0 时,应立即想到

* 精读“导学”,再回到教材中;在阅读教材时,又多回想“导学”,多次反复,效果更佳。可提前阅读后面章节的导学,了解课程全貌。



降阶展开公式。对于 §5 中的性质宜相当熟练地掌握,已经口诀化,详见知识结构部分。

不要记反了记号: $c_i + kc_j$ 和 $r_i + kr_j$ 的含义。此记号在第三章以后不断用到。养成耐心、细致书写下标的习惯,在阅读例 11(对应习题第 7 题),应对定位下标保持关注。

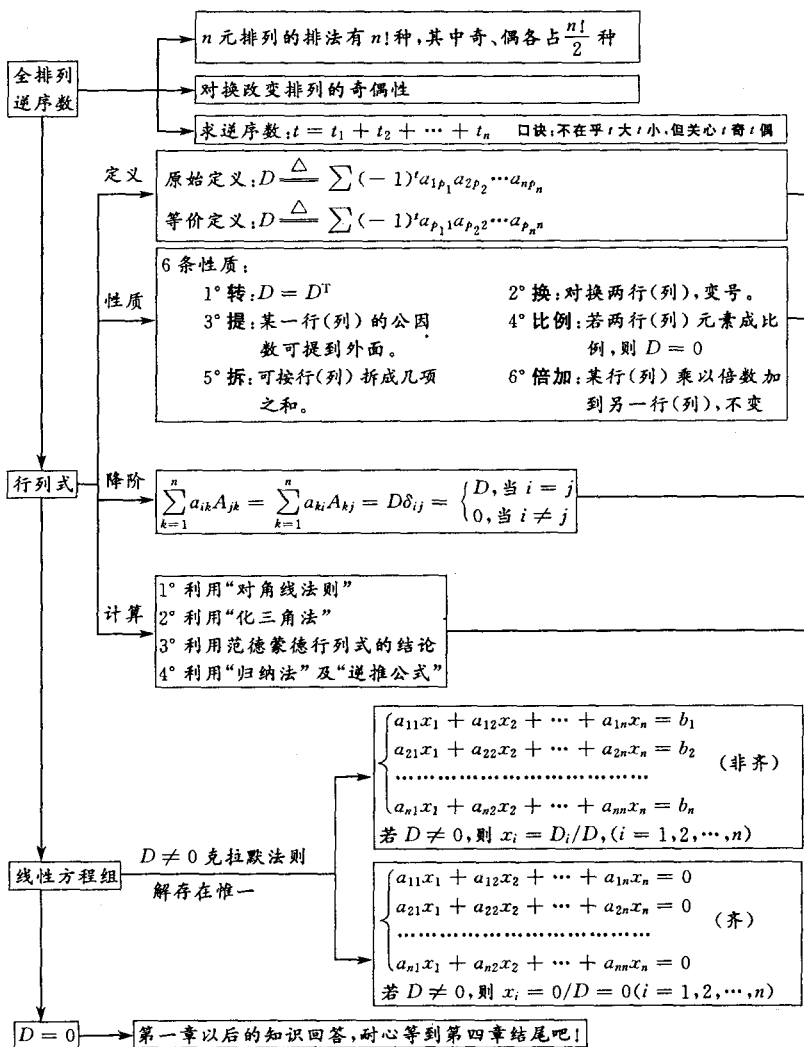
考研中考过的范德蒙德行列式(三版例 12;四版例 12),在第五章 §2 被用到,它的证明思路要会用。

化为上三角形时,把元素 1 调到 a_{11} 的位置,可避免分数计算;再用“倍加法则” $\left(r_i + \frac{a_{i1}}{a_{11}}r_1\right)$,把 a_{11} 下面的元素: $a_{21}, a_{31}, \dots, a_{n1}$ 全部化为零;然后把目光投向 a_{22} ,用“倍加法则”,把 a_{22} 下面的元素: $a_{32}, a_{42}, \dots, a_{n2}$ 全部化为零;继续下去,可化出上三角形来。此方法可移植到矩阵中,在第三章成为主流方法——初等变换。

读者自己摸索出的经验越多,学习就会越有办法。



本章知识结构





习题全解(同济二、三、四版)

0◇1◇1 利用对角线法则计算下列三阶行列式:

$$(1) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix}; \quad (2) \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}; \quad (4) \begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$$

要点 掌握对角线法则的图形(三版教材 P4; 四版教材 P3), 仿例题(三版 P4 例 2; 四版 P3 例 2), 套用公式即可。当学完后面的知识再回头时, 会找到简便的解法。例如, (3) 是范德蒙德行列式(三版 P25 例 12; 四版 P18 例 12), 可用公式计算。善学者善回头。

解 (1) 原式 $= 2 \times (-4) \times 3 + 1 \times 8 \times 1 + (-1) \times (-1) \times 0 -$
 $1 \times (-4) \times (-1) - (-1) \times 8 \times 2 - 3 \times 1 \times 0 = -4$

(2) 原式 $= a \times b \times c + b \times a \times c + c \times b \times a - c^3 - a^3 - b^3$
 $= 3abc - a^3 - b^3 - c^3$

(3) 原式 $= 1 \times b \times c^2 + a \times b^2 \times 1 + a^2 \times c \times 1 - 1 \times b \times a^2 -$
 $c \times b^2 \times 1 - c^2 \times a \times 1 = (a-b)(b-c)(c-a)$

(4) 原式 $= x \times (x+y) \times y + y \times x \times (x+y) +$
 $(x+y) \times x \times y - (x+y)^3 - x^3 - y^3 = -2(x^3 + y^3)$

1◇1◇2 按自然数从小到大的标准次序, 求下列各排列的逆序数:

(1) 1 2 3 4; (2) 4 1 3 2

(3) 3 4 2 1; (4) 2 4 1 3

(5) 1 3 ... (2n-1) 2 4 ... (2n)

(6) 1 3 ... (2n-1) (2n) (2n-2) ... 2

要点 吃透公式: $t = t_1 + t_2 + \dots + t_n$, 其中 t_i 为在第 i 个位置的元素之前、且比它大的元素的个数。仿照例 4。

解 (1) 此排列为标准排列, 又叫自然排列。逆序数为 $t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 =$
 $0 + 0 + 0 + 0 = 0$

(2) 逆序数为 $t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 0 + 1 + 1 + 2 = 4$; 4 1, 4 3, 4 2,
 3 2

(3) 逆序数为 $t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 0 + 0 + 2 + 3 = 5$; 3 2, 3 1, 4 2,
 4 1, 2 1

(4) 逆序数为 $t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 0 + 0 + 2 + 1 = 3$; 2 1, 4 1, 4 3